



# PEDAGOGÍA, EDUCACIÓN Y DIDÁCTICA

Una forma de pensar la formación en  
educación superior

**Claudia M. Durán Chinchilla - Christian Nolasco Serna**  
**José Julián Cadena Morales**



Universidad Francisco  
de Paula Santander  
Ocaña - Colombia  
Vigilada Mineducación







**PEDAGOGÍA, EDUCACIÓN  
Y DIDÁCTICA**

UNA FORMA DE PENSAR LA  
FORMACIÓN EN EDUCACIÓN  
SUPERIOR

CLAUDIA M. DURÁN CHINCHILLA  
CHRISTIAN NOLASCO SERNA  
JOSÉ JULIÁN CADENA MORALES

Durán Chinchilla, Claudia Marcela

Pedagogía, educación y didáctica : una forma de pensar la formación en educación superior / Claudia M. Durán Chinchilla, Christian Nolasco Serna, José Julián Cadena Morales. -- 1a. ed. -- Ocaña : Universidad Francisco de Paula Santander ; Bogotá : Ecoe Ediciones, 2020. 52 p. -- (Educación y pedagogía. Pedagogía)

Incluye glosario y datos de los autores. -- Contiene referencias bibliográficas.

ISBN 978-958-771-982-6 -- 978-958-771-983-3 (e-book)

1. Educación superior 2. Pedagogía 3. Matemáticas - Enseñanza superior I. Nolasco Serna, Christian II. Cadena Morales, José Julián III. Título IV Serie

CDD: 378.007 ed. 23

CO-BoBN- a1067937

---



**Área:** Educación y pedagogía

**Subárea:** Pedagogía



**Universidad Francisco  
de Paula Santander**

Ocaña - Colombia  
Vigilada Mineducación

© Claudia M. Durán Chinchilla

© Christian Nolasco Serna

© José Julián Cadena Morales

► Universidad Francisco  
de Paula Santander  
Vía Acolsure, Sede el Algodonal  
Ocaña Norte de Santander -  
Colombia  
Teléfono (057)(7) 5690088  
Bogotá, Colombia

► Ecoe Ediciones Limitada  
Carrera 19 # 63C 32  
Bogotá, Colombia

**Primera edición:** Bogotá, diciembre del 2020

**ISBN:** 978-958-771-982-6

**e-ISBN:** 978-958-771-983-3

Directora editorial: Claudia Garay Castro

Corrección de estilo: Laura Lobaton

Copy: Angie Sánchez Wilchez

Diagramación: Yolanda Madero

Carátula: Wilson Marulanda Muñoz

Impresión: Carvajal Soluciones de

comunicación S.A.S

Carrera 69 #15 -24

*Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio  
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.*

*Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados*

Agradecemos a la Universidad Francisco de Paula Santander por su apoyo en nuestros procesos académicos e investigativos, y por permitirnos realizar una reflexión pedagógica y educativa, y un aporte para quienes se preocupan por la calidad educativa.



Dedicado a mi esposo Manuel Casadiegos y a mi  
hija Manuela Carolina, fuente de inspiración en  
mi trabajo académico y profesional.





# CONTENIDO

<b>PRÓLOGO</b> .....	XI
<b>CAPÍTULO 1. UNA MIRADA SOBRE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA</b> .....	1
1.1. Pedagogía .....	1
1.2. Educación.....	2
1.3. Pedagogía y educación.....	3
1.4. Reflexión crítica pedagógica.....	11
1.5. Pedagogía y educación universitaria .....	14
Referencias .....	17

<b>CAPÍTULO 2. LA ENSEÑANZA – APRENDIZAJE: UNA REFLEXIÓN DE LA TEORÍA DEL ARTE Y LAS MATEMÁTICAS .....</b>	<b>21</b>
2.1. La teoría del arte y las matemáticas .....	22
2.2. La teoría de categorías y las matemáticas.....	27
2.3. La técnica de la marea subiente en la educación .....	32
2.4. Conclusiones de la reflexión .....	36
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>43</b>
<b>EPÍLOGO.....</b>	<b>45</b>
<b>GLOSARIO .....</b>	<b>47</b>
<b>ACERCA DE LOS AUTORES .....</b>	<b>51</b>



## PRÓLOGO

La sociedad busca mejorar la calidad de vida y reconstruir el tejido social que, desde hace varias generaciones, se han ido degradando por factores sociales, políticos, religiosos e ideológicos. La familia es el primer espacio en el cual se gestan las prácticas formativas que, sin lugar a dudas, mudan a las prácticas educativas. Sin embargo, hay prácticas que no sobrepasan el ámbito familiar e influyen en el desarrollo intelectual y académico del individuo.

El contexto educacional se cimienta en la relación entre los diferentes actores que participan en él, en tal sentido, la educación es una discusión interna entre estos, es decir entre estudiantes y docentes. Allí se manifiesta el predominio de destrezas y discursos pedagógicos reflexivos, en los cuales cada actor del proceso de enseñanza aprendizaje interviene activamente a través de la discusión, el debate y la reconstrucción de saberes que contribuyen al desarrollo de una sociedad ajustada a los contextos socioculturales y académicos exigidos por el mundo actual.

Este libro incluye y evoca la historicidad de la educación y la pedagogía, a partir del estudio de filósofos, pedagogos y sociólogos importantes en la construcción de modelos educativos y pedagógicos, que son la carta de navegación del accionar pedagógico. Así mismo, se presenta una reflexión en torno a la educación y a la pedagogía como medios para comprender las necesidades del mundo actual, en tanto estas son, a su vez, una reflexión social y cultural dirigida a mejorar los procesos académicos. Seguidamente, se expone una disertación respecto al papel

de la educación superior, especialmente de las universidades, en la transformación del individuo.

La segunda parte del libro ofrece un importante aporte a la enseñanza, a partir de la teoría del arte y las matemáticas, debido al creciente interés de pedagogos y educadores en desplegar capacidades coherentes con la solución de problemas, pensamiento crítico, comunicación, trabajo en equipo y manejo de la información.

De este modo, las líneas de este libro abren un espacio para la reflexión y el debate alrededor de elementos pedagógicos y educativos que fundamentan el quehacer académico. Así pues, resulta interesante leer y generar espacios entre pedagogos y docentes a fin de proponer acciones educativas que mejoren la calidad de las mismas.

*Carmen Liceth García Quintero*

## CAPÍTULO 1

# UNA MIRADA SOBRE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

La educación es fundamental para la felicidad social,  
es el principio en el que descansan la libertad y el  
agradecimiento de los pueblos

(Benito Juárez, 2018).

La educación ha estado profundamente ligada a la filosofía desde sus inicios, sin embargo su relación no se ha examinado sino hasta hace algunas décadas. Para comprender esta relación es necesario un acercamiento epistémico e histórico a los conceptos de pedagogía, educación y filosofía de la educación.

### **1.1. Pedagogía**

La palabra *pedagogo* etimológicamente proviene de los vocablos griegos *paidión*, que significa hijo, niño, y *agogos*, guía, conductor; de modo que se refiere al individuo encargado de conducir niños hacia sus lugares de estudio, llevándolos de la mano. Así pues, la pedagogía está relacionada con la acción de conducir, llevar, orientar.

Existe un saber expreso en la práctica educativa que forma parte de la cultura de los pueblos, cuando esta acción se lleva a cabo de manera explícita y se lleva al aula se estaría hablando de pedagogía, en otras palabras, se reflexiona en torno a la educación.

Al respecto, Lucio afirma “hay pedagogía cuando el ‘saber educar’ implícito, se convierte en un saber sobre la educación, sobre el cómo, porqué, su hacia dónde” (1989, p. 36). Es decir, la pedagogía en tanto saber científico está relacionada con los métodos y los procedimientos del educar. Además, pedagogía y educación, de acuerdo con Comenio (1991), son complementarias, en tanto la primera es teoría y la segunda es praxis, “es un modo de actuar responsable y reflexivo, cargado de valores, que pretende facilitar el proceso de autoformación del hombre” (Ortiz Ocaña, 2010, p. 6), de tal forma, la teoría y la práctica son dos caras de la misma moneda.

Siguiendo la línea de Comenio, Herbart (1935) dio a la pedagogía una estructura científica, apoyada en la ética y la psicología, partiendo de la concepción de que no existe educación sin instrucción, del mismo modo que no hay instrucción que no eduque. De tal forma, la educación forma carácter y la instrucción consiente el círculo de ideas del educando (Ortiz Ocaña, 2010).

Algunos autores limitan el concepto de pedagogía a las distintas formas de guiar a los educandos, así, por ejemplo, se presenta la pedagogía liberadora, la cual sostiene que “no se puede educar pensando en neutralidades, la educación no es neutra, el educador debe poseer una postura coherente con el enaltecimiento del ser humano y del medio ambiente” (Freire, 1967, p. 34). Entonces, la educación debe ser ética y no neutral, abierta, democrática, desde el pueblo y para el pueblo, dialógica y reflexiva.

La palabra tiene dos fases constitutivas indisolubles: acción y reflexión. Ambas en relación dialéctica establecen la praxis del proceso transformador. La reflexión sin acción, se reduce al verbalismo estéril y la acción sin reflexión es activismo. La palabra verdadera es la praxis, porque los hombres deben actuar en el mundo para humanizarlo, transformarlo y liberarlo (Freire, 1967, p. 25).

Lo más importante en la pedagogía liberadora es crear conciencia sobre la necesidad de liberarse y dejar de ser oprimido, buscando una sociedad más justa e igualitaria, influida por la educación como único camino para conseguir la libertad.

## 1.2. Educación

El ser humano está en constante crecimiento, evolución, adaptación e integración, debido a su contacto con el mundo. Lo cual le permite interactuar, escuchar, reflexionar y, finalmente, aportar en la construcción de sociedades justas y equitativas, para ello requiere destrezas o habilidades adecuadas. Desde esta perspectiva, la educación es meramente la forma de desarrollar habilidades de producción (técnicas), sin embargo, esta concepción es insuficiente, pues en la actualidad la educación se orienta al crecimiento del ser y no a la simple transmisión de una serie de habilidades para el trabajo.

### 1.3. Pedagogía y educación

De acuerdo con Debesse y Mialaret (1973), al examinar la pedagogía es imprescindible mencionar a Platón, quien enmarca los conceptos de pedagogía y de educación en su concepción política y esta, a su vez, en su ideal filosófico. Su idea de educación se basa en el rechazo a las prácticas educativas de los sofistas, las cuales ofrecían a los atenienses la adquisición de virtudes para competir con la clase dominante de la época (siglo V a. C.). Al respecto Durkheim afirma:

“No podemos y no debemos consagrarnos todos a un mismo género de vida, tenemos según nuestras aptitudes, diferentes funciones que cumplir y uno debe ponerse en armonía con aquellas que le incumben, no todos están hechos para reflexionar; se necesitan hombres de sensación y de acción; por el contrario, otros que tenga por tarea pensar” (1935, p. 8).

En este sentido, el propósito de Platón fue concebir una concepción del Estado o teoría política como soporte filosófico de un sistema educativo guiado por la idea de que los individuos se desempeñen socialmente de acuerdo con sus aptitudes y habilidades naturales. En consecuencia, la división social del trabajo responde también a esta clasificación de las características naturales. En otras palabras, el sistema educativo es el agente encargado de visibilizar y revelar las destrezas naturales de cada sujeto, a fin de ubicarlo adecuadamente en la jerarquía social, lo cual permite que el sistema y la división social funcionen correctamente. Al respecto, Durkheim, quien afirma que la educación no se debe limitar al desarrollo individual, marcado por la naturaleza,

“El hombre que la educación debe realizar en nosotros no es el hombre tal y como la naturaleza lo ha hecho, sino tal y como la sociedad lo requiere, tal y como lo clama su economía interior [...] en el presente como en el pasado, nuestro ideal pedagógico es hasta en los detalles de la obra de la sociedad. Es ella la que nos traza el retrato del hombre que debemos ser, y en ese retrato aparecen reflejadas las particularidades de las organizaciones” (1935, p. 90).

La teoría educativa de Platón, presentada en el *Meneón*, Platón define la ignorancia como un estado de exceso de opiniones, de supuestas erudiciones y de doctrinas que el sujeto toma por verdaderas toda vez que no los ha examinado. Por ello, la educación no puede limitarse a la transmisión de conocimiento desde una persona (profesor) hacia otras (alumnos), sino que lo pedagógico debe partir de concienciar al individuo de su posible ignorancia, es decir, de permitirle reconocer su estado de desconocimiento y la distancia que lo separa de la verdad. Por lo anterior, la duda o la pregunta (acerca de sí mismo y de lo conocido) se convierte en el primer escalón para alcanzar el conocimiento.

Suscitada la duda, sigue la etapa del deseo de saber, deseo de conocer y dar respuesta a la pregunta, sin embargo, puede que ese mismo deseo se quede en la



mera respuesta y repetición de información, perdiéndose así, la esencia verdadera de lo educativo, cual es el descubrimiento de la verdad a través de la reflexión y la crítica. No es la mera repetición de información (lo cual conlleva la pérdida de la esencia de lo educativo), puesto que el método educativo no se fundamenta en la trasmisión de saberes (al modo de los sofistas), sino en el descubrimiento de la verdad a través de la reflexión, desarrollando el pensamiento. Por lo cual se plantea la pregunta, ¿la generación de la duda educa para vivir en sociedad? Al respecto, Sócrates compara esta acción con el parir o dar a luz, “dar a luz ideas”, para el caso de Menón (servidor de Sócrates) que sin haber recibido ninguna instrucción precedente, únicamente al haber escuchado y reflexionado a partir de la dialéctica aplicada por Sócrates fue capaz de aplicar el teorema de Pitágoras. Por lo tanto, el acto de enseñar se relaciona con la mayéutica socrática, la cual consiste en la realización de preguntas y que a través de las mismas, el individuo reflexione encuentre las respuestas por sí mismo, en tal sentido, el aprendizaje no puede ser el simple reconocimiento de saberes, sino una actividad en la cual el estudiante indaga, reflexiona, compara, debate y replantea sus saberes.

El diálogo socrático pasa a la teoría educativa como el prototipo y modelo de relación pedagógica en el que se destacan dos dimensiones: el influjo dinámico de Sócrates sobre sus interlocutores y el rigor lógico en el desarrollo del razonamiento que empleaba y requería como condición en la averiguación de la verdad (Bedoya, 2018, p. 28).

Otro filósofo importante para lo educativo es Jean-Jacques Rousseau, quien afirma:

La educación es efecto de la naturaleza, de los hombres o de las cosas. La de la naturaleza es el desarrollo interno de nuestras facultades y nuestros órganos; la educación de los hombres es el uso que nos enseñan éstos a hacer de este desarrollo; y lo que nuestra experiencia propia nos da a conocer acerca de los objetos cuya impresión recibimos, es la educación de las cosas (Rousseau, 1762/1975, p. 5).

Rousseau, entiende la experiencia al modo de la meditación cartesiana, en tal sentido indica:

Luego que tenemos, por decirlo así, la conciencia de nuestras sensaciones, aspiramos a poseer o evitar las objetos que las producen, primero, según que son aquellas gustosas o desagradables; luego, según la conformidad o discrepancia que entre nosotros y dichos objetos hallamos; y finalmente, según el juicio, que acerca de la idea de felicidad o perfección que nos ofrece la razón, formamos por dichas sensaciones de simpatía o antipatía, crecen y se fortifican a medida que aumentan nuestra sensibilidad y nuestra inteligencia; pero tenidas a raya por nuestros hábitos, las alteran, más o menos nuestras opiniones. Antes de que se alteren, constituyen lo que llamo yo en nosotros naturaleza (Rousseau, citado por Soto, 2010, p. 148).

La experiencia, según los dos últimos autores abordados, influencia el proceso de educación, de allí que Rousseau, en su obra *Emilio*, indica que el propósito de la educación es el hombre, bajo el paradigma de la construcción de representaciones del ser a través del uso de los lenguajes y las experiencias (Rousseau, 1975, p. 7). La educación se plantea sin escuela, pues, según el filósofo, esta no permite ver al hombre, ya que está constituida por leyes; por ello, la educación debe fundarse en la conversación.

El verdadero estudio nuestro es el de la condición humana. Aquel de nosotros que mejor sabe sobrellevar los bienes y males de esta vida, es, a mi parecer, el más educado; de donde se infiere que no tanto, en preceptos como en ejercicios consiste la verdadera educación (Rousseau, 1975, p. 5).

La educación para Rousseau es resultado del ambiente, los hombres y las cosas, cada uno de estos elementos aporta a la construcción del ser humano, por lo tanto, esta trilogía debe ser armoniosa para lograr sinergia educativa. Refiere igualmente que el desarrollo de las facultades del ser humano (voluntad, inteligencia, autodeterminación, memoria, sensibilidad, sentimientos) y de los órganos que lo conforman puede estar en manos de los mismos seres humanos.

Por su parte, Goethe asume la experiencia como el límite entre el pensamiento cartesiano de Rousseau y el pensamiento kantiano (que en breve abordaremos) sobre la teoría del conocimiento y la filosofía moral de la práctica, indicando que ésta se adquiere en el sujeto mismo, es decir, “se aprende de sí mismo” (Goethe, 1991, p. 832).

Goethe piensa la educación a partir del acto de enseñar: las enseñanzas deben enmarcarse en la construcción del carácter y de la personalidad humana, para estimular valores morales y éticos, incluyendo el respeto a la naturaleza.

Si se quiere obtener algo de la educación del hombre, hay que ver hacia dónde se encaminan sus inclinaciones y deseos. Es preciso, pues, colocarlo en posición de que pueda satisfacer aquéllas tan pronto como sea posible y alcanzar el objeto de éstos no bien se pueda, a fin de que la criatura humana, si se ha equivocado, advierta bastante pronto sus errores, y si ha acertado con lo que le conviene, se adhiera a ello tanto más celosamente y se desenvuelva con tanta mayor asiduidad. Deseo que pueda tener éxito en este singular ensayo; acaso sea posible, habiendo tropezado con tan buenos caracteres Goethe, 1996, p. 851).

Lo anterior demuestra que el enfoque pedagógico de Goethe está encuadrado en el obrar y el pensar. Para Goethe, el aprendizaje se alcanza en el momento que se conectan el espíritu y la acción, se aprende distinguiendo lo conocido de lo desconocido, en tanto la formación del individuo se introduce en la naturaleza, donde debe existir armonía y equilibrio para que el cuerpo y el espíritu se compacten.

Por ello, para crear un mundo humanamente humano, debe ser armoniosamente pensado y ejecutado.

El concepto de pedagogía de Kant pone de manifiesto que el hombre debe ser educado para obtener la denominación de ser humano, así conseguir su esencia y la perfección del ser. La educación lleva al hombre a pensarse, a descubrirse y a trazarse un proyecto de vida. Para Kant, la razón permite al ser humano adaptarse al medio, en tal caso, el hombre comprende dónde se encuentra y hacia dónde puede ir, de modo que trace sus metas y les dé forma a través de la educación (Kant, 1803/1985). Conforme las anteriores apreciaciones, la educación reflexiona acerca de las finalidades del hombre y el modo de lograrlas. Además, Kant pone de manifiesto que sólo hay educación si se forma al ser humano en principios y valores. Igualmente revela que la educación debe estar orientada al futuro, en tal sentido indica:

Un principio del arte de la educación es que no se debe educar conforme al presente, sino conforme a un estado mejor de la especie humana, posible en el futuro; es decir, conforme a la idea de humanidad y de su completo destino. Este principio es de la mayor importancia, Una buena educación es precisamente el origen de todo bien en el mundo (Kant, 2002, p. 65).

De la misma manera, Kant (2009) plantea que la moralidad es un impulso mayor que los placeres y las promesas. En tal sentido, sólo bajo influencia de este impulso moral se proyecta el fundamento de un carácter, a partir de ello, el ser humano se descubre en sí mismo. Ésta máxima se relaciona con la pedagogía en el sentido de que pone de manifiesto que “el hombre aprende a guardar hasta en su propia persona la dignidad humana, y ésta en suma es la fuerza interior que podrá evitar que el joven se desborde bajo el efecto de los instintos” (Kant, 2009, p. 184). En consonancia con lo anterior, Kant señala que el mal surge toda vez que la naturaleza no es sometida a reglas y que el ser humano no es un ser moral, sino que sencillamente llega a serlo “cuando su razón se eleva hasta los conceptos del deber y de la ley” (Kant, 2009, p. 105). Esto sella una mirada pedagógica, especialmente por que la clave del carácter humano es el desarrollo moral.

La pedagogía está cimentada filosóficamente en los conceptos de libertad y obediencia como formas educativas. Respecto al concepto de libertad, entendida como la capacidad de obrar sin impedimentos para elegir fines y sus medios, Kant y Rousseau no están de acuerdo. Para el primero, la libertad implica actuar bajo principios percibidos con justeza; mientras que para el segundo, se refiere a ceder sin obstáculos a las inclinaciones naturales. Ahora bien, para Rousseau la obediencia solo conlleva la mentira y desvirtúa la naturaleza del ser humano; para Kant, es necesaria en la formación del carácter del niño, por ello le da un valor educativo. Al respecto el filósofo alemán indica que la obediencia lleva a acatar la ley, las reglas, lo cual forma al niño y afirma su personalidad. Contrariamente, Rousseau sostiene que el

castigo, como forma de obediencia, es una consecuencia natural de una acción no aprobada, pues de otra forma pierde sentido. Para Kant, la obediencia y el castigo tienen razón de ser, pues refieren a la noción de sanción moral; de esa manera indica que “una mirada de desprecio es castigo suficiente” (Kant, 2009, p. 188), lo cual, en suma, promueve el perfeccionamiento de la conciencia.

Para Herbart, filósofo alemán y padre de la pedagogía como ciencia, la pedagogía y la educación tienen triple tarea: mejorar la práctica formativa en las familias y en las escuelas, establecer una interpelación entre teoría y praxis, y asentar la práctica a través de la teoría (Böhm y Schiefelbein, 2004, p. 59).

Herbart creó un sistema de educación cuyos principios y métodos de enseñanza están cimentados en la experiencia y en la formación de las personas a través de una educación ética y en valores que exhorta a vivir con libertad interna y moralidad como componentes significativos en el perfeccionamiento de los individuos, a fin de vivir en sociedad (Herbart, 2005). Para este filósofo, la educación debe estar basada en tres pilares: primero, la disciplina, es necesario educar bajo la autoridad, generar reglas para la sana convivencia escolar, advertir y corregir; segundo, la instrucción, la cual, dice el autor, debe ser la necesaria y no más de lo que requiere la sociedad. y la tercera capital de gobierno el cual consiste en mantener en ocupados los niños para así evitar el desorden “Un gobierno que quiera satisfacer sus fines sin educar oprime el espíritu, y una educación que no se preocupa del desorden de los niños demostrará su desconocimiento hasta de los mismos niños” (Herbart, 1935, p. 76)

Hay que agregar que la educación, para Herbart, se funda en el “espíritu” y no en los sentimientos, puesto que él concibe la educación eminentemente como instruccional moral. Es decir, la educación moldea los individuos a través de la incubación de ideas para llegar a la libertad interior, esto es, el niño o el joven se independiza de las influencias externas y se convierte en un ser autónomo y libre, con preceptos morales. El autor plantea que para instruir el espíritu es indispensable construirlo, en ese sentido, la educación debe resultar interesante y seductora para quien la recibe, sin embargo, aclara, para que sea llamativa, no es necesario que se convierta en un juego. Las cosas, las didácticas y las metodologías usadas en el aula deben despertar la curiosidad, la viveza, y así, darle vida al espíritu que se manifiesta en el alma. El espíritu es lo inmaterial que permite entender la naturaleza del alma humana y el alma, el principio vital de todo ser vivo vinculado substancialmente con lo armónico y habitual a todos los seres vivos.

De tal manera, la educación está basada en cuatro segmentos: el sentimiento de exploración que induce a la experiencia, la exploración de los saberes y el interés por la existencia y la vida social. Estas formas están sujetas a diferentes intereses, en primer lugar, el empírico, que nace de la percepción y de la sensibilidad de las cosas; en segundo lugar, el especulativo, que surge de la reflexión sobre los objetos

de la experiencia para comprenderlos y relacionarlos; en tercer lugar se encuentra el estético, encargado de vislumbrar la belleza de la naturaleza y, en consecuencia, de las acciones morales; en cuarto lugar, el simpático, concebido por el niño cuando afronta la alegría o el dolor de los sujetos que lo rodean; en quinto lugar, el social, relacionado con la cooperación humana y la caridad; finalmente, el religioso, el cual se alcanza a través de la vida en fe.

En el espíritu, según Herbart, reposan las ideas, estas son rechazadas o acogidas, en tal caso, el espíritu de los estudiantes devela el interés de cada uno por determinada lección y la relacionará con otras lecciones. Bajo este precepto se deben recorrer cuatro momentos: aclarar, asociar, sistematizar y aplicar un método, ya sea descriptivo, analítico o sintético de acuerdo con el espíritu (Rosental y Ludin, 1973). Las anteriores apreciaciones permiten ver que Herbart entiende la pedagogía como una teoría de la educación.

Otras corrientes filosóficas y pedagógicas analizan el concepto de educación a partir de la duda acerca de si es práctica (accionar) o producción (*poiesis*). Este es el caso de Friedrich Schleiermacher, teólogo y filósofo alemán, quien destaca que la teoría, como resultado de la investigación, surge posteriormente y no dirige ni domestica la educación, sino que se convierte en un insumo para que los educadores tomen conciencia de su labor y se distancien del quehacer diario para criticarlo constructivamente.

En su filosofía, Schleiermacher define al sujeto que aprende como alguien libre, razonable y comunicativo, toda vez que concibe pedagógicamente a alumnos y docentes como personas autónomas, estos entienden las singularidades de los primeros, los conectan con la idea del bien, a fin de apoyar y edificar su formación. Adicionalmente, Schleiermacher considera tres autonomías: la primera relacionada con el educador emancipado que piensa y actúa responsablemente; la segunda congruente con el alumno, quien razona, decide y habla libremente, transformándose en individuo con virtudes y defectos; finalmente, el acto educativo en el cual coexiste el diálogo entre los actores autónomos (Schleiermacher, 1799).

Schleiermacher no supone que un pensamiento se inicie y se expanda científicamente de manera independiente de otro pensamiento, desde su punto de vista, la autoconciencia no puede confundirse con automedicación, sino que debe entenderse como una mediación a través de otro. “Ningún hombre singular puede alcanzar un saber estrictamente universal, pues su individualidad lo hace completamente peculiar y con ello diferente a lo universalmente válido” (De la Maza, 2008, p. 273)

Adicionalmente, Schleiermacher indica que la pedagogía es una disciplina basada en la ética, por lo tanto, en principios morales, conductuales y comportamentales. Estos principios se conectan con la realidad educativa, de ahí que cuando la familia,

la iglesia, la justicia, el Estado y demás instituciones sociales no obedecen las normas éticas, la educación pierde también su atributo. Puesto que, además, la educación parte de la sabiduría popular para paulatinamente llegar a una dilucidación sensata.

Desde otra perspectiva, Böhm (1995) plantea que la pedagogía es una ciencia filosófica que despliega principios y propone orientaciones para la labor docente, además, es indispensable diferenciar entre educación y pedagogía, la primera es una actividad y la segunda, un conocimiento. Ahora bien, el quehacer educativo está acompañado por conocimiento pedagógico, por ello, la educación es un hacer y no sólo un mirar o avistar, además implica la presencia constante de la ética, puesto que se reflexiona y se plantea una enseñanza de la vida buena y justa para cada individuo. Este resultado se consigue a partir del razonamiento lógico o de una destreza técnica, y apunta a la formación del carácter y la conciencia moral de los individuos.

Hasta ahora podemos decir que la educación es la obra de muchas generaciones y no es el resultado de la individualidad o del pensamiento solitario, puesto que la particularidad no genera progreso social, por el contrario, genera un retroceso social, investigativo, económico, político, administrativo y académico. Igualmente, el componente moral juega un papel importante en la formación, toda vez que no solo lleva a elegir buenos fines, sino también permite que el ser humano actúe bajo leyes. En este sentido, la educación no solo se dedica a desarrollar habilidades, sino que, en conjunto, forma principalmente seres humanos. En conclusión, la educación, de acuerdo con Vargas, es “un dispositivo para el perfeccionamiento de la naturaleza humana” (2006, p 33). Es decir, eleva la humanidad a su más alto nivel, teniendo en cuenta que la educación es un proyecto intergeneracional, inacabado, frágil y, en algunos casos, “equivoco”.

Indiscutiblemente una de las figuras más respetadas y reconocidas en la pedagogía contemporánea es Paulo Freire, nacido en Brasil, revolucionó metodológicamente la educación, inicialmente en Latinoamérica y posteriormente en Europa. Sus métodos han servido de modelo en diferentes países, pues planteó la reinención de la educación, en tanto esta respondía a los intereses de la clase dominante, acordonaba la clase popular y se sometía a la autoridad y al elitismo. Por ello, Freire o propuso una teoría pedagógica o educativa con vistas a una sociedad justa y equitativa, en la cual todas las personas tuvieran la misma posibilidad de educarse sin distinción de género, raza o posición social.

La educación se convierte en un medio para crear conciencia crítica y liberadora, que permita generar nuevas formas de pensamiento y, de esa manera, entender la sociedad. Para Freire, la educación parte de lo que él llama “pedagogía del oprimido”, la cual postula que la formación debe ser diseñada por él y no para él:

El problema radica en cómo podrán los oprimidos, como seres que alojan en sí al opresor, participar de la elaboración de la pedagogía para su liberación, solo en la medida que descubran lo que alojan al opresor podrán contribuir a la construcción de su pedagogía liberadora. Mientras vivan la dualidad en la cual el ser es, parecerse con el opresor, es imposible hacerlo. La pedagogía del oprimido, no puede ser elaborada por los opresores (Freire, 1970, p. 41).

Dicho lo anterior, Freire manifiesta que la educación se debe reinventar, dándole cabida y atendiendo las necesidades de la clase popular, las cuales posiblemente no han sido escuchadas por la clase dominante. En este sentido, “la clase popular en el poder no solo necesita ser atendida en la demanda de educación para sus hijos e hijas, sino también poder participar activamente de su reinención junto con los educadores profesionales” (Freire, 2014, p. 131). Desde esta perspectiva, las instituciones y el Estado no deben imponer los contenidos programáticos para la formación de los estudiantes, sino que deben ser construidos de acuerdo con las necesidades y expectativas de ellos, lo cual implica la participación de la clase popular. De esta manera, la educación y las metodologías de enseñanza se convierten en una fuente en constante renovación.

En este punto, la pedagogía como práctica educativa tiene un carácter netamente social, el cual establece sinergias a través de construcciones simbólicas y comunicativas entre los sistemas sociales y el sistema educativo. Esto significa que ni la esencia de la educación ni las leyes normativas ni los valores culturales pueden producir lo que operativamente se gesta dentro del aula académica, al respecto Luhmann (1966) afirma que “el sistema se engendra a sí mismo por medio de un proceso de autovinculación, de obligación de proseguir o reconstruir lo iniciado” (p. 147). En este sistema, el papel del educador y el del educando son asimétricos: el educador orienta y el estudiante organiza, pregunta, indaga y concluye. El propósito educativo se exterioriza por medio de comunicaciones concretas, que corrijan o modifiquen conductas.

En consonancia con lo anterior, la pedagogía en tanto ambiente esencial de la interacción y forma para subscribir, coexistir y vigorizar el hábito de producir, se exhibe como medio para fundar una sociedad racionalizada. En este sentido, es necesario reconocer que estamos dentro de lo que Heidegger llama “el círculo hermenéutico”, en el que, para interactuar socialmente, debemos adoptar una actitud anti-dogmática, pues no tenemos la certeza de haber comprendido lo que el otro dice, por el contrario, es preciso iniciar un proceso de interpretación del discurso del otro y el propio. Al respecto Vargas (2003) indica que la pedagogía requiere de comprensión, pues sin ello se queda en mera intención vacía sin alcanzar la *dialogicidad* social que el sistema educativo necesita.

De acuerdo con Splitter y Sharp (1996), la comprensión se consigue en la medida que los estudiantes confrontan puntos de vista y acogen paradigmas o culturas

divergentes, lo cual les permite adquirir juicios y fines que guiarán su pensamiento y su acción dentro de la sociedad. En este punto, el diálogo tiene gran valor académico, toda vez que conduce a la razonabilidad, y esta, a su vez, les permite observarse como sujetos activos en la construcción de sus propios conocimientos y no como recipientes pasivos sin poder.

#### 1.4. Reflexión crítica pedagógica

Son diversas las miradas en torno a la pedagogía, en los párrafos anteriores hemos dado una mirada filosófica del concepto y se ha presentado una reflexión en torno a su relación con la educación, ahora, en este apartado, se presentará una reflexión de las diferentes corrientes pedagógicas, formas de pensamiento, teorías e investigaciones en las que se describe, explica, conduce o enfocan la educación y la formación de los individuos. Para ello, se abordarán corrientes naturalistas, sociales y transcendentales; la primera recoge tendencias de la pedagogía positivista, activa, pragmática, tecnológica y estructuralista, en la cual se vislumbra una didáctica cognitivista, conductista o activa; en la segunda prevalece la directriz de una pedagogía marxista, funcionalista, freirena y alternativa; en tercer lugar, la corriente trascendental que aplica una pedagogía neo-tomista, espiritualista y personalista, y una didáctica personalista.

Numerosas y diferentes discusiones se han generado a propósito de la pedagogía, por ello, en la actualidad no se toma el saber pedagógico como un conjunto de contenidos temáticos o respuestas definidas acerca de la enseñanza y el aprendizaje, sino que se enfoca en la reflexión sobre los problemas dentro y fuera del aula. Esto incluye la reflexión del trabajo pedagógico y de la relación interdisciplinar entre distintos saberes, especialmente de las ciencias humanas y sociales, cómo estas conciben y asumen la formación, la subjetividad, la ética y la política. De esta forma, la pedagogía construye su propio campo disciplinar en forma autónoma.

La pedagogía nos advierte que el proceso formativo es una construcción y un planteamiento incesante e inacabado, ejercido mediante el cuestionamiento de cada uno de los eventos académicos pedagógicos. Esto implica que no basta con que el docente domine el saber disciplinar, sino que también el docente requiere la relación interdisciplinar para afrontar las diversas problemáticas que emergen en el proceso pedagógico y educativo. Al respecto, Bedoya manifiesta que “el diálogo que se ha dado entre las ciencias sociales y humanas y entre estas y la epistemología la filosofía y la pedagogía [...] ha permitido se entienda que es necesario comprender lo que están haciendo están formado o comunicando a otros” (Bedoya, 2005, p. 126).

La reflexión pedagógica debe abordar la historicidad de la misma, ya que al hacerlo se da la oportunidad de crear conciencia sobre la importancia de entender la pedagogía, no mirarla como mera metodología de enseñar. El rastreo histórico da cuenta de cómo paulatinamente ha cambiado el quehacer pedagógico, el cual



ha pasado por el conductismo, el cognitivismo y el constructivismo, en estos tres enfoques predomina lo instrumental, lo operativo y lo funcional. El primer enfoque da cuenta de las herramientas didácticas o tecnológicas usadas en el proceso educativo, el segundo se relaciona con la metodología (el cómo se hace) y el tercero se enfoca en el propósito educativo (para qué se hace, para qué se educa).

El hombre es intérprete e inventor de su propia historia, por ello la pedagogía está conectada a la experiencia histórico-cultural de los seres humanos. Aunque el pasado, el presente y el futuro no se repitan, se reflejan en el sistema educativo, toda vez que la historia da razón del presente y éste, a su vez, ajusta o acomoda el futuro. Al respecto Flórez pone de manifiesto que “si bien el movimiento de los pueblos y de las masas en confrontación, constituye el motor de la historia, la correa transmisora de ese movimiento es la educación, entendida en su sentido amplio” (1996, p. 155). Por lo tanto, desde la pedagogía se debe pensar la educación, reflexionarla, debatirla, repensarla, criticarla, reinventarla y rediseñarla, a partir de la fundamentación interdisciplinar, epistémica y filosófica de las ciencias. El docente y las instituciones deben modificar su pensamiento a fin de enlazar y crear sinergias entre las distintas disciplinas para entender los problemas académicos, sociales, económicos, políticos, jurídicos, culturales y religiosos, que afectan el desarrollo del proceso educativo y la transformación de los individuos, incluyendo su pensamiento, sus acciones, sus formas de ser y hacer.

Se han propuesto variados modelos pedagógicos que ilustran formas específicas del acto educativo, uno de estos es el modelo tradicional, que se fundamenta en una concepción metafísica y ahistórica de un individuo despreocupado e inocente, a saber, el docente, quien se preocupa por el contenido, por la transmisión y por la conducta, y sus preguntas están direccionadas hacia el qué, el cómo, a través de qué, a qué ritmo, a quién. Otros modelos a mencionar son el conductista, el romántico, el desarrollista y el socialista.

El modelo conductista, propuesto inicialmente por John B. Watson (1878–1958), estudia (con animales) el desarrollo conductual y su relación con la neurología, teniendo en cuenta las señales sensoriales y el sentido kinestésico en el control del comportamiento. Watson (1913) realizó investigaciones acerca de las emociones, donde concluyó que estas emanan de la rabia y del amor. De igual manera, aportó a la psicología aplicada pautas para la formación de los niños. Posteriormente, surge la teoría de Skinner, quien plantea que el aprendizaje de las conductas se genera a partir de estímulos positivos.

Podemos establecer una especie de control bajo el cual el controlado, aunque observe un código mucho más escrupulosamente que antes, bajo el antiguo sistema, sin embargo, se sienta libre. Los controlados hacen lo que quieren hacer, y no lo que se les obliga a hacer. Ésta es la fuente del inmenso poder del refuerzo positivo. No hay coacción ni rebeldía. Mediante un cuidadoso esque-

ma cultural, lo que controlamos no es la conducta final, sino la inclinación a comportarse de una forma determinada... Los motivos, los deseos, los anhelos (Skinner, 1968, p. 234).

Seguidamente, bajo el engranaje capitalista, se buscaba generar conductas de productividad en los individuos, cuyo propósito era el moldeamiento de la conducta técnico-productiva, el docente era el instructor y el alumno ejecutaba la acción. Para ello se recurre a la fijación y el control del aprendizaje, los contenidos son técnicos y se promueve el desarrollo de habilidades técnicas y la acumulación de aprendizaje.

El modelo romántico busca lograr que el estudiante sea un individuo espontáneo y libre en su pensamiento, de allí que se privilegia la ideología y el deseo de saber del estudiante. El docente orienta, los contenidos son de libre escogencia, sus representantes fueron Rousseau y, posteriormente, Summerhill.

El modelo desarrollista se caracteriza por ser progresivo, los estudiantes parten de lo que conocen (de sus experiencias) para construir conocimiento, es decir, a partir de la comprensión y el análisis de la realidad, se genera pensamiento crítico. En este modelo, el fin de la educación es permitir que los individuos entiendan la realidad para adaptarse a su ambiente (Dewey, 1975), para ello, el hombre se vale de esquemas mentales y sociales (Piaget, 1975).

El modelo pedagógico socialista busca desarrollar al individuo para la producción social y cultural. En este modelo intervienen las dos partes, por un lado, el docente estimula y motiva, por el otro lado, el estudiante interviene, debate y reflexiona, de modo que se convierte en un ser polifacético, su desarrollo es progresivo y secuencial. Este modelo surgió como consecuencia la revolución socialista de 1917 y parte de la doctrina de Marx y Engels fundamentada tanto en el trabajo productivo y práctico en la escuela, como en el ideal de unificación del trabajo productivo, la ciencia y la fábrica, lo cual evitaría la división del trabajo y de las clases sociales, y conduciría a la producción sin desigualdades sociales (Marx, 1867; Engels, 1859). Makarenko (1993/2008), pedagogo y exponente de este modelo, también definió pautas en el modelo socialista, a partir de la idea según la cual se debe generar conciencia de grupo para que, a su vez, se dé el trabajo productivo. La pedagogía socialista sostiene que el acto educativo esta cimentado en el abastecimiento de herramientas educativas que permitan al estudiante aprender y desaprender, para aplicar los conocimientos adquiridos en las distintas situaciones en las que se encuentre y, de esa manera, si es necesario, darle solución a los distintos problemas surgidos dentro de la sociedad.

Los anteriores modelos pedagógicos están sujetos a los distintos contextos históricos en los que surgen, de tal manera es necesario resaltar las directrices notables de su evolución, a fin de definir un mirada objetiva que le permita a la pedagogía formar a los individuos. En este sentido la formación se concibe como “algo más elevado y

más interior, al modo de percibir que procede del conocimiento y del sentimiento de toda la vida espiritual y ética que se derrama armoniosamente sobre la sensibilidad del carácter” (Humboldt, 2011, p. 324).

## 1.5. Pedagogía y educación universitaria

Todo proceso pedagógico lleva consigo un enfoque científico, un intercambio dialógico de pensamientos y de saberes, y no puede convertirse en un monólogo. En este ejercicio académico es indispensable que las experiencias, valores y conocimientos se conjuguen en el propósito colectivo de formar una concepción sobre el mundo, la sociedad, la cultura y la naturaleza del ser humano, para alcanzar el fin de la educación, a saber, formar seres humanos aptos para reflexionar y contribuir a la solución de los problemas que aquejan a la sociedad.

El abordaje de la educación desde la educación superior o profesional es diferente del abordaje de la educación primaria, aunque el punto de partida de esta reflexión sean los niños y su evolución y su desarrollo cognitivo, físico y emocional; lo cual naturalmente ha permitido establecer distintas teorías y sistematizaciones conceptuales. Por su parte, la educación superior resulta más compleja, pues en este tipo de educación convergen múltiples contextos, jóvenes o adolescentes y adultos que desean formarse profesionalmente, por lo cual los docentes, las instituciones y, en general, la comunidad académica incluyen procesos distintos en los que hay numerosas objetividades y subjetividades en juego. Este contexto sumado a las particularidades de la formación de las diferentes disciplinas merece otras miradas en lo que respecta a la educación.

Las anteriores apreciaciones no desmeritan las reflexiones pedagógicas y las teorías concebidas a lo largo de las épocas, pues éstas son un punto de partida para la formación y la fundamentación epistémica y filosófica de la educación universitaria. La educación superior inicia con la fundación de la primera universidad en Europa medieval, la universidad de Bolonia (1088), Oxford (1096), Cambridge (1209), Palencia de (1208), Salamanca (1218), y de allí en adelante hasta el siglo XXI, infinidad de universidades y con diversidad de ofertas disciplinares. Las primeras universidades iniciaron como centros de formación y, posteriormente, se anexo la investigación, no obstante, su acceso estaba limitado a las personas de clase social alta o con el privilegio de profesionalizarse.

En la actualidad, los individuos, la sociedad y, en general, las exigencias del medio han modificado el mundo universitario con vistas a suplir las nuevas necesidades. El tiempo en que las universidades alojaban estudiantes selectos ya ha pasado, desde los años noventa, “la diversidad de los estudiantes es mayor por otros conceptos: por edad, experiencia, por categoría socioeconómica y por antecedentes culturales” (Biggs, 2006, p. 20). Como resultado de la masificación de las universidades, han ingresado estudiantes con diversidad de pensamiento, situaciones de vida

y perspectivas distintas, lo cual exige un docente transformado que entienda la diversidad cultural, social, cognitiva, política, religiosa y con perspectivas de vida distintas. Lo anterior convierte a la educación universitaria en un reto del Estado, de las instituciones, de los docentes, de los planes de estudio y, en general, de la comunidad académica, por ello, las reflexiones en torno al tema deben darse desde y de acuerdo con las necesidades de los educandos y los requerimientos del entorno.

Desde la anterior perspectiva, discernir sobre pedagogía en el ámbito universitario es pensar en las distintas corrientes de pensamiento filosófico, pedagógico y epistemológico, tal y como se abordó al inicio de este capítulo. Dialogar sobre pedagogía es reflexionar sobre el acto educativo, el saber, el ser, el saber hacer, la enseñanza, el aprendizaje, el método y cualquier otro elemento integrador del acto educativo. La pedagogía no consiste en definir métodos de enseñanza, sino generar propuestas a partir de la comprensión y el análisis de los procesos educativos y sus consecuencias en el desarrollo de los individuos.

En este punto, la reflexión pedagógica y el saber pedagógico se conjugan en el ejercicio del profesor, quien, en tanto actor y parte fundamental del proceso académico en la educación superior, pone en práctica su saber empírico y lo sustenta en la teoría, a fin de fundamentar su ejercicio docente, con vistas a las necesidades del estudiante. Para ello, se contextualiza y ambienta de acuerdo con las exigencias del medio, motiva y proporciona herramientas educativas, y, lo más importante, genera debate y discusión sobre distintos temas de interés social que permitan la resolución de problemas e inconvenientes de la sociedad, las comunidades, la familia y la institución. En conclusión, la pedagogía es el resultado de la reflexión y de la conciencia de los actores.

Podemos concebir la pedagogía como un ejercicio de la razón referido a la educación, en relación semejante a la relación teoría-práctica y a la relación saberes-práctica, obtenemos una primera ventaja: la de cubrir con esta definición provisional, todo un conjunto de actividades tradicionalmente reconocidas como pedagógicas (Ávila, 2007, p. 20).

En conclusión, la pedagogía debe ostentar, por lo menos, un marco de referencia teórico que dé lugar a la reconstrucción o recontextualización de los sentidos reseñados de otras disciplinas en torno a las condiciones, acciones y motivos que los actores del escenario educativo desarrollan. Además, tal marco permitirá dilucidar los fines y las dimensiones a abordar en las disertaciones alusivas a la formación y a la educación, desde las cuales se interpela el compromiso y la responsabilidad social de los docentes y los establecimientos e instituciones educativas.

La concepción de universidad alude a lo universal, a la exploración de la totalidad, por ello debe trascender lo local e ir más allá con los propósitos de abrir horizontes, compartir conocimientos y formar individuos competentes y capaces de incidir positivamente en la sociedad. En este sentido, la universidad se convierte en

agente de cambio y tiene el desafío de buscar, junto con otras instituciones u organizaciones, la cimentación de una humanidad más justa y equilibrada. Para ello, es indispensable que las universidades adopten lineamientos pedagógicos que justifiquen su razón de ser en tanto instituciones de educación superior. Tales lineamientos son el resultado de sinergias en la comunidad académica y permiten interpretar las expresiones socio-históricas y generar principios pedagógicos orientadores.

De acuerdo con lo anterior, la educación superior se da en un complejo ambiente de relaciones humanas donde confluyen diferentes factores sociales y culturales que afectan la práctica pedagógica. Por ello, entender esta práctica es fundamental para dimensionar el rol formativo y ético de la educación superior. Por lo tanto, es importante crear espacios de diálogo entre los actores de la comunidad académica a fin de fortalecer, repensar, cambiar y redireccionar las prácticas pedagógicas, de manera que se produzcan alternativas educativas con un impacto positivo en la sociedad. Lo anterior conlleva una interpretación minuciosa desde la pluridimensionalidad de los distintos principios de planificación universitaria que constituyen los elementos de acción dentro y fuera del aula.

La educación universitaria cumple un papel imperante en la reproducción social, “la sociedad es un escenario de lucha” entre agentes o instituciones que debaten y reflexionan en torno a la concepción de educación y al modo en que esta prevalece en cada una de las comunidades, a través de normas que propendan a la equidad social (Bourdieu, 1997).

## Referencias

- Ávila, R. (2007). *Fundamentos de pedagogía: hacia una comprensión del saber pedagógico*. Magisterio.
- Bachelard, G. (1987). *La formación del espíritu científico*. (Trad. J. Babini). Siglo XXI. Trabajo original publicado en 1938).
- Bedoya, J. (2018). *Epistemología y pedagogía, paradigmas de la pedagogía en la educación (6ª ed.)*. Ecoe ediciones.
- Biggs, J. (2006). *Calidad del aprendizaje universitaria*. (Trad. M. Zabalza) Narcea.
- Böhm, W. (1995). *Teoría y práctica, el problema básico de la pedagogía*. Dykinson.
- Böhm, W., y Schiefelbein, E. (2004). *Repensar la educación*. Pontificia Universidad Javeriana.
- Bourdieu, P. (1997). *Capital cultural, escuela y espacio social*. (Trad. I. Jiménez) Siglo XXI.
- De la Maza Samhaber, L. M. (2008). Hegel y Schleiermacher. Encuentros y desencuentros entre dialéctica especulativa y hermenéutica. *Revista de Filosofía y Teología*, v. 3 (19), 273–291.
- Debesse, M., y Mialaret, G. (1973). *Historia de la pedagogía*. Oikos-Tau.
- Dewey, J. (1975). *Democracia y educación*. (Trad. Lorenzo Luzuriaga) Ediciones Morata. (Trabajo original publicado en 1916).
- Durkheim, E. (1935). *Educación y sociología*. La lectura.
- Engels, F. (2000). La contribución a la crítica de la economía política de Karl Marx. En K. Marx, *Contribución a la crítica de la economía política* (pp. 95) Siglo XXI. (Trabajo original publicado en 1859).
- Flórez, R. (1996). *Hacia una pedagogía del conocimiento*. McGraw-Hill.
- Freire, P. (1970). *El cambio*. México: Siglo XXI.
- Freire, P. (1970). *Pedagogía del oprimido*. (Trad. J. Medallo,) Siglo XXI.
- Freire, P., y Faundez, A. (2014). *Por una pedagogía de la pregunta, crítica a una educación basada en respuestas a preguntas inexistentes (5ª ed.)*. (Trad. Clara Berenguer Revert). Siglo XXI. (Trabajo original publicado en 1968).
- Goethe, J. (1991). *Años de aprendizaje de Guillermo Meister*, (Trad. Tenreiro, R). *Biblioteca Virtual Universal*. (Trabajo original publicado en 1976).

- Goethe, J. (1996). *De mi vida: poesía y verdad (2º ed.)*. (Trad. Curtius). Porrúa. (Trabajo original publicado en 1833).
- Herbart, J. (2005). *La educación a través de la instrucción*. (Trad. Gabriel Compareye). Trillas. (Trabajo original publicado en 1806).
- Herbart, J. F. (1935). *Pedagogía General derivada del fin de la educación*. Ed. Espasa-Calpe.
- Humboldt, A. (2011). *Views of nature or Contemplations on the Sublime Phenomena of Creation*. Cambridge University Press. (Trabajo original publicado en 1808).
- Kant, I. (1985). *Tratado de Pedagogía*. (Trad. C. Maldonado) Ediciones Rosaristas (Trabajo original publicado en 1803).
- Kant, I. (2002). *Fundamentación de la metafísica de las costumbres*. (Trad. M. García) Alianza Editorial. (Trabajo original publicado en 1797).
- Kant, I. (2009). *Sobre pedagogía*. (Trad. Oscar Caeiro) Editorial Universidad de Córdoba, Encuentro Grupo Editor. (Trabajo original publicado en 1803).
- Lucio, R. (1989). Educación, pedagogía enseñanza y didáctica, diferencias y relaciones. *Revista Universidad de la Salle*, (7), pp. 35-46.
- Luhmann, N. (1966). *Teoría de la sociedad y la pedagogía*. (Trad. J. Mélich). Paidós Educador.
- Makarenko, A. (2008). *Poema Pedagógico*. (Trad. Akal). Ediciones Akal, S. A. (Trabajo original publicado en 1933).
- Marx, K. (2008). *El capital. Crítica de la economía política, v. I*. (Trad. P. Scaron). Siglo XXI. (Trabajo original publicado en 1867).
- Ortiz Ocaña, A. (2010). Relaciones entre educación, pedagogía, currículo y didáctica, *Praxis*, v. 6 (1), pp. 197 – 219. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5907219>
- Piaget, J. (1975). *A dónde va la educación*. Teide.
- Picardo, J. (2005). *Diccionario Enciclopédico de Ciencias de la Educación*. Centro de Investigación Educativa, Colegio García Flamenco.
- Platón. (1966). *Obras completas*. (Trad. M. Araujo). Aguilar.
- Rosental, M., y Ludin, P. (1973). *Diccionario de filosofía*. Ediciones Universo.
- Rousseau, J. J. (1975). *Emilio o de la educación*. (Trad. R. Viñas) Espasa. (Trabajo original publicado en 1762).

- Rousseau, J. J. (1983). *Las confesiones*. (Trad. A. Gil) Espasa Calpe. (Trabajo original publicado en 1782).
- Schleiermacher, F. (1799). *Sobre la religión*. (Trad. M. Martínez) Tecnos.
- Soto Urrea, W. (2010). La concepción pedagógica en Rousseau y Goethe. *Itinerario Educativo: revista de la Facultad de Educación*, v. 24 (55), 145–158. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3438638>
- Splitter, L. J., y Sharp, A. M. (1996). *La otra educación, filosofía para niños y la comunidad de indagación*. Manantial.
- Skinner, B. 1968. *Walden Dos*. Editorial Fontanella. España
- Vargas Guillen, G. (2003). *Tratado de epistemología*. Universidad Pedagógica Nacional y San Pablo.
- Vargas Guillen, G. (2006). *Filosofía, pedagogía, tecnología: investigaciones de epistemología de la pedagogía y filosofía de la educación*. Universidad Pedagógica Nacional y San Pablo.
- Watson, J. B. (1913). Psychology as the behaviorist views it, *Psychological Review*, 20, 158–177.





## CAPÍTULO 2

# LA ENSEÑANZA – APRENDIZAJE: UNA REFLEXIÓN DE LA TEORÍA DEL ARTE Y LAS MATEMÁTICAS

El rápido desarrollo de las tecnologías digitales y los cambios en los flujos de información plantean nuevos retos en la práctica educativa. Existe un creciente interés por parte de los educadores por desarrollar competencias relacionadas con la solución de problemas, el pensamiento crítico, la comunicación, el trabajo en equipo y el manejo de la información. Este panorama requiere nuevos métodos de enseñanza que se ajusten a las nuevas exigencias del entorno. En este sentido, este capítulo se apoya en varias herramientas para proponer una metodología de trabajo apropiada en los salones de clase.

La dimensión social<sup>1</sup> que enmarca el quehacer docente está integrada en el conjunto de herramientas del trabajo pedagógico. En esta dirección, la teoría del arte pretende mostrar la importancia de la inmersión del artista en el ambiente que lo rodea, lo cual se interpreta como la humanización del docente en la enseñanza educativa. Esta idea puede sustentarse en algunos referentes conceptuales del desarrollo de las matemáticas contemporáneas. Un ejemplo se encuentra ampliamente ilustrado en la teoría de categorías. Esta teoría surge precisamente del estudio de las relaciones

---

1 El modelo pedagógico de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña (constructivismo social) apunta principalmente a la construcción del conocimiento por parte de la comunidad universitaria, usando el tejido social de la región como fuente de inspiración a fin de proponer modelos conceptuales orientados a producir un impacto en la población.

internas y externas de una variedad importante de entornos matemáticos, por ejemplo, las relaciones funcionales entre la topología y el *álgebra* dan origen a la topología algebraica. El matemático Alemán Alexander Grothendieck fue el principal desarrollador de la teoría de categorías y sus investigaciones han tenido un impacto enorme en el panorama de las matemáticas contemporáneas<sup>2</sup>.

El principal objetivo del presente capítulo es desarrollar, mediante la teoría del arte y la teoría de categorías, un conjunto de ideas que permitan al docente reflexionar sobre su labor. El eje central de la reflexión será establecer cómo los procesos de integración al ambiente y de búsqueda relacional, en el interior de uno o varios entornos, generan procesos de tránsito allende las obstrucciones fundamentales en la enseñanza de las matemáticas. La reflexión gira alrededor de las ideas de Merleau Ponty, Aby Warburg, Fernando Zalamea y Alexander Grothendieck.

## 2.1. La teoría del arte y las matemáticas

El arte es la ciencia de la belleza, las matemáticas son la ciencia de la verdad.

(Oscar Wilde, 1883.)

La matemática es la ciencia que aborda, analiza, interpreta y estudia las relaciones entre unidades abstractas, con el fin de hallar una respuesta concreta que no conduzca a contradicciones (Borel, 1962). En otras palabras, la matemática permite establecer un concepto y una teoría precisa y clara de unidades numéricas que representan una realidad. Desde esta perspectiva, la matemática, en su interpretación usual, es un conjunto de herramientas técnicas y conceptuales que permiten modelar el mundo fenoménico para lograr hacer predicciones. Esta visión, un poco sesgada, restringe el campo de acción de las matemáticas y no permite revelar una faceta más humana, necesaria en las interacciones de docente y estudiante en el aula de clase.

Desde el punto de vista de Lluís Puebla, la matemática se ha convertido en una forma de expresión artística, en palabras del autor “la matemática es una bella arte y una ciencia, se expresa de manera precisa, se vale de argumentos elegantes, de detalles perfectos, de deducción contundente y convincente, se evitan los argumentos feos” (Aceff y Lluís-Puebla 2006, p. 4).

Las matemáticas poseen varias características estéticas, dentro de ellas el hecho de que la mayoría de disciplinas o ramas del conocimiento se pueden analizar matemáticamente, según la intuición del matemático y su capacidad para formular

---

2 Una descripción detallada de la importancia e influencia de Alexander Grotendieck en las matemáticas de la década del cincuenta hasta la actualidad se encuentra en Jackson (2004).

y abordar problemas. Se puede indicar que la matemática es, en esencia, un arte, de modo que se ha formulado, lo que algunos autores llaman, teoría matemática de la música, la cual se basa en la teoría de los módulos y categorías, la geometría algebraica y la teoría de las representaciones. Su objetivo es describir las combinaciones musicales y se soporta en la comprensión de aspectos musicales relacionados con el raciocinio, es decir, la teoría está fundamentada en el uso de lenguaje apropiado, así como en un conjunto de axiomas o proposiciones que permiten esgrimir conceptos musicales y de composición (Mazzola, 2002). Como se puede apreciar, la creación artística musical es, en esencia, un proceso matemático.

La Música es una creación central de la vida y pensamiento del ser humano. Que actúa en otra capa de la realidad que la Física. [...] El intento de comprender o componer una obra de gran envergadura en la Música es tan importante y difícil como el intento de unificar la gravitación [...] La Matemática provee una base científica para comprender la música y [a partir de allí, esta] pueda considerarse una ciencia, no una rama de la literatura (Aceff y Lluís-Puebla, 2006, p. 34–35).

La teoría del arte, desde su posición humanística, tiende a dar cuenta de la producción pictórica y su efecto en la sociedad. El acercamiento al acervo artístico permitirá ampliar el espectro de herramientas metodológicas en la enseñanza de las matemáticas. En el escrito *El ojo y el espíritu* (2013), Maurice Merleau-Ponty establece un cuadro general de la creación artística con ideas bien delimitadas. Este punto de vista sintético será revelador para ampliar la definición de las matemáticas.

Los *éxitos* de la ciencia en el terreno de las aplicaciones son innegables, pero han alejado a los seres humanos de sus dinámicas de construcción teórica. En la actualidad es difícil encontrar alguien capaz de manejar los laberínticos conceptos que facilitan las bases de las teorías científicas.

Esta tendencia desintegradora se observa en el *ámbito* de la enseñanza de las matemáticas, donde no hay un canal de comunicación fluido entre estudiantes y docentes, debido en parte a la complejidad de los conceptos involucrados en las diferentes *áreas* científicas. En este sentido, Merleau-Ponty muestra una apreciación directa de este estado de cosas: “La ciencia manipula las cosas y renuncia a habitarlas. Construye modelos internos de ellas y, operando sobre esos *índices* o variables las transformaciones que permite su definición, se confronta solo de lejos con el mundo actual” (2013, p. 17).

Desde la perspectiva anterior, si se desea que un estudiante progrese en el ejercicio del aprendizaje de la matemática, es necesario acudir, en la enseñanza, a estrategias que lleven al estudiante a pensar, a razonar y a entender la verdadera sustancia de las matemáticas, de los números, de los teoremas, de los axiomas y de las fórmulas. Esto quiere decir que se debe proponer problemas y situaciones matemáticas que desarrollen el pensamiento y que, desde allí, sea capaz de comprenderlo y solucionarlo. En tal sentido, si se lleva al estudiante a la reflexión pausada y

razonada, se estará, a la vez, desarrollando la capacidad de enfrentar la realidad de la sociedad y del mundo (Callejo y Vila, 2003).

Ahora bien, la integración del conocimiento en la sociedad se produce cuando los individuos se involucran directamente en los procesos de génesis conceptual. La apertura de espacios de debate acerca de las ideas en acción es urgente en el mundo de la creciente especialización. En este sentido, la enseñanza de las matemáticas es fundamental para despertar en la sociedad el interés por los descubrimientos científicos y acercar a las personas a un entendimiento de la génesis de la ciencia y su efecto individual y colectivo. Por ello, es necesario encontrar canales de comunicación entre la ciencia y la sociedad para acercar las ideas científicas al corazón de la humanidad. En este sentido, Merleau-Ponty propone una construcción conceptual en dirección al entendimiento de la creación artística, en términos de la simbiosis del artista con el mundo observado.

“Es prestando su cuerpo al mundo como el pintor cambia el mundo en pintura. Para comprender esas transustanciaciones hay que encontrar el cuerpo operante y actual, aquel que no es un pedazo de espacio, o un haz de funciones, sino un entrelazamiento de visión y movimiento” (Merleau-Ponty, 2013, p. 21).

Un componente fundamental en la enseñanza es una entrega completa del docente, al trabajo de guiar los estudiantes en la asimilación de los conceptos. Merleau-Ponty expone magistralmente esta actitud pedagógica, en la labor del artista cuando involucra toda su potestad en la creación pictórica.

Visible y móvil, mi cuerpo se cuenta entre las cosas, es una de ellas, está prendido en el tejido del mundo, y su cohesión es la de una cosa. Pero, puesto que ve y se mueve, tiene a las cosas en círculo en torno a sí, ellas son un anexo o una prolongación de *él*, están incrustadas en su carne, forman parte plena de su definición plena, y el mundo está hecho de la pasta misma del cuerpo (Merleau-Ponty, 2013, p. 22–23).

Esta cercanía del artista y el objeto del arte, traducida en la enseñanza, se corresponde con un entendimiento vivencial del docente en relación con las personas presentes en el aula. El artista, al estar comprometido con la materia del arte, comienza a abrirse con naturalidad e inicia la comprensión integral del mundo.

Entre lo que toca y lo que es tocado, entre un ojo y otro, entre mano y mano se hace una especie de cruce, cuando se enciende la chispa del sentiente sensible, cuando prende el fuego que no cesará de arder (Merleau-Ponty, 2013, p. 24).

La disposición del docente al entregarse plenamente a la labor de enseñanza, en el sentido expuesto por Merleau-Ponty, es un indicador positivo en el entramado de las relaciones en el aula. Así pues, la integración del docente con los estudiantes,

en el aspecto de motivación conceptual y de dimensión humana, produce el clic pedagógico del inicio del aprendizaje. En este escenario favorable, el maestro comienza el trabajo de encontrar las sutilezas que permiten mejorar la labor misma de la enseñanza. Al respecto, Merleau-Ponty muestra el inicio del artista que percibe los elementos pictóricos como un proceso posterior a su integralidad en el mundo sensible.

Por supuesto que las cosas y mi cuerpo están hechos de la misma pasta, es preciso que su visión se haga de alguna manera en ellas, o incluso que su visibilidad manifiesta se duplique en *él* por una visibilidad secreta. Cualidad, luz, color, profundidad, que están ahí ante nosotros, no lo están más que porque despiertan un eco en nuestro cuerpo, porque este los acoge (Merleau-Ponty, 2013, p. 24).

La teoría plástica de Merleau-Ponty muestra la necesidad del artista de estar muy atento a las cualidades sensibles y a la *inmersión* de su cuerpo en el medio que lo rodea. De modo que el artista se encuentra interpretando la realidad en la producción artística.

Siguiendo el paralelo en la enseñanza de las matemáticas, el docente, para lograr su objetivo, debe hacer una *inmersión* plena en su entorno de enseñanza, a fin de detectar los elementos esenciales de obstrucción del conocimiento y planear las estrategias de tránsito. Al igual que el artista inicia su representación de la realidad en la obra pictórica mediante una *inmersión* en el mundo, el docente de matemáticas inicia una construcción abstracta de su entorno para iniciar la labor de enseñanza.

El cuadro, la mímica del comediante no son auxiliares que yo tomara prestados del mundo verdadero para apuntar a través de ellos a cosas prosaicas en ausencia de estas. Lo imaginario está mucho más cerca y mucho más lejos de lo actual: más cerca porque es el diagrama de su vida en mi cuerpo, su pulpa o su reverso carnal expuestos por primera vez a las miradas. Mucho más lejos, porque el cuadro no es un análogo más que según el cuerpo, porque no ofrece al espíritu una ocasión de repensar las relaciones constitutivas de las cosas, sino que ofrece a la mirada, para que los despose, los rasgos de la visión del interior, y a la visión lo que tapiza interiormente, la textura imaginaria de lo real (Merleau-Ponty, 2013, p. 25).

La producción pictórica encuentra un reflejo en la enseñanza en un doble sentido. En primera instancia, el docente en el aula hace un barrido general de los estudiantes y forma una idea abstracta de su clase. La labor del maestro propende a encontrar el mayor grado de integralidad de la clase teniendo en cuenta las particularidades de los estudiantes. Por tal motivo es necesario estar muy comprometido con el hacer de la enseñanza y tener un gran número de estrategias didácticas a disposición. La segunda instancia se relaciona con la naturaleza de la materia a enseñar. En las matemáticas, específicamente, ocurre un proceso de doble vía denominado

abstracción y especialización, el cual es fundamental al definir la metodología de enseñanza.

La abstracción comienza con el reconocimiento, a través de la experiencia y el examen de un número de situaciones específicas, de ciertos fenómenos que ocurren repetidamente y tienen características en común. Tal proceso se transforma en algo actual cuando las características comunes se presentan de forma aislada, es decir, surge una descripción axiomática de los conceptos. Este es el proceso de investigación de las principales estructuras matemáticas (grupos, espacios vectoriales, espacios topológicos, etc.).

A partir del concepto abstracto se desarrolla una teoría general para luego buscar ejemplos particulares. Esas instancias son llamadas ejemplos de los conceptos o modelos de los axiomas que definen los conceptos. Por ello, cualquier afirmación perteneciente a la teoría general es verdadera en todos los modelos. Por su parte, la búsqueda de nuevos modelos es un proceso de especialización inverso a la abstracción. En virtud de las anteriores consideraciones, la realidad matemática surge del ir y venir de lo particular a lo general.

El proceso de abstracción en *El ojo y el espíritu* alcanza una dimensión insospechada en términos de la producción pictórica.

La pintura da existencia visible a lo que la visión profana cree invisible, hace que no tengamos necesidad de un sentido muscular para tener la voluminosidad del mundo. Esta visión devoradora, más allá de los datos visuales, abre a una textura del Ser cuyos mensajes sensoriales discretos no son más que sus puntuaciones o sus censuras, y que el ojo habita como el hombre su casa (Merleau-Ponty, 2013, p. 27).

En sintonía con Merleau-Ponty, se afirma que el objeto de las matemáticas es develar las estructuras ocultas de lo invisible (el espíritu) y hacerlas visibles (el ojo). Por extrapolación, el docente tiene como objetivo visibilizar los elementos que mejoran la labor de la enseñanza y potenciar en los estudiantes el aprendizaje.

Otra manera de entender la creación artística como un proceso de integración lo constituye la obra de Aby Warburg. En su ensayo *El ritual de la Serpiente* (2004), muestra el mayor grado de integración al de algunas culturas indígenas en los Estados Unidos en contraste con la cultura occidental.

“A nosotros, esta combinación de magia fantástica y sobria funcionalidad nos parece un síntoma de escisión; para el indio, sin embargo, esto no resulta para nada esquizofrénico, sino todo lo contrario: es la experiencia liberadora de poder establecer una relación encarnada entre el ser humano y el mundo circundante” (Warburg, 2004, p. 11).

La búsqueda de condiciones de integración del docente con los estudiantes es fundamental en la enseñanza en general. La integración deberá surgir de manera natural de las condiciones de la clase, de lo contrario el autoritarismo completo o la relajación total llevarían a un fracaso en el proceso del aprendizaje. En los pueblos indígenas, el concepto de integración se manifiesta en todos los niveles, cotidianos y religiosos.

La llamada superstición va de la mano de las actividades cotidianas. Consiste en la adoración de fenómenos naturales y plantas, a los que indios atribuyen una vida anímica propia que creen poder influenciar a través de sus danzas y sus máscaras. Es la experiencia liberadora de poder establecer una relación encarnada entre ser humano y el mundo circundante (Warburg, 2004, p. 29).

Al interior de las matemáticas es posible reflejar la dinámica de la anterior cita. La teoría de categorías captura la dinámica estructural de las teorías matemáticas concretas detectando objetos universales, además establece puentes entre diferentes categorías concretas y extiende las relaciones a las categorías abstractas.

La siguiente sección tiene por objetivo mostrar cómo técnicamente, en las matemáticas, la teoría de categorías busca las pulsiones ocultas en el interior de la estructuración simbólica. Siguiendo la línea metodológica del capítulo, la reflexión alrededor de la teoría de categorías servirá en buena medida para construir ideas a propósito de la enseñanza de las matemáticas. “Permanezcamos en lo visible en el sentido estrecho y prosaico: el pintor, sea el que sea, mientras pinta, práctica una teoría mágica de la visión” (Merleau-Ponty, 2013, p. 27).

## 2.2. La teoría de categorías y las matemáticas

La verdad se encuentra en la simplicidad y no en la  
multiplicidad y confusión de las cosas  
Isaac Newton, 1701.

La primera parte de la presente sección muestra el panorama de las matemáticas en la actualidad y su relación con la teoría de categorías con elemento integrador. Gradualmente este factor motivará conceptos en relación con la enseñanza de las matemáticas.

Las matemáticas son un conjunto de teorías, estructuras y construcciones estudiadas como un objeto estable por una comunidad y, en algunos casos, tienen un reflejo efectivo en el mundo físico. Para apreciar la evolución de las matemáticas es posible clasificarlas desde el punto de vista histórico, enfatizando en algunos de sus representantes:

- Matemáticas clásicas (mediados del siglo XVII–mediados del siglo XIX): uso sofisticado del infinito (Pascal, Leibniz, Euler, Gauss)



- Matemáticas modernas (mediados del siglo XIX–mediados del siglo XX): uso sofisticado de propiedades estructurales y cualitativas (Galois, Riemann, Hilbert)
- Matemáticas contemporáneas (mediados del siglo XX–hoy): uso sofisticado de propiedades de transferencia, reflexión y pegamiento (Grothendieck, Serre, Shelah). (Zalamea, 2009, p. 23 – 24).

Las matemáticas clásicas abarcan el estudio sistemático del cálculo diferencial e integral; las matemáticas modernas inician con la invención de conceptos fundamentales introducidos por Galois (Teoría de grupos), Riemann (Superficies de Riemann) y Hilbert (Análisis funcional, lógica matemática, teoría de cuerpos); las matemáticas contemporáneas hacen su aparición con el concepto de haz con Grothendieck. Un factor determinante para la enseñanza de las matemáticas es tener un registro claro del desarrollo de los conceptos matemáticos a lo largo de la historia.

La matemática posee varias características que la diferencia de otras disciplinas, tales como, en primer lugar, su objeto de estudio es difícil de definir, puesto que este es abstracto y se encadena con otros conceptos, por ejemplo, al describir la geometría descriptiva, se acude a conceptos como el de espacio y, a partir de allí, se da una explicación intuitiva; en segundo lugar, la matemática es lógica perfecta; en tercer lugar, la matemáticas es conclusiva e independiente (Aceff y Lluís-Puebla, 2006).

Para tal caso, la teoría matemática de la música tiene como propósito desarrollar un marco científico para la musicología, para lo cual se establecen relaciones musicales y musicológicas a partir del estudio de la matemática aplicada. Ello se ilustra en la obra *The topos of Music* de Mazzola (2002), abordada en la sección anterior, en la cual *topos* se refiere a *lugar*, es decir, se relaciona con el concepto de música como un tópico y con la teoría matemática Topos (tratada más adelante), la cual establece un sistema matemático de signos musicales, de ahí que la música sea un sistema abstracto con una explicación matemática.

La teoría matemática de la música está fundada en la teoría de módulos y categorías, en la teoría algebraica, en la geometría algebraica y en la teoría de las representaciones. Al respecto Mazzola afirma:

Su propósito es el de describir las estructuras musicales. La filosofía detrás de ella es la de comprender los aspectos de la Música que están sujetos al raciocinio de la misma manera en que la Física puede hacerlo de los fenómenos propios del trabajo científico. Esta teoría está basada: en un lenguaje adecuado para manejar los conceptos relevantes de las estructuras musicales, en un conjunto de postulados o teoremas con respecto a las estructuras musicales sujetas a las condiciones definidas y, en la funcionalidad para la composición y el análisis con o sin computadora (2002, p. 34).

La música pues es un arte racionalizado con la matemática y se relaciona con cuatro actividades fundamentales: producción, recepción, documentación y comunicación, lo cual se coteja con un tetraedro, en tanto cada actividad es importante y está unida a las otras para dar sentido a la música. Lo anterior rotula un asiento ontológico de la música, como un punto en un cubo tridimensional organizado por elementos de la realidad, de la comunicación y de la semiosis: la primera dimensión es la interconexión de un escenario físico, psíquico y mental; la segunda, del creador, obra y escucha; y la tercera, del significado, significante y significación.

Los tres elementos de la realidad musical se pueden ilustrar a partir de un cubo topográfico: “un conjunto de  $3^3=27$  posibles ubicaciones topográficas como puntos donde cualquier objeto puede ubicarse en cualquier subconjunto del cubo y los 27 puntos son solo ubicaciones elementales, a partir de las cuales se compone la ontología” (Mazzola, Noll y Lluís-Puebla, 2004, p. 72).

Adicionalmente, la variedad conceptual y metodológica de las matemáticas es una herramienta valiosa para su enseñanza en todos los niveles de escolaridad. El profesor Fernando Zalamea, durante su carrera como matemático y escritor, ha estado interesado en las hondas relaciones de las matemáticas y la cultura, por ejemplo ha estudiado en detalle el concepto *topos*<sup>3</sup> como herramienta conceptual que unifica diferentes partes del conocimiento.

El tránsito y la obstrucción se encuentran asociados a problemas de naturalidad y artificialidad en la cultura. Si en cierto sentido puede decirse que la cultura es eminentemente artificial, construcción humana alejada de la naturaleza, necesitada de una distancia fundamental para su crecimiento, es también verdad que muchas de las creaciones mayores de la humanidad responden a problemáticas naturales de los seres humanos: su tránsito entre vida, amor y muerte (poesía, literatura), su deseo de trascendencia (religión, mística), su capacidad imaginativa (matemática, arte), su lugar en el cosmos (física, metafísica). El problema de las obstrucciones en la cultura puede abordarse entonces gracias a métodos propios del *topos* de acciones de un monoi-de (Zalamea, s.f., p. 230-231).

La siguiente lista, del profesor Zalamea, muestra gran parte de la riqueza metodológica del hacer matemático hasta nuestros días y su diversidad es un marco conceptual importante a la hora de investigar o enseñar las matemáticas:

- i. *compleja jerarquización* de las diversas teorías matemáticas, irreducibles entre sí relativamente a sistemas intermedios de deducción;

---

3 Un *topos* es una generalización del concepto espacio topológico, donde se enfatizan las relaciones del espacio con su entorno.

- ii. *riqueza* de modelos, irreducibles a meras manipulaciones lingüísticas;
- iii. *unidad* de métodos estructurales y de polaridades conceptuales detrás de la anterior multiplicidad efectiva;
- iv. *dinámica* del hacer matemático, contrastado entre lo libre y lo saturado, atento a la división y la dialéctica.
- v. *enlace teorematológico* de lo que es múltiple en un nivel con lo que es uno en otro nivel, por medio de mixtos, ascensos y descensos. [...]
- vi. *impureza estructural* de la aritmética (conjeturas de Weil, programa de Langlands, teoremas de Deligne, Faltings y Wiles, etc.);
- vii. *geometrización* sistemática de todos los entornos de la matemática (haces, homologías, cobordismo, lógica geométrica, etc.);
- viii. *esquemización* y liberación de restricciones conjuntistas, algebraicas o topológicas (grupoides, categorías, esquemas, topos, motivos, etc.);
- ix. *fluxión* y deformación de los linderos usuales de las estructuras matemáticas (no linealidad, no conmutatividad, no elementalidad, cuantización, etc.);
- x. reflexividad de teorías y modelos sobre si mismos (teorías de clasificación, teoremas de punto fijo, modelos monstruo, clases elementales / no elementales, etc.). (Zalamea, 2009, p. 25 y 31).

La siguiente cita muestra con precisión cómo la teoría de categorías es relevante en el entramado del desarrollo matemático:

La diferenciación y la reintegración alcanzan un alto grado de precisión metodológica en la teoría matemática de categorías. Como contraparte de la analítica conjuntista propugnada por los herederos de Cantor, la teoría de categorías deja de desmenuzar los objetos por dentro y de analizarlos mediante elementos, y pasa a elaborar aproximaciones sintéticas en las cuales los objetos son estudiados por su comportamiento exterior, en correlación con su medio ambiente. Entendidos como cajas negras, los objetos categóricos *dejan de ser* tratados analíticamente, y mediante un importante esfuerzo acumulativo de caracterizaciones sintéticas se observa el movimiento de los objetos en contextos variables. La teoría de categorías detecta, para ciertas clases de estructuras (lógicas, algebraicas, ordenadas, topológicas, diferenciables, etc.), algunos invariantes sintéticos generales dentro de esas clases, y los define mediante ciertas propiedades universales. Múltiples vaivenes de información se instauran entonces entre categorías abstractas y categorías concretas. Un incesante proceso de *diferenciación* diversifica las construcciones universales que se dan en las categorías abstractas y las encarna en contrastantes formas dentro de múltiples categorías concretas. Inversamente un incesante proceso de *integración* busca constructos y raíces comunes, en el nivel de las categorías abstractas. (Zalamea, 2009, p. 69).

Una categoría puede ser pensada, en primer lugar, como un universo para algún tipo particular de discurso matemático. El universo categórico es determinado por la especificación de los *objetos* de la categoría y de ciertas *flechas* que relacionan los diferentes objetos. Así, por ejemplo, el estudio de la topología tiene lugar en un universo de discurso (categoría) donde los objetos son los espacios topológicos y las flechas son las funciones continuas; el *álgebra* lineal tiene lugar en una categoría cuyos objetos son los espacios vectoriales y las flechas son las transformaciones lineales; la teoría de grupos se desarrolla en una categoría cuyas flechas son homomorfismos de grupos; en la topología diferencial, las flechas son las funciones suaves entre variedades.

En el caso del aprendizaje, la categoría tiene como objeto a los estudiantes y el docente (o los docentes), y las flechas son las relaciones entre estudiantes y docente(s). Las definiciones de las relaciones internas del aprendizaje–enseñanza son llevadas a cabo a partir de una plena comprensión conceptual, humanística y metodológica del docente. En este sentido, es posible afirmar que la categoría aquí expuesta desvela las pulsiones ocultas del aula.

Tiene sentido pensar que el ancho del espectro matemático (recordar la lista metodológica señalada en la parte superior) es un número amplio de subdivisiones o categorías. La teoría de categorías provee un lenguaje para tratar con esos dominios y desarrolla métodos para pasar de un lado al otro.

La teoría de categorías fue planteada en 1940 por Samuel Eilenberg y Saunders MacLane, a partir de la topología algebraica, donde las construcciones tenían como finalidad conectar la categoría de los espacios topológicos con la categoría de los grupos. Posteriormente, Alexander Grothendieck, en su célebre tratado sobre *álgebra* homológica, introduce las nociones de la teoría de categorías con la finalidad de entender la dinámica subyacente en el estudio de los espacios topológicos y la conexión con los invariantes más finos de clasificación algebraica.

La “gran visión” de la teoría de categorías propuesta por Grothendieck se mantiene extraordinariamente fresca cincuenta años después. Se trata de una larga sección inicial (20 páginas) en la que Grothendieck establece los tres claros niveles del pensamiento categórico –morfismos, funtores, transformaciones naturales–, introduce sus categorías aditivas y abelianas, compara axiomas de existencia de productos infinitos, establece la existencia de suficientes inyectivos (vía diagramas, generadores y productos) y desarrolla las categorías cociente. En ese proceso, resultan notables los ejemplos de Grothendieck, situados como pequeñas joyas cristalinas en el vaivén de ascenso y descenso entre lo universal y lo concreto. (Zalamea, 2009, p. 92–93).

El estudio de las categorías rápidamente se convirtió en una disciplina por derecho propio y en la actualidad es considerada una parte de las matemáticas puras. La teoría de categorías ha sido extremadamente *útil* para expresar ideas fundamentales

ocultas en las diferentes teorías (propiedades universales, adjunciones). Además, ha tenido un impacto importante en *áreas* de las ciencias de la computación. En lo que respecta a la innovación en el *área* de matemáticas, está sujeta a los métodos y técnicas del docente o del matemático, para impartir o dar a conocer las teorías matemáticas, los conceptos y los principios matemáticos. De la misma manera, es importante tener en cuenta que, aunque el uso de las tecnologías apoya la innovación, en la enseñanza de la matemáticas es importante realizar preguntas disciplinares y de otras disciplinas en las cuales se aplican principios matemáticos.

### 2.3. La técnica de la marea subiente en la educación

La esencia de las matemáticas no es hacer las cosas simples complicadas, sino hacer las cosas complicadas simples  
S. Gudder, 1972.

Alexander Grothendieck es uno de los más grandes matemáticos del siglo XX, por el impacto de sus trabajos y sus reflexiones filosóficas en relación con el quehacer del matemático profesional, la enseñanza de las matemáticas y la cultura en general. Entre sus escritos relacionados con la cultura en general, *Cosechas y Siembras* tienen un lugar destacado.

*Récoltes et semailles* constituye probablemente el mayor análisis jamás escrito sobre la creatividad matemática. El calificativo “mayor” no es gratuito y puede ser medido tanto en extensión (cerca de 1500 páginas), como en profundidad (recuento del pensamiento de uno de los mayores matemáticos del siglo XX). El producto final conforma una verdadera mina para el entendimiento de la matemática contemporánea, su historia, su sociología y su filosofía (Zalamea, 2019, p. 387).

Alexander Grothendieck en sus años (década de los ochenta) en la Universidad de Montpellier reflexionó sobre su actividad de investigación y docencia. Sus apreciaciones son de gran ayuda para establecer elementos importantes en la dialéctica enseñanza–aprendizaje.

Los tres últimos años, he enseñado como un ciego que pintase. Hablaba de cosas que iba descubriendo a personas venidas a escucharme por alguna extraña obligación. Ciertamente, las cosas vistas y dichas eran tan tangibles y tan simples que un niño curioso podría descubrirlas conmigo como compañero de juego –y yo hablaba como le hubiera hablado a ese niño, o a mí mismo. Y llevado por ese diálogo imaginario, permanecía ciego al hecho de que monologaba, ante unos alumnos dedicados a tomar apuntes de un curso que no les concernía. (Grothendieck, 1983 – 1986, III, p. 76).

En la anterior cita, Grothendieck muestra algunas características negativas de la enseñanza de las matemáticas. La primera de ellas se encuentra en el educador, quien asume la sencillez de la materia enseñada, lo cual propicia un discurso vacío

para los estudiantes. La segunda, en el estudiante, quien asiste a una asignatura con el simple interés de cumplir un requisito del currículo sin tener ninguna motivación fundamental. La unión de estas circunstancias deriva en un ambiente educativo en dirección opuesta al aprendizaje. Continúa Grothendieck,

Las cosas dichas ya podían ser infantiles y vivas – eran como otros tantos objetos heteróclitos y muertos que se amontonan a barullo en unos espíritus inertes – golpeados por la parálisis. La indiferencia siempre será capaz incapaz de abrasar, ni siquiera las evidencias que un niño reconoce al jugar. Si, por más que se afane en lograr sus fines, la indiferencia permanece impotente. Cuando no me mueve la alegría, a menudo el esfuerzo desemboca en la angustia, jamás en una comprensión. Donde no hay comprensión, ¿puede haber competencias? (Grothendieck, 1983 – 1986, III, p. 76).

Cuando los contenidos de una asignatura no generan emoción en los estudiantes, se produce el efecto contrario al objetivo del oficio de enseñar. La asignatura se torna árida y la comprensión de la misma se dificulta. En este escenario, es poco probable que las competencias trazadas por el educador se logren alcanzar. Continúa,

Sin saberlo, prisionero inconsciente de los encantos de un solitario viaje de descubrimiento, no he hecho más que perturbar en unos alumnos sin voz las viejas angustias, las viejas impotencias. Algunas notas a final del año, garabateadas por una mano cansada en unos exámenes escritos sin convicción y leídos sin gusto; he aquí a que se reduce el irrisorio balance de tres años de actividad docente (Grothendieck, 1983 – 1986, III, p. 76).

Lograr que los estudiantes pierdan el temor que producen las matemáticas es un componente fundamental de la labor docente en el aula de clase. Durante largo tiempo el método clásico de enseñanza ha generado un aura de complejidad en las asignaturas con alto porcentaje de conceptos matemáticos. Parte fundamental del trabajo en el aula propende a diseñar estrategias que logren despertar el interés de los estudiantes por las asignaturas que cursan. Proponer una metodología que permita aportar ideas alrededor de las estrategias en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un objetivo primordial del presente trabajo.

En este panorama desalentador Grothendieck inicia una reflexión introspectiva del papel del docente, cuando su oficio tiende a volverse repetido y vacío.

¿Qué haremos, nosotros los nuevos protagonistas, en este año académico que comienza, para responder a la desiderata de un curso oficial, sin limitarnos por eso a reproducir el escenario inmutable del profesor perorando ante sus alumnos? Toda enseñanza es castradora, todo discurso vano, si no se dirige a unos cuya curiosidad no esté ya despierta. Cuando la curiosidad está ausente, y quizás hasta borrado el recuerdo de los tiempos pasados en que aún estaba viva en nosotros - ¿Qué hacer para revivirla? (Grothendieck, 1983 – 1986, III, p. 76).

¿La anterior pregunta es esencial en la reflexión que cada docente debe hacer a modo de autocrítica? ¿Qué estrategia aplicar para motivar a los estudiantes a encontrar agrado en las asignaturas? Para responder a estas preguntas, se formula una estrategia en varias etapas fundamentada en la metodología investigativa de Alexander Grothendieck. Se inicia con una descripción de la metodología de la marea subiente y su relación con la teoría de categorías, posteriormente se introducen algunos elementos de la teoría de categorías para definir las herramientas conceptuales que permitan definir el aprendizaje de las matemáticas.

La técnica de la marea subiente para solucionar problemas en matemáticas consiste en crear un ambiente matemático (un ambiente categórico) lo suficientemente rico para definir el problema en cuestión. Esta situación deberá producir una disolución natural del problema, es decir que la demostración matemática sea lo más evidente posible. Esta técnica contrasta con el método del martillo y el cincel, en el cual una herramienta sofisticada es aplicada hasta resolver el problema. Grothendieck nos muestra este conjunto de ideas en su célebre cita sobre la marea subiente.

Tomemos por ejemplo la tarea de demostrar una conjetura. Veo dos enfoques extremos para conseguirlo. Uno es el martillo y el escoplo, si el problema planteado se ve como una nuez, dura y lisa, cuyo interior, la nutritiva carne protegida por la cáscara, hay que alcanzar. El principio es simple: se coloca el filo del escoplo contra la cáscara, y se golpea fuerte. Si es preciso, se repite en diferentes lugares, hasta que la cáscara se parte – y todos contentos. [...] El otro es el de la *marea*. La marea avanza insensiblemente y sin ruido, parece que nada pasa nada se mueve el agua esta tan lejos apenas se oye... Sin embargo termina por rodear la substancia reacia, está poco a poco se convierte casi en una isla, después un islote, que termina por sumergido a su vez, como si finalmente se hubiera disuelto en el océano que se extiende hasta perderse de vista... (Grothendieck, 1983 – 1986, III, p. 77).

A continuación, presentamos la técnica de la marea subiente en la obra matemática de Grothendieck. En 1949 André Weil publicó un conjunto de conjeturas que relacionaban la teoría de números con la topología<sup>4</sup>. Estas conjeturas plantean el conteo de los puntos sobre una variedad algebraica definida en un cuerpo de finito. Alrededor de 1955, Grothendieck conoce tales conjeturas por medio de su amigo y docente Jean Pierre Serre, quien le expresa las conjeturas en términos *cohomológicos*<sup>5</sup>.

---

4 Un recuento detallado de las conjeturas de Weil se encuentra en el trabajo de Quallbrunn (2007), *Las conjeturas de Weil y la teoría elemental de motivos*.

5 El grupo de cohomología, asociado a un espacio topológico, es un invariante sofisticado que permite clasificar espacios topológicos vía transformaciones continuas.

El primer paso de Grothendieck, en relación con la solución de las conjeturas de Weil, fue construir un concepto que extienda la idea de variedad algebraica para abarcar los casos de variedades definidas sobre campos finitos<sup>6</sup>. Esta idea es el nacimiento de la teoría de esquemas. El siguiente paso de Grothendieck fue el estudio sistemático de la categoría de esquemas<sup>7</sup>. Aquí aparece la primera imagen de la técnica de la marea subiente. El problema inicial se sumerge en el estudio categórico del concepto generalizado de variedad.

Posteriormente, Grothendieck y sus colaboradores encuentran que el concepto *haz*<sup>8</sup> es la clave para lograr solucionar las conjeturas, por ello definen la categoría de haces sobre un espacio topológico y la asocian la cohomología adecuada. Este es el surgimiento del concepto *topos*.

El punto crucial aquí, desde la óptica de las conjeturas de Weil, es que la nueva noción es lo bastante amplia para permitirnos asociar a todo “esquema” uno de tales “espacios generalizados” o “topos” (llamado el “topos étal” del esquema considerado). Ciertos “invariantes cohomológicos” de esos topos parecían tener una buena oportunidad de proporcionar “lo que hacía falta” para dar todo su sentido a esas conjeturas y (¡quién sabe!) quizás de proporcionar los medios para demostrarlas (Grothendieck, 1983 – 1986, Preludio, p. 31).

La marea de Grothendieck adquiere una dimensión técnica en el siguiente sentido:

1. Calcula el contexto natural del problema (el *topos* étal de un esquema).
2. Calcula la cohomología asociada a los *topoi* (construcción del haz asociado al esquema).
3. La cohomología asociada podría solucionar el problema de manera natural.

Al extender la técnica de la marea subiente al terreno de la enseñanza de las matemáticas es posible desarrollar varias ideas, tal como la creación de un ambiente donde el proceso de enseñanza – aprendizaje sea lo más natural posible y, de forma casi indirecta, se generen los resultados deseados. En contraposición, el método tradicional consigue resultados con métodos más impositivos y menos flexibles.

Por supuesto es necesario precisar cómo es posible estructurar a partir de la teoría del arte, la teoría de categorías y las reflexiones de Grothendieck algunos elementos

---

6 La principal razón de la construcción de Grothendieck fue la adecuación de las herramientas categóricas, inventadas por él en su artículo *Tohoku* (Grothendieck, 1957), al caso de variedades sobre cuerpos finitos.

7 De esta época es la elaboración del tratado de geometría algebraica, que se compone de cuatro tomos construidos alrededor de la teoría de categorías (Grothendieck, 1960-1967).

8 Un haz es una forma natural de desplegar un espacio topológico mediante diferentes estructuras matemáticas conservando buenas propiedades de pegamiento local.



que ayuden al docente en el terreno educativo. Inicialmente se definen varios puntos que se desarrollarán con mayor detalle en la siguiente sección:

1. Realizar un proceso de inmersión del docente en el aula con el objetivo de precisar los elementos que plantean obstrucciones en la enseñanza y la búsqueda de condiciones para plantear estrategias de tránsito.
2. Elegir con sumo cuidado las ideas motrices para introducir alguna temática.
3. Interpretar los conceptos relevantes y encontrar el lenguaje simbólico adecuado que los represente.
4. Dar inicio a un continuo proceso de autoevaluación metodológica, mediado por las relaciones de comunicación en el aula.

## 2.4. Conclusiones de la reflexión

Ninguna investigación humana puede ser llamada verdadera ciencia si no puede ser demostrada matemáticamente  
(Leonardo da Vinci).

A modo de cierre de la reflexión alrededor de la teoría del arte, la teoría de categorías, el pensamiento de Grothendieck y la enseñanza de las matemáticas, vamos a iniciar un recorrido por los cuatro puntos expuestos en la sección anterior.

### ***a. Realizar un proceso de inmersión del docente en el aula con el objetivo de precisar los elementos que plantean obstrucciones en la enseñanza y la búsqueda de condiciones que permitan plantear estrategias de tránsito***

En la enseñanza de las matemáticas es muy importante que el docente tenga una motivación intrínseca por la asignatura que imparte y realice una inmersión completa en el aula. En este punto es relevante asociar la labor docente con el mecanismo creativo del artista al elaborar una obra pictórica. En la primera sección del presente capítulo se profundizó en esa dirección. El docente debe tener claridad de las fortalezas y debilidades de los estudiantes, y plantear formas de enseñar más claras y naturales según la necesidad del entorno tanto externo como interno del aula. Vale la pena resaltar, a modo de símil, las maneras en que los pueblos indígenas de América del Norte estructuran su cultura. Del amor infinito surge la llama que inicia el comienzo por la labor docente. Grothendieck realizó una interesante reflexión en la anterior dirección:

Nuestro principal propósito será pues incitar a jugar al niño que dormita en el Alumno paralizado en su asiento, igual que en su profesor. ¿Pero le corresponde al Profesor incitar – no es más bien el papel de cada uno de nosotros incitar a los demás, comenzado por uno mismo? (1983 – 1986, III, p. 80).

En ese sentido, Grothendieck muestra la motivación para investigar en las matemáticas como sigue:

Sólo por haberlas entrevisto, era como si las hubiera conocido desde siempre – como si fuera *deseo* el que las hubiera forjado deliberadamente, amorosamente, como una llave que pudiera abrirme un mundo desconocido, misterioso, cuyo presentida riqueza iba a revelarse inagotable... (1983 – 1986, III, p. 80).

De manera increíble, Grothendieck nos trasmite la emoción que sintió al aprender matemáticas de su amigo y mentor, el gran matemático Jean Pierre Serre<sup>9</sup>.

Lo esencial es que una y otra vez era Serre el que sentía una rica substancia tras un enunciado que, de buenas a primeras, me hubiera dejado frío – y él lo-graba – pasar esa percepción de una sustancia rica, tangible, misteriosa – esa percepción que es al mismo tiempo deseo de conocer esa substancia, de penetrar en ella. Quizás sea ese el momento más crucial de todos en un trabajo de descubrimiento. Si Serre ha jugado un importante papel en mi trabajo y en mi obra matemática, ha sido más, me parece, en la aparición de esos momentos cruciales, cuando salta la chispa y se desencadenan oscuras e invisibles labores, que por los medios técnicos desconocidos por mí que me proporcionaba en el momento justo o por las ideas que tomaba de él, en los estadios posteriores de mi trabajo. (1983 – 1986, III, p. 80).

### ***b. Elegir con sumo cuidado las ideas motrices para introducir alguna temática***

Existe la idea de que el saber matemático es abstracto y difícil de entender, pensamos que esta concepción es completamente incorrecta. Detrás de las construcciones matemáticas existen dialécticas que gobiernan toda la estructuración simbólica. A este respecto Albert Lautman afirma,

En un trabajo anterior hemos intentado mostrar, con algunos ejemplos, como se realizan de manera concreta en las matemáticas las relaciones ideales de una dialéctica abstracta y superior a las matemáticas. En ese sentido es que la realidad intrínseca de las matemáticas nos ha parecido residir en su forma de participar en las ideas de esa dialéctica dominante (2006/2011, p. 334).

Es necesario resaltar que la realidad matemática tiene varios niveles de organización. Los niveles inferiores e intermedios demarcan las matemáticas en teorías estructurales (grupos, espacios topológicos, espacios vectoriales, variedades, etc.) y los diferentes teoremas de representación y dualidad dan cuenta de la riqueza

---

9 Jean Pierre Serre es el matemático más joven en recibir la medalla Field, el reconocimiento más importante que se le otorga a un joven investigador en matemáticas.

reticular de la conceptualización. En los niveles superiores, las estructuras genéricas (categorías) moldean con precisión técnica los movimientos plásticos de los niveles inferiores. Al final de la jerarquía, liberándose de la técnica precisa de las matemáticas, se encuentra la dialéctica al puro estilo platónico. Este es el lugar de origen de las tendencias opuestas que prefiguran el pensamiento en estado puro.

Lautman filtra el “espíritu de la época” y se enfrenta a varios niveles de estructuración matemática: objetos estructurados “concretos” (grupos, álgebras, espacios de Hilbert, etc.), correspondencias estructurales “intermedias” (teoremas de dualidad, correspondencias de Galois, representaciones conformes, etc.), estructuras “genéricas” (retículos). Yendo aún más lejos, Lautman vislumbra unos idiosincráticos “esquemas de estructura» donde se coligan – en un nivel lógico “superior”: más libre y universal – algunas oposiciones *libres* (local/global, extrínseco/intrínseco, discreto/continuo, etc.) dentro de entramados de estructuras posibles (Zalamea en Estudio introductorio de Lautman, 2011, p. 41).

Lautman crea un marco conceptual para estudiar la dialéctica que determina el vaivén de las “matemáticas reales”. Crea una triada de conceptos (ideas, nociones y mixtos) para dar cuenta de las génesis matemáticas y su relación con la filosofía. Las nociones son parejas de conceptos contrapuestos (por ejemplo, el todo y las partes), las ideas son soluciones parciales de las polaridades (por ejemplo, pegamiento de lo local en estructuras globales) y los mixtos son constructos intermedios entre nociones que permiten determinar las ideas.

El enriquecimiento mutuo entre las Matemáticas efectivas y la Dialéctica se refleja en un ascenso y descenso natural entre *nociones e ideas* lautmanianas, por un lado, y los *mixtos*, por otro lado. De hecho, ascendiendo desde los mixtos, se “liberan” nociones e ideas que permiten situar el lugar de esos mixtos dentro de una dialéctica más amplia; y, a su vez, descendiendo desde las nociones, se elaboran nuevos mixtos para precisar y “encarnar” el contenido de las ideas en juego (Zalamea en Estudio introductorio de Lautman, 2011, p. 52-53).

La teoría de categoría, en este contexto, adquiere una fuerza insospechada como soporte conceptual a la dialéctica presentada por Lautman. Zalamea, en su estudio introductorio, acota el lenguaje lautmaniano de las nociones, ideas y mixtos con el soporte sintético de las categorías.

El lenguaje lautmaniano de “nociones”, “ideas” y jerarquías dialécticas adquiere en la teoría de categorías un delimitado soporte técnico. Las “nociones” pueden ser precisadas mediante construcciones categóricas universales (diagramas, límites, objetos libres); las “ideas” mediante elevaciones de clases de objetos libres a adjunciones functoriales; las jerarquías dialécticas, mediante escalas de niveles de transformaciones naturales (Zalamea en Estudio introductorio de Lautman, 2011, p. 59).

El panorama general expuesto muestra el poder de las ideas conceptuales sobre la práctica matemática, por ello son necesarios los esquemas diagramáticos en una aproximación inicial de la enseñanza de las matemáticas. Este mapa general del conocimiento puede y debe contextualizar, para el estudiante, cualquier temático a tratar y servirá de guía en las consideraciones más técnicas.

### ***c. Interpretar los conceptos relevantes y encontrar el lenguaje simbólico adecuado que los represente***

El desarrollo de los conceptos relevantes en la enseñanza de las matemáticas permite un acercamiento más eficiente a los estudiantes. Un problema matemático puede variar en rango de complejidad desde una sola ecuación a un sistema de varias ecuaciones, desde una ecuación diferencial ordinaria o parcial hasta un sistema de estas, desde un problema de optimización hasta un modelo probabilístico, e incluso se puede tener una combinación de lo mencionado anteriormente.

Un problema matemático está bien formulado si tiene una única solución y si la solución depende repetidamente de los datos donde la continuidad ha sido medida con precisión. En general los fenómenos que pueden ser descritos son muy complejos o no es posible explicar todos sus componentes en el proceso de modelado, esto puede suceder porque:

- No es posible conocer todos los datos.
- El modelo propuesto no posee soluciones numéricas que se pueden calcular en tiempo real.

El balance entre la elección del modelo matemático y la precisión del modelo depende del costo de calcular las soluciones. El costo de encontrar soluciones numéricas en un modelo depende de las capacidades de cómputo real. En términos de la enseñanza, los costos se miden en la adecuación de salas de cómputo con las especificaciones necesarias para utilizar un software especializado. Los ingredientes esenciales para un modelo matemático son:

- Un problema de aplicación que necesita ser descrito.
- Un número de supuestos del modelo, que depende de la situación específica bajo estudio.
- Una formulación matemática del problema, por ejemplo, una relación matemática, una ecuación, una desigualdad, una ecuación diferencial, varias relaciones o un problema de optimización.

En relación con la enseñanza, la escogencia de un buen modelo se deriva del proceso de elección adecuado del conjunto de ideas naturales que encierren una problemática bien definida. Para el aprendizaje es vital que las ideas conecten

de manera muy transparente la aparición del modelo. De lo contrario, se genera confusión en el proceso de interiorización de un saber por parte de los estudiantes.

#### ***d. Dar inicio a un continuo proceso de autoevaluación metodológica, mediado por las relaciones de comunicación en el aula***

Una creación artística inicia su camino en el mundo e impacta la sensibilidad de sus interlocutores. Igualmente, la enseñanza de un concepto matemático, en tanto proceso creativo, sintetizado en un modelo simbólico impacta la sensibilidad del estudiante, es tarea del docente filtrar esa experiencia.

Grothendieck en su filosofía de investigación daba mayor importancia a las ideas y a los conceptos que a los teoremas y las demostraciones. Hay que recordar que para él un problema no se resuelve, se disuelve en el ambiente adecuado (la categoría). A nuestro parecer esta es la principal causa de la supuesta complejidad de las matemáticas en la enseñanza.

Para finalizar el capítulo, vamos a dar un ejemplo particular del uso de las anteriores ideas en el contexto de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales parciales, para estudiantes de las carreras de ingeniería de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña.

Para conocer un concepto matemático es un excelente paso inicial plantear el contexto histórico asociado. Este enfoque permite encontrar la motivación oculta en el descubrimiento de las temáticas bajo estudio. Así el docente recrea en su clase un ambiente propicio para motivar a los estudiantes. En este ejemplo, las ecuaciones diferenciales parciales tienen uso en fenómenos tan diferentes como difracción, holografía, mecánica cuántica, telecomunicaciones y electrónica. Jean-Batiste Joseph Fourier usó las ecuaciones diferenciales parciales para explicar el fenómeno de transferencia de calor<sup>10</sup>.

En la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña, el estudio de fenómenos de transferencia de calor es una importante línea de investigación. Algunos trabajos están orientados a investigar la eficiencia de los procesos térmicos en la ladrillera de Ocaña y encontrar modelos matemáticos que expliquen la transferencia de calor en las paredes de los hornos de la ladrillera. Por esta importancia práctica y la interacción de varios conceptos estudiados a lo largo de la carrera de ingeniería, el estudio de los fenómenos térmicos es un buen motivo para recordar algunos de los resultados más relevantes en el cálculo y la física. La síntesis conceptual derivada

---

10 Una introducción a la teoría de Fourier se encuentra en Rogoinsky (1954).

del conocimiento del docente, su motivación personal y el contexto en el que se encuentra enseñando, son puntos de encuentro importantes del arte (inmersión), las categorías (sinónimo de síntesis) y el pensamiento de Grothendieck (pasión y profundidad).

Sin ir más lejos las siguientes ecuaciones son un perfecto resumen de ideas fundamentales en la ingeniería y son un punto de inicio para estudiar ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

$$\frac{d}{dt} \int_B \rho c T dV = - \int \phi \cdot n dV \text{ (Ecuación de conservación de energía)}$$

$$\phi = -K \nabla(T) \text{ (Ley de Fourier)}$$

$$\int \phi \cdot n dV = \int_B \text{div}(\phi) dV \text{ (Teorema de la divergencia)}$$

A partir de las estas tres ideas base, se genera la ecuación del calor:

$$T_t = k(T_{xx} + T_{yy} + T_{zz})$$

La cual sirve como modelo de estudio. Esta es una representación pictórica de una realidad en la cual se encuentran el docente y los estudiantes inmersos por sus relaciones en el aula.

A partir del planteamiento del anterior modelo, se establece una red con las ideas más importantes, siguiendo lo mencionado en la sección de teoría de categorías y las ideas de Albert Lautman. Este yoga de ideas permite decantar la solución numérica, por parte de la experiencia propia en enseñanza, como la vía más natural para solucionar la ecuación del calor.

- $T_t(r_j, t_n) = \frac{T(r_j, t_{n+1}) - T(r_j, t_n)}{\Delta t}$
- $T_{xx}(x_j, t_n) = \frac{T(x_{j-1}, t_n) - 2T(x_j, t_n) + T(x_{j+1}, t_n)}{(\Delta x)^2}$

Al sustituir las anteriores aproximaciones en la ecuación del calor se generan un sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 - 2s & s & 0 \\ s & 1 - 2s & s \\ 0 & s & 1 - 2s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1^k \\ T_2^k \\ T_3^k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} sf(t_0) \\ 0 \\ sg(t_4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1^{k+1} \\ T_2^{k+1} \\ T_3^{k+1} \end{pmatrix}$$

Donde  $s = \frac{k \Delta t}{(\Delta r)^2}$

El anterior sistema se puede calcular mediante un programa de computadora muy sencillo, dando paso al cálculo de la función de temperatura  $T$ .

La enseñanza de las matemáticas, de acuerdo con lo expuesto en este capítulo, se entiende como un ejercicio artístico de búsqueda arquetípica, que surge del conocimiento del docente, los estudiantes y sus relaciones de interacción. Si el ejercicio es exitoso, los estudiantes interiorizan el conocimiento, de lo contrario se debe iniciar un proceso de búsqueda de nuevos símbolos representativos de la realidad conceptual y de nuevas relaciones (categóricas) para seguir avanzando en el proceso de aprendizaje.

## Referencias

- Aceff, F. y Lluís-Puebla, E. (2006). *Matemática en la Matemática, Música, Medicina y Aeronáutica*. Sociedad Matemática Mexicana.
- Aceff, F. y Lluís-Puebla, E. (2007). *Matemática en la Matemática II, Música II, Naturaleza y Nuestro Cuerpo*. Sociedad Matemática Mexicana. [http://www.pesmm.org.mx/Serie%20Divulgaci%C3%B3n\\_archivos/Div2.pdf](http://www.pesmm.org.mx/Serie%20Divulgaci%C3%B3n_archivos/Div2.pdf)
- Borel, E. (1962). La definición en matemáticas. En F. Le Lionnais et al. (Eds.), *Las grandes corrientes del pensamiento matemático* (pp. 25-35). Editorial Universitaria de Buenos Aires.
- Callejo, M y Vila, A. (2003). Origen y formación de las creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10 (2), 173–194.
- Didi-Huberman, G. (2013). *La imagen superviviente: Historia del arte y tiempo de los fantasmas según Aby Warburg*. Abada Editores. (Trabajo original publicado en 2002).
- Grothendieck, A. (1957). Sur quelques points d'algèbre homologique. *Tohoku Mathematical Journal*, 9(2), 119 – 221.
- Grothendieck, A. (1960-1967). *Eléments de géométrie algébrique*. Instituto de altos estudios científicos (IHES).
- Grothendieck, A. (1983-1986). *Cosechas y siembras*. Université des sciences et techniques du Languedoc.
- Jackson, A. (2004). As if summoned from the void: the life of Alexander Grothendieck. *Notices of AMS*, (17) 1038–1056.
- Lautman, A. (2011). *Ensayos sobre la dialéctica, estructura y unidad de las matemáticas modernas*. (Edición, estudio introductorio y traducción de Fernando Zalamea). Centro Editorial, Facultad de Ciencias Humanas Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. (Textos originales publicados en 2006).
- Lluís-Puebla, E. (2006). Teorías matemáticas, matemática aplicada y computación. *Ciencia Ergo Sum*, v. 13 (1), marzo-junio, pp. 91–98. Universidad Autónoma del Estado de México Toluca.
- Mac-Lane, S. (1998). *Categories for the working mathematician*. Springer Verlag.
- Mazzola, G. (2002). *The Topos of Music*. Birkhäuser Verlag.



- Mazzola, G.; Noll, T.; y Lluís-Puebla, E (2004). *Perspectives in Mathematical and Computational Music Theory*. Osnabrück: Electronic Publishing Osnabrück, epOs.
- Merleau-Ponty, M. (2013). *El ojo y el espíritu*. (Trad. T. J) Trotta. (Trabajo original publicado en 1961).
- Pierre Comez, J. P. (2004). *Grothendieck-Serre Correspondance*. American Mathematical Society.
- Rogosinsky, W. (1954). *Fourier series*. Chelsea.
- Warburg, A. (2004). *El ritual de la serpiente*. (Trad. P.K) Sexto Piso.
- Zalamea, F. (2009). *Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas*. Editorial Universidad Nacional de Colombia.
- Zalamea, F. (2019). *Grothendieck. Una guía a la obra matemática y filosófica*. Nomos S.A.
- Zalamea, F. (s.f.). *Modelos en haces para el pensamiento matemático*. (Monografía matemático-filosófica). Por publicar.



## EPÍLOGO

Al condensar las reflexiones hechas en torno a la educación y a la pedagogía, las letras que han transitado en estas hojas, es casi imposible no exhortar a los lectores al discernimiento teórico y conceptual de los temas centrales de este escrito.

Las corrientes pedagógicas actuales están basadas en los pensamientos de Rousseau, Herbart, Platón, Sócrates, Durkheim, Kant, Freire y otros grandes pensadores, los cuales se recuerdan en este libro con el único propósito de contextualizar el presente educativo.

La educación se aborda democráticamente, se instauran modelos educativos y pedagógicos que, si bien no han sido exitosos, han servido para mejorar y repensar la educación, entendiendo que se educa individuos para que intercedan y medien en los problemas sociales, a través de propuestas productoras de cambios positivos, e instauren una sociedad más equitativa y menos heterogénea, en la que todos tengan las mismas posibilidades de vida. Esto lleva a entender que se debe educar a personas capaces de tomar decisiones y no personas con cúmulos de conocimientos disciplinares pero incompetentes frente a los conflictos de los distintos contextos sociales (la familia, la comunidad, la región, la nación y el mundo).

Cabe resaltar que la cultura y la sociedad se han ido construyendo durante siglos, por naturaleza humana, y no hay otra forma de preservarla que a través de las generaciones. De tal manera, es imprescindible tener en cuenta, para la formación de los individuos de hoy, mirar al pasado para pensar en el presente y proyectar

el futuro. En este sentido, la educación y la pedagogía están encaminadas al entendimiento de cada uno de los momentos históricos que permiten establecer sinergias entre la familia, la cultura, la sociedad, el contexto político, el económico, el religioso y demás contextos que propios del sistema.

Este libro, igualmente, es una invitación a entender que la enseñanza de la matemática es un ejercicio artístico, de búsqueda arquetípica, que florece de la intuición del docente, los estudiantes y su interacción. La matemática es simbólica, representa la realidad, al mundo, de ahí que en todas las disciplinas está presente, convirtiéndose en una forma bella y artística de entender, comprender y solucionar los problemas sociales.

Este documento invita a continuar la reflexión en torno a la educación y la pedagogía, en especial en el nivel de educación superior, nivel en el cual no solo se forma disciplinar o profesionalmente, sino que también busca transformar positivamente la sociedad, formando hombres y mujeres capaces de comprender y proponer modelos de sociedades que dignifiquen al ser humano.



# GLOSARIO



Academia: centro de estudio y de formación.

Acción docente: quehaceres realizados por el docente, acudiendo a estrategias de enseñanza, dentro y fuera del aula.

Acto educativo: acción por medio de la cual se logra un perfeccionamiento en el educando.

Alumno: discípulo o discente de su maestro(a), quién está en un proceso de enseñanza –aprendizaje.

Aula: espacio físico en donde tradicionalmente se desarrolla el proceso de enseñanza – aprendizaje

Aprendizaje: proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación.

Axioma: principio del cual no se juzga su estatus semántico.

Conocimiento: mezcla de experiencias, valores, información y “saber hacer” que sirve como marco para la incorporación de nuevas experiencias e información, y es útil para la acción.

Contexto: sistema comportamental en el que coinciden los actos de habla de una acción comunicativa concreta.

Cultura: conjunto de rasgos, características y costumbres que identifican a un grupo social de otro.

Diálogo: conversación entre dos o más individuos, que exponen sus ideas o afectos de modo alternativo para intercambiar posturas.

Didáctica: estudio más específico de los métodos y técnicas de enseñanza.

Dialéctica: estudio epistemológico de conceptos opuestos.

Disciplina: área o conjunto de áreas del saber o ciencia.

Docente: profesional cuya función es el ejercicio de conducir el proceso de enseñanza –aprendizaje en un nivel educativo dado, también conocido como profesor o maestro.

Docencia: preespecialidad cuyo objetivo es formar profesionales en la construcción de proyectos institucionales de docencia en todos los niveles y modalidades educativas, así como de todas sus acepciones en la práctica profesional.

Ecuaciones diferenciales parciales: ecuación diferencial cuya función incógnita tiene *múltiples* variables.

Educación: proceso bidireccional que busca el desarrollo armónico e integral de las facultades del individuo y que está determinado por el contexto histórico y sociocultural.

Epistemología: teoría que da cuenta de todo aquello relacionado con el conocimiento.

Esquema: extensión de las variedades algebraicas en el contexto de la teoría de categorías.

Espacios topológicos: objeto matemático determinado por sus relaciones de vecindad.

Ética: rama de la filosofía que se ocupa del estudio racional de la moral, la virtud, el deber, la felicidad y el buen vivir.

Grupo: estructura matemática que se caracteriza por encarnar relaciones algebraicas.

Grupos de Cohomología: clasificación de los espacios topológicos vía la relación de homomorfismo.

Haz: espacio topológico desplegado con buenas propiedades locales de compatibilidad.

Interdisciplinar: conjunto de dos o más disciplinas, que se retoman y se ayudan entre sí para analizar un objeto.

Modelo educativo: patrón conceptual a través del cual se esquematizan las partes y los elementos de un programa educativo.

Pedagogía: conocimientos educativos adquiridos a través de fuentes examinadas con rigor crítico y reflexivo que permiten tomar decisiones frente a lo educativo.

Teoría de Categorías: teoría matemática que estudia las estructuras matemáticas desde el punto de objetos y sus relaciones funcionales.

Topos: generalización del concepto de espacio en categorías con ciertas propiedades.

Universidad: concreción significativa y significadora del desenvolvimiento multidisciplinario, lugar donde las múltiples disciplinas convergen.

Variedad algebraica: lugar geométrico que verifica un conjunto de ecuaciones polinómicas definidas sobre el mismo anillo.



## ACERCA DE LOS AUTORES

**Claudia Marcela Durán Chinchilla.** Nació en Ocaña, Colombia; docente de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña. Licenciada en lingüística y literatura de la Universidad de Pamplona, Colombia; especialista en Práctica Docente Universitaria de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña; Magister en Pedagogía de la misma Universidad y PhD. en Educación de la Universidad Pedagógica Experimental Libertadores de Venezuela.

Investigadora y directora del grupo de investigación de la Facultad de Educación Artes y Humanidades, GIFEAH, de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña. Ha publicado artículos en distintas revistas nacionales, autora de cinco capítulos de libro, miembro de la Red Iberoamericana de Pedagogía REDIPE.

**Christian Nolasco Serna.** Matemático nacido en Cali, Colombia, el 19 de septiembre de 1979. Hijo de Tiburcio Nolasco e Ida María Serna. Su familia se traslada a Tunja donde cursa la primaria en el colegio salesiano Don Bosco.

Al iniciar la década de los 90, se traslada a Bogotá y comienza sus estudios de bachillerato en el colegio Centro Don Bosco. Posteriormente ingresa en la Universidad Nacional de Colombia a la carrera de Matemáticas, donde termina estudios en el 2005.



Comienza su vida profesional como docente en diferentes universidades capitalinas, en el 2015 termina la maestría en Ciencias matemáticas en la Universidad Nacional bajo la dirección de Humberto Sarria. Inicia el doctorado en Ciencias matemáticas en el área de ciencias de la computación y en el año 2019 termina sus estudios. En la actualidad es docente de tiempo completo en la Universidad Francisco de Paula Santander, sus áreas de interés son la educación matemática, la computación y las ecuaciones diferenciales parciales.

**José Julián Cadena Morales.** Nacido en Chimichagua, Cesar el 5 de mayo de 1970. Hijo de Ismael Cadena Martínez y Luz Marina Morales López. Realizó sus estudios de bachillerato en el Colegio Cerveleón Padilla en Chimichagua, donde se destacó por sus logros académicos. En el año 1992 se trasladó a Bucaramanga para realizar sus estudios de biología pura y, en el año 2000, se gradúa como Biólogo de la Universidad Industrial de Santander (UIS), para luego trasladarse a la Universidad Francisco de Paula Santander donde se dedica a la docencia.

De esa Alma Mater, en el 2007, se gradúa como Especialista en Práctica Docente y del Master en calidad y gestión ambiental y auditoria para empresas, luego emprende sus estudios en la Universidad Sergio Arboleda en Gerencia del medio ambiente en la cual obtiene su grado en el año 2014 y, para octubre del año de 2017, se gradúa de Magister en Gestión y Evaluación Ambiental en la misma universidad. Fue director del programa de ingeniería ambiental durante los años 2004-2007, siendo catedrático participó en investigaciones alrededor de los ecosistemas del Catatumbo. Ingresa a la Universidad Francisco de Paula Santander como docente de tiempo completo en el año 2011. Fue decano de la facultad de educación, artes y humanidades desde 2013 hasta 2018. En la actualidad es Subdirector Académico y simultáneamente se encuentra investigando junto con su colega Rubén D. Gómez, sobre Educación ambiental en la conservación de los ecosistemas de la parte alta del páramo de Jurisdicciones. Ha publicado artículos especializados relacionados con la caracterización de la calidad del agua del río Algodonal y otros afluentes, e igualmente de la flora del Catatumbo.



Este libro fue compuesto en caracteres Minion a 11 puntos, impreso sobre papel Bond de 75 gramos y encuadernado con el método hot melt, en diciembre del 2020, en Bogotá, Colombia.

# PEDAGOGÍA, EDUCACIÓN Y DIDÁCTICA

Una forma de pensar la formación en educación superior

El texto hace remembranza de parte de la historicidad de la educación y la pedagogía; para ello reconoce la importancia de algunos filósofos, pedagogos y sociólogos que han aportado a la construcción de modelos educativos y pedagógicos, que en suma, son la carta de navegación del accionar pedagógico.

El libro consta de dos grandes capítulos. El primero hace una reflexión en torno a la educación y la pedagogía como forma de reflexión socio-cultural, y su aporte en el mejoramiento de los procesos académicos; así mismo, plantea una disertación respecto al papel de las universidades o la educación superior en la transformación del individuo. El segundo capítulo brinda un aporte en cuanto a la enseñanza a partir de la teoría del arte y las matemáticas, como método en la resolución de problemas, desarrollo del pensamiento crítico, trabajo en equipo y manejo de la información.

Se dirige a docentes, pedagogos, estudiantes de pregrado y postgrado, especialmente a las personas que se estén formando en el área pedagógica y artística, o a personas interesadas en el abordaje de este tema independientemente de su formación disciplinar, a las cuales este tipo de temas les aporte en su crecimiento profesional o personal.

## Incluye

- ▶ Un tema educativo que interesa a las personas encargadas de la formación profesional.
- ▶ Amplio abordaje histórico y conceptual de términos como pedagogía, didáctica, educación y educación superior.
- ▶ Reflexiones en torno a la teoría del arte y las matemáticas como método en el proceso de enseñanza, tema que en pocos libros se plantea.

### Claudia Marcela Durán Chinchilla

Licenciada en lingüística y literatura de la Universidad de Pamplona, Especialista en Práctica Docente Universitaria de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña, Magíster en Pedagogía de la misma Universidad y Ph. D. en Educación de la Universidad Pedagógica Experimental Libertadores de Venezuela. Docente de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña.

### Christian Nolasco Serna

Matemático de la Universidad Nacional de Colombia, Magíster en Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia y Ph. D. en Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia. Docente de tiempo completo en la Universidad Francisco de Paula Santander.

### José Julián Cadena Morales

Biólogo de la Universidad Tecnológica de Santander (US), Especialista en Práctica Pedagógica de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña, Magíster en Gerencia del Medio Ambiente de la Universidad Sergio Arboleda, Magíster en Calidad y Gestión Ambiental de la UIS. Docente tiempo completo de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña.



**Universidad Francisco de Paula Santander**  
Ocaña - Colombia  
Vigilada Mineducación



e-ISBN 978-958-771-983-3