

 Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña - Colombia Vigente Mineducación	UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER OCAÑA			
	Documento	Código	Fecha	Revisión
	FORMATO HOJA DE RESUMEN PARA TRABAJO DE GRADO	F-AC-DBL-007	10-04-2012	A
	Dependencia	Aprobado		Pág.
DIVISIÓN DE BIBLIOTECA	SUBDIRECTOR ACADEMICO		i(99)	

RESUMEN – TRABAJO DE GRADO

AUTORES	CRISTHIAN ENRIQUE ÁLVAREZ PACHECO		
FACULTAD	INGENIERÍA		
PLAN DE ESTUDIOS	MECÁNICA		
DIRECTOR	MSC. EDWIN EDGARDO ESPINEL BLANCO		
TÍTULO DE LA TESIS	MODELADO MATEMÁTICO Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DEL DOMO DE UN GENERADOR DE VAPOR DE RECUPERACIÓN DE CALOR (HRSG) EN UNA CENTRAL DE ENERGÍA TÉRMICA		
RESUMEN (70 palabras aproximadamente)			
<p>SE REALIZA LA SIMULACIÓN DE UN MODELO DINÁMICO NO LINEAL SELECCIONADO DEL ESTUDIO DE (ASTRÖM & BELL, 2000) Y SE APLICA A UN GENERADOR DE VAPOR DE RECUPERACIÓN DE CALOR (HRSG). PARA ASÍ, PODER DETERMINAR EL COMPORTAMIENTO DE VARIABLES COMO PRESIÓN EN EL TAMBOR (<i>DRUM</i>) P, VOLUMEN TOTAL DE AGUA V_{wt}, CALIDAD DE LA MEZCLA α_r Y TEMPERATURA DE SATURACIÓN T_m. TENIENDO ESTOS DATOS SE PRESENTA UNA VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS, UN ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y POR ÚLTIMO SE PLANTEAN UNOS PARÁMETROS DE OPTIMIZACIÓN PARA REDUCIR LOS ESFUERZOS TÉRMICOS PRODUCIDOS EN EL MATERIAL DEL TAMBOR.</p>			
CARACTERÍSTICAS			
PÁGINAS: 93	PLANOS: 0	ILUSTRACIONES: 21	CD-ROM:



MODELADO MATEMÁTICO Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL FUNCIONAMIENTO
DEL DOMO DE UN GENERADOR DE VAPOR DE RECUPERACIÓN DE CALOR (HRSG)
EN UNA CENTRAL DE ENERGÍA TÉRMICA

AUTOR

CRISTHIAN ENRIQUE ÁLVAREZ PACHECO

Trabajo de grado como requisito para optar por el título de ingeniero mecánico.

DIRECTOR

MSc. EDWIN EDGARDO ESPINEL BLANCO

CODIRECTOR

Dr. CARLOS JAVIER NORIEGA SÁNCHEZ

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER OCAÑA

FACULTAD DE INGENIERÍAS

PLAN DE ESTUDIOS DE INGENIERÍA MECÁNICA

Ocaña, Colombia

Mayo, de 2020.

DEDICATORIA

Primero que todo le dedico este logro a Dios y a la vida por poner en mi camino esta oportunidad de formarme tanto profesional como en lo personal. Así mismo, ofrecerle este merito en especial a mi amada madre Lisandra Pacheco, quien siempre estuvo presente con tanto amor, dedicación, esfuerzo y sobre todo siendo mi apoyo y aliento en todo momento; a mi amado padre Roque Álvarez que desde el cielo siempre me ha estado acompañando y guiando cada uno de mis pasos; a mis hermanos Eduard Fabian y Jose Darío Álvarez quienes con su apoyo, animo continuo y su ejemplo me enseñaron que en la vida los sueños se pueden hacer realidad.

Cristhian Enrique Álvarez Pacheco

AGRADECIMIENTOS

Comenzare agradeciendo al MSc. Edwin Edgardo Espinel Blanco y al Dr. Carlos Javier Noriega Sánchez, quienes desde el primer día estuvieron muy pendientes de mis avances, asesorándome y siempre dispuestos a resolver mis inquietudes y a compartir sus conocimientos, infinitas gracias por todo el apoyo brindado en el transcurso de este proceso, a mis amigos y compañeros de estudio con quienes compartí grandes experiencias, y por último y no menos importante a todos los profesores quienes compartieron sus conocimientos durante toda la carrera. A todas y cada una de aquellas personas que siempre me apoyaron gracias por sus consejos y mensajes de apoyo.

Cristhian Enrique Álvarez Pacheco

Indice

Capítulo 1. Modelado matemático y análisis de sensibilidad del funcionamiento del domo de un generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) en una central de energía térmica	1
1.1 Planteamiento del problema.....	1
1.2 Formulación del problema	2
1.3 Justificación.....	2
1.4 Objetivos	3
1.4.1 Objetivo general	3
1.4.2 Objetivos específicos	3
1.5 Delimitaciones.....	4
2. Marco referencial	5
2.1 Marco histórico	5
2.2 Marco conceptual	7
2.2.1 Calderas.....	7
2.2.2 Modelos matemáticos.....	10
2.2.3 Optimización.....	11
2.2.4 Simulación.....	12
2.3 Marco teórico	13
2.4 Marco legal.....	14
3. Diseño metodológico	15
3.1 Tipo de investigación	15
3.2 Población.....	15
3.4 Metodología de investigación	16
3.4.1 Fase 1. describir los modelos matemáticos, así como la relación existente entre sus variables.	16
3.4.2 Fase 2. efectuar análisis paramétricos sobre las principales variables que impactan el funcionamiento del generador de vapor.....	17
3.4.3 Fase 3. identificar los parámetros requeridos para la optimización de esfuerzos térmicos generados durante el arranque del generador de vapor.....	17
4. Presentación de resultados.....	18
4.1 Describir los modelos matemáticos, que gobiernan el comportamiento de un generador de vapor.....	18
4.1.1. Modelos simples de caldera de tambor	19
4.1.2 Simulación dinámica de grandes calderas con recirculación natural.....	21
4.1.3 Dinámica del tambor-caldera	25

4.1.4 Modelado de una caldera de circulación natural a carbón.	28
4.1.5 Modelado matemático, simulación y validación de un tambor de caldera: algunas investigaciones	30
4.1.6 Modelado y estudio práctico de la dinámica del tambor del generador de vapor de recuperación de calor (hrsg) y el efecto del punto de aproximación en la válvula de control.	31
4.1.7 Simulación dinámica de un generador de vapor de recuperación de calor dedicado a una planta de concentración de salmuera.....	33
4.2 Efectuar análisis paramétricos sobre las principales variables que impactan el funcionamiento del generador de vapor.....	41
4.2.1. Grafica de comparación de citaciones entre los artículos de (aström & bell, 2000) y (sunil et al., 2017)	42
4.2.2 Selección del modelo matemático.....	42
4.2.3 Simplificación del modelo	49
4.2.4 Simulación del modelo matemático	53
4.3 Identificar los parámetros requeridos para la optimización del esfuerzo térmico en el generador de vapor.....	64
4.3.1 Descripción de esfuerzo, fatiga térmica y el modelo matemático que rige este comportamiento.	64
4.3.3 Propuesta para la optimización de esfuerzos térmicos en el tambor (<i>drum</i>) σ_D ...	70
4.3.4 Diagrama de flujo para el planteamiento de optimización en esfuerzos térmicos ..	72
5. Conclusiones.....	74
Referencias	75
Apendices	76

Lista de Tablas

Tabla 1. Valores para los términos del coeficiente e_1 a una presión normal de operación en una planta.....	28
Tabla 2. Autores que citaron a (Aström & Bell, 2000) y su objetivo de estudio.....	36
Tabla 3. Autores que citaron a (Sunil et al., 2017) y su objetivo de estudio.	39
Tabla 4. Comparación de citas entre el estudio de (Aström & Bell, 2000) y (Sunil et al., 2017)	41
Tabla 5. Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación de la tasa de calor en un 5%.....	59
Tabla 6. Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación del flujo másico de vapor a la salida en un 5%	59
Tabla 7. Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación del flujo másico de agua en la entrada en un 5%	60
Tabla 8. Resultados del análisis de sensibilidad del modelo variando el calor específico de diferentes materiales.	61
Tabla 9. Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación del área de los tubos ascendentes en un 20%	61
Tabla 10. Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación del coeficiente de fricción en los tubos en un 5%	62
Tabla 11. Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación en la masa total de la caldera en un 10%	63

Lista de Figuras

Figura 1. Esquema representativo del motor atmosférico diseñado por Thomas Newcomen.....	6
Figura 2. Esquema estructural de una caldera pirotubular de haz horizontal.....	9
Figura 3. Esquema de caldera de dos pasos de gases.....	9
Figura 4. Esquema de caldera de triple paso de humos.....	10
Figura 5. Esquema de los tubos verticales.....	22
Figura 6. Esquema del tambor donde tiene lugar la separación de fase.....	23
Figura 7. Sistema de tambor y tubos elevadores.....	23
Figura 8. Esquema relacionado con el sistema de una caldera.....	26
Figura 9. Esquema de la caldera con sus diferentes variables.....	29
Figura 10. Esquema representativo de una caldera y sus bajantes.....	32
Figura 11. Esquema del generador de vapor de recuperación de calor de circulación natural....	34
Figura 12. Gráfica de la comparacion del número de citaciones entre dos articulo.....	42
Figura 13. Ilustración de una caldera tipo acuotubular utilizada para la determinación del modelo matemático Fuente: Elaboración propia.....	43
Figura 14. Diagrama de flujo representativo al código desarrollado en Matlab® para el modelo matemático.....	55
Figura 15. Resultado de Error porcentual entre la gráfica del artículo de Aström y Bell, con la gráfica de la simulación realizada correspondiente a la presión en el tambor.....	56
Figura 16. Resultado de Error porcentual entre la gráfica del artículo de Aström y Bell, con la gráfica de la simulación realizada correspondiente al Volumen total de agua.....	57
Figura 17. Resultado de Error porcentual entre la gráfica del artículo de Aström y Bell, con la gráfica de la simulación realizada correspondiente a la calidad de la mezcla.....	57
Figura 18. Resultados de temperatura en el tambor al realizar variaciones en la tasa de calor \dot{Q}	68
Figura 19. Resultados de temperatura en el tambor al realizar variaciones en el flujo másico de vapor \dot{m}_s	69
Figura 20. Resultados de temperatura en el tambor al realizar variaciones en el flujo másico de vapor \dot{m}_f	70
Figura 21. Diagrama de flujo representativo al código a utilizar para la optimización del esfuerzo térmico en el tambor de un generador de vapor.....	73

Lista de Apéndices

Apendice A. Grafica utilizada para determinar los polinomios de densidad del agua y de vapor mediante regresión lineal (ajuste de curva) en el programa EES® .	82
Apendice B. Grafica utilizada para determinar el polinomio de la entalpia del agua mediante regresión lineal (ajuste de curva) en el programa EES® .	82
Apendice C. Grafica utilizada para determinar el polinomio de la entalpia del vapor mediante regresión lineal (ajuste de curva) en el programa EES® .	83
Apendice D. Grafica utilizada para determinar el polinomio de la temperatura de saturación mediante regresión lineal (ajuste de curva) en el programa EES® .	83
Apendice E. Grafica de la presión en el tambor utilizada para realizar la validación del modelo, obtenida en Matlab® .	84
Apendice F. Gráfica del volumen total de agua utilizada para realizar la validación del modelo, obtenida en Matlab® .	84
Apendice G. Gráfica de la calidad de la mezcla utilizada para realizar la validación del modelo, obtenida en Matlab® .	85
Apendice H. Grafica de temperatura de saturación que muestra el comportamiento en 200 segundos de operación. .	85
Apendice I. Comportamiento de la presión en 10000 segundos de operación. Grafica obtenida mediante la simulación realizada en Matlab® .	86
Apendice J. Comportamiento del volumen total de agua en 10000 segundos de operación. Grafica obtenida mediante la simulación realizada en Matlab® .	86
Apendice K. Comportamiento de la temperatura de saturación en 10000 segundos de operación. Grafica obtenida mediante la simulación realizada en Matlab® .	87
Apendice L. Comportamiento de la presión Vs temperatura de saturación en el generador de vapor. Grafica obtenida mediante la simulación realizada en Matlab® .	87

Introducción

El tema de generación de energía es uno de los más importantes el día de hoy en el mundo. El suministro de energía en el planeta puede considerarse una gran preocupación para todos los países, debido al incremento del consumo de energético que se vive diariamente.

Así pues, debido al aumento del consumo energético, los países no pueden confiar únicamente en las reservas de combustibles fósiles con que cuentan para satisfacer este tipo de necesidad tan importante para la humanidad. Por tal razón, es importante mejorar y fortalecer fuentes alternativas para la generación de energía. Una de estas fuentes viables sería la utilización de centrales de energía térmica las cuales convierten dicha energía en energía eléctrica, donde el funcionamiento de este tipo de plantas principalmente depende del generador de vapor. Del cual es necesario conocer y comprender su funcionamiento para así poder realizar estudios de modelado, control y simulación con el propósito de mejorar su eficiencia.

El presente trabajo de grado, se basa en el estudio del funcionamiento de un generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) mediante la utilización de un modelo matemático que represente la dinámica del sistema. Posterior a esto se realiza un análisis de sensibilidad para así poder determinar cuáles son las variables que más intervienen en el proceso de generación de vapor, que a su vez producen cambios bruscos de temperatura los cuales llevan a un esfuerzo térmico en el material y a partir del conocimiento de estas variables se puedan plantear parámetros de optimización para reducir este tipo de esfuerzo.

Capítulo 1. Modelado matemático y análisis de sensibilidad del funcionamiento del domo de un generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) en una central de energía térmica

1.1 Planteamiento del problema

La energía térmica es incluso más antigua que la misma humanidad, y aunque desde la antigüedad se utiliza para procesos de calentamiento, no es, sino hasta cuando se introducen las primeras máquinas a vapor que esta adquiere un gran valor en los procesos productivos. Al mismo tiempo, el vapor empieza a ser parte de los procesos de producción y no solo como uno de los elementos que permite la transformación de la energía térmica en energía mecánica, sino que, además empieza a hacer parte de las cadenas de producción de industrias tales como, petroleras como lo indica (Butler, 1991), farmacéuticas (Haagen et al., 2015), termoeléctricas, entre otras. Así pues, es clara la importancia del vapor en la actualidad. Por otro lado, al evaluar y estudiar una caldera que genera vapor en una central de energía térmica se encuentra que hay diferentes tipos de fallos, es por esto que (Franke et al., 2003) en uno de sus estudios dice que la tensión térmica que se produce en las paredes de las calderas son causadas por variaciones rápidas de temperatura durante el arranque, y este esfuerzo conduce a la fatiga térmica. Otro tipo de fallo es la corrosión en caliente que se produce en los tubos de la caldera, este tipo de corrosión según (Kumar et al., 2018) se debe a la alta presencia de contaminantes salinos Na_2SO_4 , NaCl y V_2O_5 los cuales se combinan y dañan la superficie protectora de los óxidos, entre otros tipos de fallos, estos llevan a grandes pérdidas económicas en la industria. Así pues, teniendo en cuenta este tipo de problemática, se tiene la iniciativa de realizar la simulación del

modelo matemático de un generador de vapor mediante un software de simulación, el cual permita determinar las principales variables que intervienen en el proceso y de igual manera establecer unos parámetros de optimización para reducir el esfuerzo térmico que se produce en el tambor de paredes gruesas en una caldera durante el arranque en una central de energía térmica.

1.2 Formulación del problema

¿Cuáles son las variables que más impactan el funcionamiento de un generador de vapor durante el arranque?

1.3 Justificación

Los generadores de vapor son componentes cruciales en las centrales de energía térmica ya que son los encargados de suministrar el vapor a la turbina para así poder generar energía eléctrica. Por lo cual, es necesario que estos generadores funcionen óptimamente, pero realizar una optimización de un sistema físico puede resultar engorroso e incluso con altos costos económicos. Dado que, debido a su “ complejidad, tamaño y heterogeneidad del sistema físico lleva al desarrollo de una multitud de herramientas de Software de simulación para reducir la complejidad y obtener conocimiento sobre el sistema de una manera estructurada” (Belkhir et al., 2015). Por esto, con la utilización del Software se busca determinar las variables involucradas en el proceso de operación de la caldera y establecer unos parámetros para la optimización del esfuerzo térmico si se sabe que “el esfuerzo térmico en el material es ocasionado por los cambios bruscos de temperatura a la hora del arranque”(Franke et al., 2003).

Por lo tanto, estas variables involucradas en el proceso de generación de vapor según, (Aström & Bell, 2000) se encuentran relacionadas en la ecuación de balance global de masa y en la ecuación de balance global de energía sabiendo que la energía interna U está conformada por la entalpia h , la presión P y la densidad ρ como se muestra en la siguiente ecuación $U = h - \frac{P}{\rho}$.

De manera que con la utilización de un Software de simulación se pretende facilitar el estudio de procesos complejos y en llegado caso reducir los costos a la hora de realizar pruebas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Estudiar el comportamiento de generadores de vapor acuatubulares mediante simulación dinámica del sistema

1.4.1 Objetivos específicos

- Describir los modelos matemáticos, que gobiernan el comportamiento de un generador de vapor.
- Efectuar análisis paramétricos sobre las principales variables que impactan el funcionamiento del generador de vapor.
- Identificar los parámetros requeridos para la optimización de esfuerzos térmicos generados durante el arranque del generador de vapor.

1.5 Delimitaciones

Este trabajo de investigación consiste en realizar la simulación dinámica y establecer los parámetros para la optimización del esfuerzo térmico que se producen en un generador de vapor que opera en una central de energía térmica. Para realizar esta simulación se debe seleccionar el modelo matemático apropiado existente en la literatura y establecer la relación entre sus variables de operación, en los cuales se relacionan fenómenos termodinámicos y de transferencia de calor tanto en la caldera como en el fluido de trabajo. Esta simulación se realizará en un software de simulación como lo es Matlab[®] el cual permitirá obtener los resultados del modelo seleccionado para realizar el análisis y comparación de resultados con estudios ya previamente realizados.

2. Marco referencial

2.1 Marco histórico

Los generadores de vapor han evolucionado a gran escala con el pasar de los años debido a su gran aplicabilidad en la industria. Debido a la importancia del vapor en las máquinas de vapor, atrajo a científicos como Carnot a fundar la termodinámica, rama de la física que estudia el calor y las propiedades de la materia.

Debido a la utilidad que tenía el vapor, fue hasta que en el año 1600 se renovó el interés por el vapor. Los franceses, ingleses y los rusos usaban el vapor para conducir el agua del interior de las minas hacia el exterior de ellas. Algunas de las personas involucradas en las primeras aplicaciones del vapor fueron el Francés Denis Papin, el Inglés Samuel Morland y los Italianos Galileo Galilei y Evanhelista Torricelli, según exponía (Vakkilainen, 2017) en su artículo.

Con respecto a las calderas, se utilizaron por primera vez para aplicaciones industriales en Inglaterra en el siglo XVIII, donde según (Riznic, 2017) en 1705, Thomas Newcomen diseño y construyó un motor atmosférico, que consistía en un pistón conectado a una viga transversal. En la figura 1, se muestra el motor atmosférico mencionado anteriormente. Así pues, gracias a este gran invento, en 1776 empezaron a ser comercializados los dos primeros motores de vapor.



Figura 1. Esquema representativo del motor atmosférico diseñado por Thomas Newcomen.
 Fuente: (Riznic, 2017)

Pero, años después a finales de 1800 la caldera de tubos de agua se crea y se utilizó por primera vez para hacer funcionar motores de vapor mucho más grandes, pero se convirtió rápidamente en el tipo de caldera de preferencia para las turbinas de vapor según describió (Vakkilainen, 2017). La nueva industria de generación de electricidad mediante centrales de energía térmica, seguía en desarrollo y exigía calderas para impulsar grandes generadores. Este tipo de industrias necesitaban generadores de vapor o calderas que tuvieran una eficiencia óptima para el proceso y que tuvieran un aumento en el tamaño. Ya que, entre 1910 y 1920 aparecieron unidades de 30-70 MW de potencia que eran comunes. Pero es hasta en 1945, que se da un pequeño aumento en el tamaño de las calderas obteniendo una unidad mediana de 100MW. Pero, años después alrededor de 1967 se le dio un gran aumento en la unidad mediana, aumentando su tamaño a una unidad de 700MW de potencia. (Riznic, 2017).

Por consiguiente, según explica (Riznic, 2017) en su estudio en 1996, los generadores de vapor representaban más de 586 millones de KW de capacidad eléctrica, que en ese momento era el 78% de toda la capacidad de generación de energía en los Estados Unidos de Norte América.

En la actualidad, se siguen realizando estudios en calderas para mejorar su eficiencia; actualmente estos estudios se realizan en Software de simulación utilizando modelos matemáticos los cuales permiten predecir cuál será el comportamiento de la caldera en diversos estados de operación. Estados como el comportamiento del vapor saturado o el comportamiento de los materiales a diversas temperaturas de operación como lo es la variación de temperatura a la hora del arranque. En la actualidad se siguen utilizando modelos matemáticos como el desarrollado por (Aström & Bell, 2000) o modelos más modernos como el modelo desarrollado por (Sunil et al., 2017) y el de (Ahmed et al., 2018) los cuales se basaron en el estudio de (Aström & Bell, 2000) el cual es un modelo bien desarrollado y se puede utilizar en cualquier tipo de caldera.

2.2 Marco conceptual

Para poder comprender el funcionamiento del sistema y su modelo matemático es necesario aclarar conceptos básicos teóricos sobre los diferentes tipos de calderas, su respectivo funcionamiento, y modelamiento de sistemas. En el presente capítulo se explicará sobre los diferentes tipos de calderas, los modelos matemáticos, definición sobre lo que es la optimización y sobre lo que es la simulación.

2.2.1 Calderas. La caldera o también conocida como generador de vapor es el equipo de conversión de energía comúnmente más utilizado. En estos equipos la energía es generada por un proceso de combustión o por calor contenido en el gas que circula a través de ella. Este calor es suministrado a un fluido que se calienta o por lo general llega a su punto de evaporación

donde posteriormente este vapor es transportado a un consumidor en el cual cederá su energía. Físicamente una caldera convierte la energía química del combustible en energía térmica o la energía de gases calientes en energía térmica. Según (Basu et al., 2000) en su libro especifican que el diseño de una caldera varía ampliamente según el método de ebullición utilizado, el combustible, el campo de aplicación, el tipo de circulación de agua empleada y la presión del vapor.

Fundamentalmente son dos tipos de calderas de vapor que normalmente suelen utilizarse: una de ellas es la caldera de tubos de humo o pirotubulares y las otras son las calderas de tubos de agua o acuotubulares; a continuación, se describirá cada una de ellas.

2.2.1.1 Calderas de tubos de humo o Pirotubulares. Según (Uceda, 2012) Explica que las calderas de tubos de humo o pirotubulares se pueden explicar como un cilindro compacto de agua, atravesado longitudinalmente por un haz de tubos por los que circulan la llama y/o los humos. Lógicamente, los humos y la llama pasarán por el interior de los tubos de acero, los cuales estarán rodeados de agua.

El gran volumen de agua de estos equipos actúa como un almacén de energía proporcionando una respuesta adecuada para demandas puntuales y una mayor calidad del vapor. En la figura 2, se muestra la estructura de una caldera pirotubular de haz tubular horizontal donde los tubos están dispuestos de la parte delantera a la parte trasera.



Figura 2. Esquema estructural de una caldera pirotubular de haz horizontal.
Fuente: (Dominguez et al., n.d.)

Las calderas pirotubulares se clasifican en función del número de haces tubulares, es decir:

Calderas de dos pasos de gases: En este tipo de calderas, se distinguen claramente por dos vías de paso autónomas de circulación de los productos de combustión. Se puede diferenciar una cámara cilíndrica de combustión denominada hogar, localizada en la parte inferior de la caldera y rodeada por una pared posterior totalmente refrigerada por agua llamada cámara húmeda (Uceda, 2012). En la figura 3. Se muestra gráficamente una caldera de dos pasos de gases.

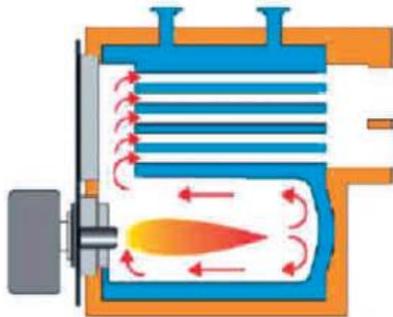


Figura 3. Esquema de caldera de dos pasos de gases.
Fuente: (Dominguez et al., n.d.)

Calderas de tres pasos de gases: En este tipo de calderas, se distinguen claramente tres vías de paso autónomas de sentido único de circulación de los productos de combustión. En la figura 4, se observa gráficamente cómo funciona una caldera de este tipo. En estas calderas se tiene una

cámara cilíndrica de combustión denominada hogar, localizada en la parte inferior de la caldera (1), los gases fluyen a través de los tubos de humos (2), seguidamente, los gases cambian de dirección pasando a través de los tubos de humos (3) y finalmente hacia el conducto de expulsión de gases (4).

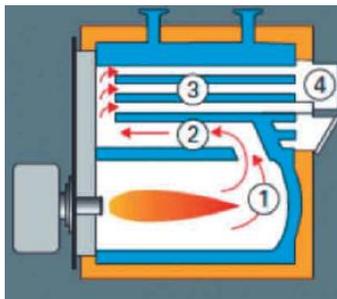


Figura 4. Esquema de caldera de triple paso de humos.
Fuente: (Dominguez et al., n.d.)

2.2.1.2 Calderas acuotubulares. Una caldera acuotubular se explica según (Uceda, 2012) Donde el agua está en parte o casi toda contenida en haces de tubos de acero rodeados por la llama y los gases calientes de la combustión. Teniendo en cuenta el elevado número de tubos que pueden instalarse. La superficie de calefacción puede ser muy grande para dimensiones relativamente reducidas. Por esta razón, su puesta a régimen es muy rápida, teniendo la posibilidad de producir vapor a elevadas presiones.

Por esta razón, este tipo de caldera es utilizada en centrales de energía térmica para la generación de energía eléctrica, debido a que en estas plantas se requiere producir vapor a elevadas presiones y luego ser suministrado a la turbina de vapor.

2.2.2 Modelos Matemáticos. (Bocco, 2010) define un modelo matemático como la representación simplificada de la realidad, mediante el uso de funciones que describen su comportamiento, o de ecuaciones que representan sus funciones. Para estudiar un sistema, un

modelo matemático comienza con la identificación de los aspectos principales o determinantes del sistema y los caracteriza a través de las expresiones matemáticas. La idea es encontrar un equilibrio entre la simplicidad y una reproducción del comportamiento que permita comprender, analizar y predecir, al cambiar el valor de las variables que lo describen.

El proceso de construcción de un modelo matemático podría distribuirse en cuatro etapas según (Bocco, 2010), que son:

- ✓ Observar el mundo real
- ✓ Descripción coloquial del modelo preliminar
- ✓ Modelo matemático
- ✓ Resultados

Los modelos matemáticos se dividen en dos principalmente; modelos estáticos y modelos dinámicos. En un modelo estático las variables son constantes en todo momento y su respuesta no cambia en función del tiempo. Por otro lado, en un modelo dinámico algunas de sus variables que intervienen en el sistema cambian con respecto al tiempo, las cuales describen trayectorias temporales.

2.2.3 Optimización. La optimización es el acto de obtener el mejor resultado en determinadas circunstancias. En el diseño, construcción y mantenimiento de cualquier sistema de ingeniería, los ingenieros tienen que tomar muchas decisiones tecnológicas y administrativas en varias etapas. El objetivo final de todas estas definiciones es minimizar el esfuerzo requerido o maximizar el beneficio deseado. Dado que el esfuerzo requerido o el beneficio deseado en cualquier situación práctica se puede expresar en función de ciertas variables de decisión, la

optimización se puede definir como el proceso de encontrar las condiciones que dan el valor máximo o mínimo de una función.

Pero no hay un método único disponible para resolver todos los problemas de optimización de manera eficiente. Por lo tanto, se han desarrollado varios métodos de optimización para resolver diferentes tipos de problemas. Los modos de búsqueda óptimos también se conocen como *técnicas de programación matemática* y generalmente se estudian como parte de la investigación de operaciones. La *investigación de operaciones* es una rama de las matemáticas relacionadas con la aplicación de métodos y técnicas científicas a los problemas de toma de decisiones y con el establecimiento de las mejores soluciones óptimas. (Rao, 2009).

2.2.4 Simulación. La simulación se refiere a la operación de un modelo numérico que representa la estructura de un proceso dinámico. Dados los valores de las condiciones iniciales, los parámetros y las variables exógenas, se lleva a cabo una simulación para representar la conducta del proceso a través del tiempo.

Igualmente, la simulación es la representación de la realidad mediante el empleo de un modelo matemático u otro mecanismo que reaccionará del mismo modo que la realidad bajo una serie de condiciones dadas. Así pues, simular es evaluar cursos alternativos de acción, mediante técnicas cuantitativas, basados en hechos y suposiciones, con un modelo matemático programable, a fin de facilitar la toma real de decisiones en condiciones de incertidumbre (Parra, 1981).

Así mismo, una simulación se desarrolla utilizando software de simulación adecuados, en los cuales se utiliza un lenguaje de programación y se introducen los modelos matemáticos ya determinados. Existen simuladores como Matlab[®], el cual permite la creación de interfaces de usuario con programas escritos en otros idiomas como C, C++, Java, Fortran Y Python, dando libertad al usuario de programar en cualquiera de estos programas. Que a su vez tiene un paquete Simulink, el cual permite la simulación gráfica multidominio de diseños de modelos dinámicos y sistemas embebidos. Otro simulador es OpenModelica el cual es software libre, también permite la simulación gráfica multidominio de modelos dinámicos y también permite su respectiva programación mediante la utilización de un lenguaje de programación.

2.3 Marco Teórico

El estudio de calderas mediante la utilización de modelos matemáticos ha venido en aumento desde siglos atrás, es por esto que uno de los artículos más citados en la actualidad es el de (Aström & Bell, 2000) en el cual se desarrolló un modelo dinámico no lineal el cual funcionaba para cualquier tipo de caldera, en este modelo se realizaron balances globales de masa y energía, en los cuales se involucraron las densidades, flujos de calor, entalpías y demás variables que intervienen en el proceso. Años después, (H. Kim & Choi, 2005), se basaron en el estudio previamente mencionado para desarrollar otro modelo de caldera. Donde se presentó un modelo analítico sobre la dinámica del nivel del agua basado en reglas básicas de conservación de masa, impulso y energía, junto con ecuaciones ya conocidas por estudios desarrollados anteriormente para el modelado de una caldera. Por otro lado (Bhambare & Miltra, 2007) presenta un modelo para caldera de circulación natural en una central térmica de carbón. Donde expresa que para

comprender el comportamiento dinámico de la caldera, es importante modelar cada componente. En 2017 se desarrolló un modelo matemático que fue el desarrollado por (Sunil et al., 2017) donde expresa el modelado matemático, simulación y validación de un tambor de caldera. Este modelo se realiza haciendo una comparación junto con el estudio de (Aström & Bell, 2000) y el estudio de (Bhambare & Miltra, 2007). Y por último el (Ahmed et al., 2018) en el cual se presenta el modelo para construir el evaporador y tambor de un generador de vapor mediante la utilización de Matlab®/ Simulink.

2.4 Marco Legal

El presente proyecto se desarrolla bajo la modalidad de proyecto de grado bajo las normas de la universidad Francisco de Paula Santander seccional Ocaña, según lo definido y estipulado en el estatuto estudiantil acuerdo **065** basado en lo que rigen los siguientes artículos: artículo 141, el artículo 142, artículo 145, artículo 146, artículo 148 y el artículo 151.

Capítulo 3. Diseño Metodológico

3.1 Tipo de investigación

Por la naturaleza de este trabajo es de carácter cuantitativo, en razón de que busca cuantificar las variables que interviene en el proceso termodinámico bajo el cual debe operar un generador de vapor en una central de energía térmica. Por otro lado, una vez cuantificadas las variables se procederá a relacionarlas, interpretarlas y posteriormente aplicarlas al modelamiento sobre el cual se estará trabajando en esta investigación. Así pues, el alcance de este trabajo es correlacional ya que se medirán las variables involucradas en el proceso de generación de vapor y se analizarán los resultados.

También se implementa una investigación descriptiva, pues teniendo en cuenta que se realizará el modelado matemático y se identifican los parámetros requeridos para la optimización del generador de vapor basado en investigaciones previas y continuas del estado del arte, se emplearán los documentos para realizar el análisis del modelo matemático en un software de simulación que sustente el proyecto.

3.2 Población

Se entiende por población al conjunto total de individuos, objetos o medidas que poseen algunas características comunes observables en un lugar y en un momento determinado.

Cuando se quiere llevar a cabo alguna investigación se debe tener en cuenta algunas características esenciales al seleccionar la población bajo estudio. (Hermosillo, 2013).

La población abarcada en el desarrollo de este proyecto será una planta de energía térmica la cual opere con un generador de vapor tipo acuotubular.

3.3 Metodología de investigación

Estas son las fases para el desarrollo del proyecto cumpliendo con los objetivos específicos, Cabe destacar que en las actividades de cada objetivo la búsqueda de información va a ser constante.

De esta forma se formulan cada una de las fases y sus actividades con el fin de dar una solución al problema de investigación entre las cuales tenemos:

3.3.1 Fase 1. Describir los modelos matemáticos, así como la relación existente entre sus variables. Para el cumplimiento del objetivo mencionado se desarrollaran las siguientes actividades:

- ✓ Recopilación de información haciendo un estudio del estado del arte para determinar los tipos de modelos existentes hasta la actualidad.
- ✓ Identificación de las variables que intervienen en el proceso de generación de vapor y operación de la caldera acuotubular en una central de energía térmica.

3.3.2 Fase 2. Efectuar análisis paramétricos sobre las principales variables que impactan el funcionamiento del generador de vapor. Para el cumplimiento de este objetivo se desarrollaran las siguientes actividades:

- ✓ Selección del modelo dinámico apropiado para el generador de vapor acuotubular.
- ✓ Se desarrolla el código apropiado para la respectiva simulación del modelo dinámico
- ✓ Se identifican los principales parámetros de operación.
- ✓ Validación del modelo a partir de datos desarrollados en estudios previos.

3.3.3 Fase 3. Identificar los parámetros requeridos para la optimización de esfuerzos térmicos generados durante el arranque del generador de vapor. Para el cumplimiento del objetivo se desarrollaran las siguientes actividades:

- ✓ Descripción del fenómeno de fatiga térmica y los modelos matemático que describe el comportamiento del esfuerzo térmico generado durante el arranque de un generador de vapor en una central de energía térmica.
- ✓ Definir las variables que intervienen en el esfuerzo térmico generado en el material del tambor de la caldera
- ✓ Plantear una propuesta para la optimización de esfuerzos térmicos en el tambor de un generador de vapor.

4. Resultados y análisis

Para llevar a cabo el desarrollo de este proyecto es necesario darle solución a cada uno de los objetivos específicos mencionados anteriormente, y a su vez cada una de las fases propuestas para cada uno de ellos en las cuales se muestra cual será la secuencia que se llevará para obtener los datos y realizar el análisis de los resultados correspondiente a la optimización de un generador de vapor tipo acuotubular en una central de energía térmica.

De acuerdo a lo anterior, a continuación se muestra el desarrollo para cada uno de los objetivos específicos que son necesarios para lograr el objetivo general.

4.1 Describir los modelos matemáticos, que gobiernan el comportamiento de un generador de vapor.

Para el desarrollo de este primer objetivo específico, se realiza un análisis del estado del arte donde se tendrán en cuenta los modelos matemáticos y las variables que intervienen en el proceso de generación de vapor mediante una caldera, en este caso se trabaja con una caldera acuotubular la cual es utilizada para generar vapor en una central de energía térmica. Durante la elaboración de este proyecto, se trabajará en relación con varios estudios que se han realizado previamente como los que se muestran a continuación y se tendrán en cuenta los que más aporten a la investigación en curso.

4.1.1. Modelos simples de caldera de tambor. Teniendo en cuenta que uno de los primeros estudios realizados sobre el modelo matemático de una caldera fue el estudio basado en la simulación de calderas mostrando un modelo simple no lineal desarrollado por (Äström & Bell, 1988), el cual, se caracteriza por la construcción de calderas con datos geométricos fácilmente disponibles. El modelo que desarrollaron utiliza tres estados definidos por la presión, el volumen del agua en el tambor y una calidad de vapor promedio en el elevador. Este modelo también capturaba el fenómeno dinámico de hinchamiento y contracción en la caldera. Así pues, este modelo a su vez tiene una ventaja que es su simplicidad y una precisión razonable que es adecuada para el estudio de control operacional. Pero sin embargo tiene una desventaja, que es un rendimiento deficiente si se usa para simular un escenario operativo dinámico como lo es la puesta en marcha de la planta.

Los factores implicados en el modelo de (Äström & Bell, 1988) principalmente es el balance global de masa y energía, donde a continuación se puede observar. Primero se representará el balance de energía propuesto que se escribe como se muestra en la ecuación (1).

$$\frac{d}{dt} \left[\rho_s h_s \nabla_{st} + \rho_w h_w \nabla_{wt} + m C_p T \right] = P + q_{fw} h_{fw} - q_s h_s \quad (1)$$

Donde, P es la potencia de entrada del combustible, ρ representa la densidad específica, h entalpia, ∇ volumen y q el flujo másico. Y los sub índices (s) se refiere al vapor, (w) agua y (fw) flujo de agua de alimentación. La masa total del metal de los tubos es m, el calor específico C_p y la temperatura del metal es T.

El volumen total de vapor se representa en la ecuación (2) y el volumen total de agua se muestra en la ecuación (3)

$$\nabla_{st} = \nabla_{drum} - \nabla_w + a_m \nabla_r \quad (2)$$

$$\forall_{wt} = \forall_w + \forall_{dc} + (1 - a_m) \forall_r \quad (3)$$

Siendo, \forall_{drum} es el volumen del tambor, \forall_r el volumen de los tubos de subida y a_m representa la relación promedio de agua-vapor.

El balance global de masa en el sistema queda de la forma como se representa en la ecuación (4) a continuación.

$$\frac{d}{dt} [\rho_s \forall_{st} + \rho_w \forall_{wt}] = q_{fw} - q_s \quad (4)$$

Las ecuaciones (1) y (4) capturan bien la presión en el tambor debido a la potencia de entrada, el flujo de agua de alimentación y el flujo de vapor. Estas dos ecuaciones se pueden simplificar al multiplicar la ecuación (4) por h_w y restándole el resultado de la ecuación (1) y se eliminará

el término de la derivada del volumen total de agua $\frac{d\forall_{wt}}{dt}$, quedando así una sola ecuación de la forma

$$h_c \frac{d}{dt} (\rho_s \forall_{st}) + \left[\rho_s \forall_{st} \frac{dh_s}{dt} + \rho_w \forall_{wt} \frac{dh_w}{dt} + mC_p \frac{dT}{dt} \right] = P - q_{fw} (h_w - h_{fw}) - q_s h_c \quad (5)$$

Siendo, $h_c = h_s - h_w$ la entalpia de condensación. (Äström & Bell, 1988) especifica que si la caldera cuenta con un buen sistema de control de nivel, el volumen total de agua y el volumen total de vapor no cambian mucho. Se simplifica la ecuación (5) se puede simplificar y queda

$$e_1 \frac{dp}{dt} = P - q_{fw} (h_w - h_{fw}) - q_s h_c \quad (6)$$

Donde el coeficiente e_1 es igual a:

$$e_1 = h_c \forall_{st} \frac{d\rho_s}{dp} + \rho_s \forall_{st} \frac{dh_s}{dp} + \rho_w \forall_{wt} \frac{dh_w}{dp} + mC_p \frac{dT_s}{dp}$$

Los parámetros del coeficiente e_1 se obtienen a partir de datos de construcción de la caldera.

Teniendo en cuenta que los términos $\frac{dh_s}{dp}$ y $\frac{dh_w}{dp}$ son cantidades claves para predecir la transferencia de energía y masa entre el vapor y el agua.

4.1.2 Simulación dinámica de grandes calderas con recirculación natural. Por otra parte, (Adam & Marchetti, 1999) estudiaron la simulación dinámica de grandes calderas con recirculación natural. Los resultados obtenidos se compararon con datos de una planta de energía termoeléctrica de 30MW ubicada en Santa Fe (Argentina) la cual se utiliza para probar y verificar el algoritmo que utiliza dos modelos no lineales; uno para la evaporación de los tubos verticales y otro modelo para la separación de fases en el tambor de vapor. Por esto, los resultados obtenidos con este modelo coinciden bien con los datos reales de la planta de energía termoeléctrica mencionada anteriormente.

A continuación se muestra el modelo utilizado para la evaporación en los tubos verticales. En la figura 5, se muestra el esquema de los tubos verticales donde se produce la mayor parte de la evaporación. Es por esto que, el modelo presentado por (Adam & Marchetti, 1999), se deriva de ecuaciones de campo promediadas de tiempo-espacio más generales.

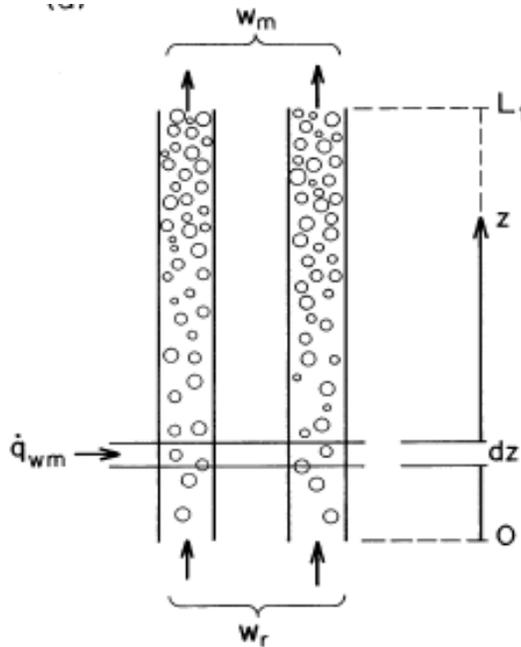


Figura 5. Esquema de los tubos verticales.

Fuente: (Adam & Marchetti, 1999)

En los tubos de evaporación se genera un balance de masa, donde en la ecuación (8) se aprecia este balance

$$\frac{d}{dz} \left(\varepsilon_g \rho_g u + (1 - \varepsilon_g) \rho_l u \right) = 0 \quad (8)$$

Donde, u hace referencia a la velocidad de la mezcla homogénea y ε_g es la fracción de vaporización.

Y por último, el balance de energía en los tubos que se muestra en la ecuación (9)

$$\frac{d}{dz} \left[\varepsilon_g \rho_g u \left(\hat{H}_g + \frac{1}{2} u^2 \right) + \frac{d}{dz} \left((1 - \varepsilon_g) \rho_l u \left(\hat{H}_g + \frac{1}{2} u^2 \right) \right) \right] = \dot{q}_{wm} - \left[\varepsilon_g \rho_g + (1 - \varepsilon_g) \rho_l \right] u g \quad (9)$$

Siendo la entalpia por unidad de área representada por \hat{H}_g y \dot{q}_{wm} que indica el flujo de calor en la pared del tubo por unidad de volumen.

Para el modelo de la separación de fases en el tambor se realizaron tres balances para obtener tres ecuaciones respectivamente, en la figura 6, se aprecia una imagen esquemática del tambor donde se produce la separación de fases y en la figura 7, se tiene un esquema del tambor y los tubos de elevación de vapor

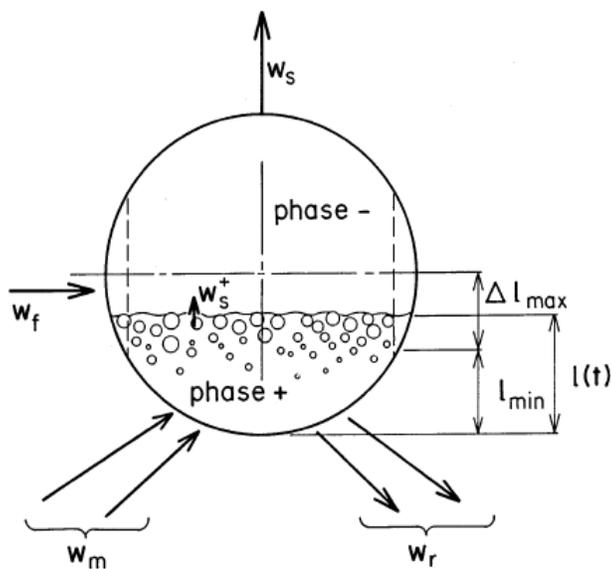


Figura 6. Esquema del tambor donde tiene lugar la separación de fase.
Fuente: (Adam & Marchetti, 1999)

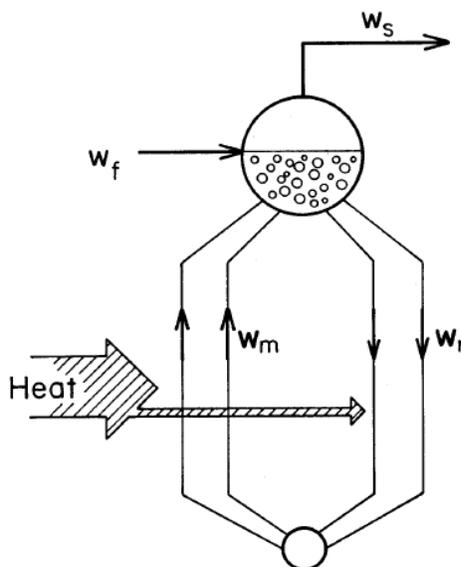


Figura 7. Sistema de tambor y tubos elevadores.
Fuente: (Adam & Marchetti, 1999)

En el sistema representado de la caldera se tiene dos corrientes de entrada que son, el flujo de fase mixta que proviene de los tubos verticales w_m y el agua de alimentación w_f . También hay dos corrientes de salida, una de ella es el flujo de recirculación w_r y la otra corriente es la del vapor producido que sale del tambor w_s . En la figura 6, se muestra dos especificaciones de diseño; Δl_{\max} que indica el cambio máximo esperado para el nivel de la mezcla líquido-vapor y l_{\min} , que es el valor mínimo esperado para ese nivel.

El balance total de masa en el tambor queda de la forma como se aprecia en la ecuación (10)

$$\frac{d(M_{\text{tot}})}{dt} = w_f + w_m - w_s - w_r \quad (10)$$

donde

$$M_{\text{tot}} = \forall_l^+ \rho_l + \forall_g^+ \rho_g + \forall_g^- \rho_g$$

También se realiza un balance de masa para la mezcla de líquido-vapor quedando como se muestra en la ecuación (11)

$$\frac{d(M_{\text{tot}}^+)}{dt} = w_f + w_m - w_s^+ - w_r \quad (11)$$

donde

$$M_{\text{tot}}^+ = \forall_l^+ \rho_l + \forall_g^+ \rho_g$$

Y por último el balance total de energía que queda representado en la ecuación (12)

$$\frac{d(H_{\text{tot}})}{dt} = w_f \hat{H}_f + w_m \hat{H}_m - w_s \hat{H}_s - w_r \hat{H}_r \quad (12)$$

siendo

$$H_{\text{tot}} = \nabla_1^+ \rho_1 \hat{H}_1 + \nabla_g^+ \rho_g \hat{H}_g + \nabla_g^- \rho_g \hat{H}_g$$

4.1.3 Dinámica del tambor-caldera. Tiempo después, (Aström & Bell, 2000) en un nuevo estudio, desarrollaron un modelo dinámico no lineal para calderas de tambor de circulación natural. Este modelo se basó en una extensión de su anterior modelo que describe la dinámica de los componentes del tambor, el extremo inferior y el elevador. En el actual modelo involucran cuatro variables de estado: donde dos de ellas representan el almacenamiento de masa y energía; la tercera variable representa la distribución de vapor en los elevadores; y el cuarto estado representa la distribución de vapor en la caldera. Los datos obtenidos con el modelo planteado se comparan con los datos reales de la planta P16-G16 la cual es una unidad de 160MW en Malmok, Suecia. En esta comparación de datos con la planta se dieron resultados favorables ya que los datos del modelo coinciden con los de la planta de energía térmica ubicada en Suecia. Por lo cual, con este enfoque utilizado es posible aplicarse a otras configuraciones de generadores de vapor.

Para describir el modelo matemático y las variables que intervienen en una caldera, (Aström & Bell, 2000) muestran que gran parte del comportamiento del sistema se refleja en el balance global de masa y energía. En la figura 8, se muestra un esquema de un sistema de caldera. Donde Q es el flujo de calor que es suministrado a los tubos elevadores donde se produce la ebullición y así haciendo que la gravedad obligue al vapor saturado a que suba.

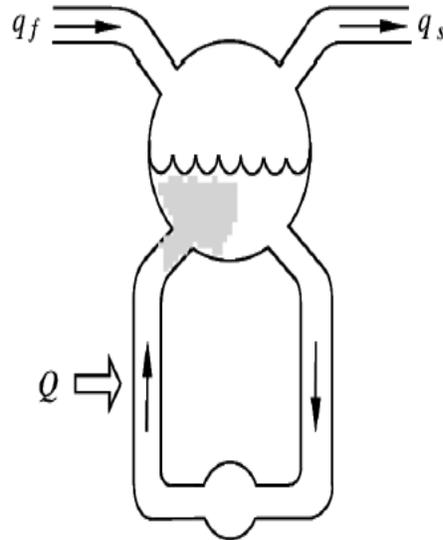


Figura 8. Esquema relacionado con el sistema de una caldera.
Fuente: (Aström & Bell, 2000)

Se aplica un balance global de masa al esquema anteriormente mostrado en la figura 4. Obteniéndose así las ecuaciones (13) y (14)

$$\frac{d}{dt} [\rho_s \nabla_{st} + \rho_w \nabla_{wt}] = q_f - q_s \quad (13)$$

$$e_{11} \frac{d \nabla_{wt}}{dt} + e_{12} \frac{dp}{dt} = q_f - q_s \quad (14)$$

Para el balance global de energía se representa primero como se observa continuación en la ecuación (15)

$$\frac{d}{dt} [\rho_s u_s \nabla_{st} + \rho_w u_w \nabla_{wt} + m_t C_p t_m] = Q + q_f h_f - q_s h_s \quad (15)$$

Donde la energía interna puede ser representada de acuerdo a la entalpia, presión y densidad de acuerdo a la siguiente ecuación, $u = h - \frac{p}{\rho}$ entonces la ecuación (15) se transforma como se muestra en la ecuación (16) y posteriormente en la ecuación (17)

$$\frac{d}{dt} \left[\rho_s h_s \nabla_{st} + \rho_w h_w \nabla_{wt} - p \nabla_t + m_t C_p t_m \right] = Q + q_f h_f - q_s h_s \quad (16)$$

$$e_{21} \frac{d\nabla_{wt}}{dt} + e_{22} \frac{dp}{dt} = Q + q_f h_f - q_s h_s \quad (17)$$

Con respecto a ∇_{st} y ∇_{wt} representan el volumen total de vapor y el volumen total de agua, respectivamente. Donde se incluye el volumen total del tambor, bajante y elevadores el cual se representa por ∇_t el cual corresponde a la suma de volumen total de vapor y el volumen total de agua como se representa en la ecuación (18)

$$\nabla_t = \nabla_{st} + \nabla_{wt} \quad (18)$$

Simplificando el sistema de ecuaciones y generando una sola entre la ecuación de masa y la ecuación de energía, se procede a multiplicar la ecuación (13) por h_w y se le resta el resultado de la ecuación (16), quedando.

$$h_c \frac{d}{dt} (\rho_s \nabla_{st}) + \rho_s \nabla_{st} \frac{dh_s}{dt} + \rho_w \nabla_{wt} \frac{dh_w}{dt} - \nabla_t \frac{dp}{dt} + m_t C_p \frac{dt_m}{dt} = Q - q_f (h_w - h_f) - q_s h_c \quad (19)$$

dónde:

$$h_c = h_s - h_w$$

Debido a que en las condiciones del sistema se estableció que el nivel del agua en el tambor era constante, se desprecian las variaciones de volumen de vapor en la ecuación (16) obteniendo:

$$e_1 \frac{dp}{dt} = Q - q_{fw} (h_w - h_{fw}) - q_s h_c \quad (20)$$

siendo

$$e_1 = h_c \nabla_{st} \frac{d\rho_s}{dp} + \rho_s \nabla_{st} \frac{dh_s}{dp} + \rho_w \nabla_{wt} \frac{dh_w}{dp} + m_t C_p \frac{dT_s}{dp} - \nabla_t$$

En la tabla 1, se tienen los valores numéricos de los términos del coeficiente e_1 a una presión de operación normal

Tabla 1.

Valores para los términos del coeficiente e_1 a una presión normal de operación en una planta.

Boiler	$h_c V_{st} \frac{\partial \rho_s}{\partial P}$	$\rho_s V_{st} \frac{\partial h_s}{\partial P}$	$\rho_w V_{wt} \frac{\partial h_w}{\partial P}$	$m_t C_p \frac{\partial t_s}{\partial P}$	V_t
P16-G16 80 MW	360	-40	2080	1410	85
P16-G16 160 MW	420	-40	1870	1410	85
Eraring 330 MW	700	-270	2240	4620	169
Eraring 660 MW	810	-270	2020	4620	169

Fuente: (Aström & Bell, 2000)

4.1.4 Modelado de una caldera de circulación natural a carbón.(Bhambare & Miltra, 2007) Presentan un modelo para caldera de circulación natural en una central térmica de carbón. Por consiguiente, expresa que para comprender el comportamiento dinámico de la caldera, es importante modelar cada componente, es decir, el tambor, el bucle bajante, los recalentadores radiantes, el horno y los recalentadores, todo esto por separado. Este estudio trabajó estos submodelos detalladamente. Los autores compararon los resultados obtenidos con los datos reales de una planta de una unidad de 250MW y encuentran que los datos obtenidos coinciden muy de cerca con los datos de la planta.

Las ecuaciones correspondientes al modelo de caldera desarrollado por (Bhambare & Miltra, 2007) se pueden apreciar a continuación, donde se hace un balance de masa y un balance de conservación de energía en la caldera respectivamente. En la figura 9, se aprecia el esquema de una caldera en el cual se indican las diferentes variables que intervienen en este modelo.

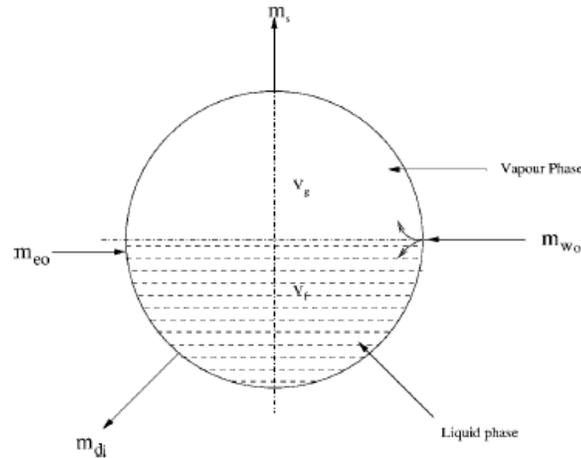


Figura 9. Esquema de la caldera con sus diferentes variables.
Fuente: (Bhambare & Miltra, 2007)

El balance de masa para este esquema se muestra en la ecuación (21)

$$\dot{m}_{wo} + \dot{m}_{eo} - \dot{m}_{di} - \dot{m}_s = \frac{d}{dt} (\rho_g \nabla_g + \rho_f \nabla_f) \quad (21)$$

Donde, \dot{m}_{wo} representa la tasa del flujo de la mezcla agua-vapor en la salida del muro de agua, \dot{m}_{eo} es la tasa del flujo de agua de alimentación en la salida de economizador, \dot{m}_{di} indica la tasa de flujo del agua saturada en la entrada del bajante, \dot{m}_s Flujo de vapor saturado en la salida del tambor, ρ_g la densidad del vapor saturado, ρ_f es la densidad del agua saturada, ∇_g indica el volumen del vapor saturado y ∇_f el volumen de agua saturada en el tambor.

En la ecuación (22) se muestra el modelo correspondiente para la conservación de energía en la caldera con sus respectivas variables que intervienen en el proceso

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\dot{m}_{di}(h_{wo} - h_{di}) + \dot{m}_{eo} h_{eo} - \dot{m}_{eo}(h_f - h_{eo}) - \dot{m}_s h_s - (\rho_f h_f - \rho_g h_g) \frac{d\nabla_f}{dt}}{\nabla_g \left[2\rho_g \frac{dh_g}{dp} + h_g \frac{d\rho_g}{dp} - 2 \right] + \nabla_f \left[2\rho_f \frac{dh_f}{dp} + h_f \frac{d\rho_f}{dp} - 2 \right] + \nabla_w h_{wo} \frac{d\bar{p}}{dp}} \quad (22)$$

Esta ecuación a su vez representa el estado transitorio de la presión dentro del tambor.

4.1.5 Modelado matemático, simulación y validación de un tambor de caldera: algunas investigaciones. En cuanto al estudio realizado por (Sunil et al., 2017) es uno de los más recientes relacionado con el modelado matemático, simulación y validación de un tambor de caldera. El modelo propuesto se desarrolló basándose en los conceptos utilizados por (Aström & Bell, 2000) y (Bhambare & Miltra, 2007). En este estudio se tiene en cuenta tres bloques principales; el primero es el modelo de tambor, el segundo es el bucle de recirculación distribuido y el tercero son representadas por las ecuaciones de transferencia de calor. Por consiguiente, para lograr una validación rigurosa de este modelo, sobre el cálculo del flujo de calor y la dinámica de las burbujas debajo de la superficie del agua en el tambor están comprendidos y validados con múltiples datos de la planta. Al mismo tiempo, ya teniendo el modelo desarrollado, se realizó la comparación entre estos tres modelos donde el primer modelo es el de (Aström & Bell, 2000), el segundo modelo es el propuesto por (Bhambare & Miltra, 2007) y el tercer modelo fue el desarrollado por (Sunil et al., 2017). Donde se concluye que el segundo modelo es el más inferior a los otros dos, mientras que el primer modelo es más preciso para la presión del tambor y el tercer modelo es superior para el nivel del tambor.

(Sunil et al., 2017) plantearon un nuevo modelo matemático, este modelo se muestra aplicando un balance global de masa y energía al tambor.

El balance de masa para la caldera queda de la forma como se representa en la ecuación (23)

$$\frac{d(\nabla_l \rho_l + \nabla_b \rho_b)}{dt} = m_f + m_r - m_d - m_b \quad (23)$$

Derivando la ecuación anterior queda de la forma como se ve en la ecuación (24)

$$\frac{d\nabla_b}{dt} \rho_b + \frac{d\nabla_l}{dt} \rho_s + \frac{dp}{dt} \left(\nabla_b \frac{d\rho_s}{dp} + \nabla_l \frac{d\rho_l}{dp} \right) = m_f + m_r - m_d - m_b \quad (24)$$

$$m_b = KA_{ma} u_s \rho_s$$

Para el balance global de energía en la caldera, se tiene en cuenta h que representa la entalpia, en la ecuación (25) se muestra el modelo donde luego se reemplaza

$$\frac{d(\rho_l h_l \nabla_l + \rho_b h_b \nabla_b + \rho_s h_s \nabla_s)}{dt} = m_f h_f + m_r h_r - m_s h_s - m_d h_d - M_D C_p \frac{dT_D}{dt} \quad (25)$$

Donde, ∇_l indica el volumen de líquido presente en el sistema, ∇_b representa el volumen de las burbujas que se forman al interior del líquido, ρ_l es la densidad del líquido, ρ_b densidad de las burbujas y m_b es la transferencia de masa total entre la fase líquida y la fase de vapor.

Teniendo en cuenta que el término $\nabla_D \frac{dp}{dt}$ no es dominante en la ecuación de estado con respecto a la dinámica macroscópica de calderas, este término se descuida para calderas a gran escala.

4.1.6 Modelado y estudio práctico de la dinámica del tambor del generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) y el efecto del punto de aproximación en la válvula de control. Actualmente un estudio desarrollado en el año 2018 es el de (Ahmed et al., 2018) donde presentaron un procedimiento simple para construir un modelo de un evaporador y tambor del generador de vapor de recuperación de calor (HRSG), donde el modelo captura la respuesta del agua y el vapor dentro del evaporador y el tambor HRSG, como también captura el nivel del tambor, la presión, la calidad del vapor y otras variables en diferentes condiciones de operación. Este estudio se realiza en una central de ciclo combinado que se encuentra en Talkha, al norte del Cairo, capital de Egipto. A continuación se representan las ecuaciones correspondientes al

modelo matemático utilizado en este estudio. Donde principalmente se tiene en cuenta el balance global de masa y energía.

En la ecuación (26) se representa la masa del tambor, la ecuación (27) el balance energético de entrada, salida, masa y energía de la caldera, en la ecuación (28) se combina el balance de masa y energía para el circuito cerrado de bajante-elevador en una sola ecuación, y en la ecuación (29) se considera solo el balance de masa de las burbujas de vapor bajo el nivel del agua correspondiente al sistema de la ilustración mostrado en la figura 10.

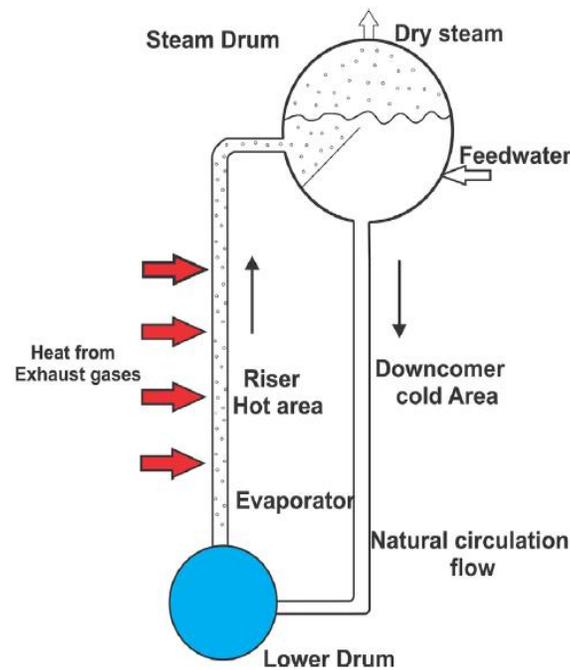


Figura 10. Esquema representativo de una caldera y sus bajantes.
Fuente: (Ahmed et al., 2018)

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{e_{22}} \left[Q + q_f h_f - q_s h_s - e_{21} \frac{d\forall wt}{dt} \right] \quad (26)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{e_{11}} \left[q_f - q_s - e_{12} \frac{dp}{dt} \right] \quad (27)$$

$$\frac{d\alpha_r}{dt} = \frac{1}{e_{33}} \left[Q - \alpha_r h_c q_{dc} - e_{32} \frac{dp}{dt} \right] \quad (28)$$

$$\frac{d\forall_{sd}}{dt} = \frac{1}{e_{44}} \left[\frac{\rho_s}{T_d} (\forall_{sd}^0 - \forall_{sd}) + \frac{h_f - h_w}{h_c} q_f - e_{42} \frac{dp}{dt} - e_{43} \frac{d\alpha_r}{dt} \right] \quad (29)$$

4.1.7 Simulación dinámica de un generador de vapor de recuperación de calor dedicado a una planta de concentración de salmuera. En el estudio de (Keshavar et al., 2018) se realiza una simulación de un evaporador y tambor del generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) para así poder investigar y estudiar el comportamiento dinámico de parámetros importantes involucrados en el proceso de generación de vapor. También se investigó la tasa de calor de entrada a los elevadores de HRSG, donde los resultados mostraron que un rápido aumento en la tasa de calor de entrada al haz de tubos aumenta la tasa de evaporación y como resultado, aumenta la calidad del vapor; por lo tanto, un exceso de calor podría aumentar la posibilidad de una falla del tubo.

El modelo se basa en la aplicación de ecuaciones de conservación de masa, energía y momento. El balance de masa de agua-vapor en el sistema se indica en la ecuación (30), mientras que la energía total en el sistema resultó de la ecuación del fluido en la mezcla de agua-vapor, y la energía térmica de las paredes del tubo se muestra en la ecuación (31). En la figura 11, se muestra un esquema representativo de un generador de vapor, en el que se tienen en cuenta los diferentes factores que intervienen en el proceso.

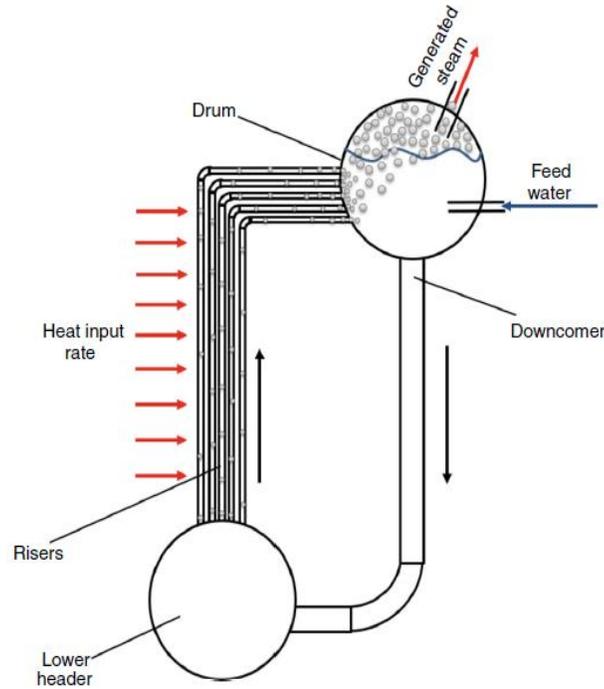


Figura 11. Esquema del generador de vapor de recuperación de calor de circulación natural.
Fuente:(Keshavar et al., 2018)

$$\frac{d}{dt} [\rho_s \forall_{st} + \rho_w \forall_{wt}] = \dot{m}_f - \dot{m}_s \quad (30)$$

$$\frac{d}{dt} [\rho_s h_s \forall_{st} + \rho_w h_w \forall_{wt} - P \forall_t + m_t C_p T_m] = \dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s \quad (31)$$

El balance de masa y conservación de energía para los tubos de subida (Riser) se muestra en las ecuaciones (32) y (33) respectivamente:

$$\frac{d}{dt} [\rho_s \bar{\alpha}_v \forall_r + \rho_w (1 - \bar{\alpha}_v) \forall_r] = \dot{m}_{dc} - \dot{m}_r \quad (32)$$

$$\frac{d}{dt} [\rho_s h_s \bar{\alpha}_v \forall_r + \rho_w h_w (1 - \bar{\alpha}_v) \forall_r - P \forall_r + m_t C_p T_m] = \dot{Q} + \dot{m}_{dc} h_w - (\alpha_r h_c + h_w) \dot{m}_r \quad (33)$$

Simplificando las ecuaciones correspondientes el balance de masa y energía del generador de vapor que son las ecuaciones (34) y (35) quedando una sola ecuación como se muestra a continuación:

$$a_1 \frac{dp}{dt} = \dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_f h_w - \dot{m}_s h_c \quad (36)$$

siendo

$$a_1 = h_w \nabla_{wt} \frac{\partial h_w}{\partial P} + m_t C_p \frac{\partial T_s}{\partial P}$$

En este estudio se involucran algunas variables tales como: la presión P , el volumen ∇ de vapor como de agua, el flujo de calor suministrado al sistema \dot{Q} , el flujo másico \dot{m} de agua y de vapor en el sistema, las densidades ρ del agua y del vapor, la temperatura en el metal T_s que se asume igual a la temperatura de saturación del fluido.

Por lo tanto, teniendo en cuenta que de los estudios mencionados anteriormente el artículo de (Aström & Bell, 2000) y el estudio realizado por (Sunil et al., 2017) son unos de los más relevantes y más citados referido al tema de modelación dinámica de calderas y debido a la influencia de estos estudios en este campo, a continuación se anexan dos tablas en las cuales se especifican algunos de los artículos más recientes que se basaron en estos estudios para llevar a cabo su investigación. Por consiguiente, en la tabla 2 se muestran algunos de los artículos que se basaron en los estudios de (Aström & Bell, 2000) y en la tabla 3 se muestran algunos de los artículos más relevantes que citaron a (Sunil et al., 2017).

Tabla 2.

Autores que citaron a (Aström & Bell, 2000) y su objetivo de estudio.

ARTÍCULOS RECIENTES QUE CITARÓN A (Aström & Bell, 2000)			
TÍTULO DEL ARTÍCULO	AUTOR/ES	MOTIVO DE CITACIÓN	OBJETIVO DEL ESTUDIO
Modelado dinámico completo, simulación y validación para una investigación de incidentes de calderas industriales.	(Taimoor et al., 2019)	Este artículo cita a (Aström & Bell, 2000) ya que ellos desarrollaron ecuaciones diferenciales físicas para una caldera utilizando la técnica de modelado agrupado.	En este trabajo se presenta una simulación que incluye las lógicas de disparo, los enclavamientos, los dispositivos de seguridad y los procedimientos de arranque y apagado. Posteriormente la simulación se realiza directamente en modo dinámico. Luego el modelo se verifica en tres etapas, incluido el logro de "estado estable" en modo dinámico, la validación del controlador mediante los procedimientos de arranque y apagado y, por último, los datos industriales directos en condiciones desviadas.
Modelado dinámico, validación experimental y análisis termo económico de calderas industriales de tubo de fuego con cámara de combustión de flujo inverso de punto de estancamiento	(Tognoli et al., 2019)	Para modelar el comportamiento real de una caldera y determinar su rendimiento, se requiere un modelo dinámico detallado, donde varios estudios anteriores se han dedicado al modelo dinámico de calderas como lo fue (Aström & Bell, 2000)	En el presente estudio, se implementa un modelo dinámico detallado de calderas de tubos de incendio equipadas con quemador de flujo inverso de punto de estancamiento (SPRF). Los datos experimentales, obtenidos a través de un procedimiento de prueba, se emplean para validar el modelo desarrollado. Así pues, se simula el comportamiento dinámico de la caldera considerada, mientras se abordan diferentes perfiles de demanda de vapor, y se determina la eficiencia general correspondiente.
Análisis de fenómenos térmicos y de flujo en el evaporador de caldera de circulación natural.	(Grądział, 2019)	En este artículo se comparan los resultados de modelos propuesto de la dinámica de la caldera, con los resultados obtenidos con el modelo desarrollado por (Aström & Bell, 2000)	En este documento se propone un original modelo matemático interno que permite el análisis de los fenómenos térmicos y de flujo que ocurren en el evaporador de una caldera de circulación natural. Este es un modelo de parámetro distribuido basado en un enfoque original del problema de resolver las ecuaciones que describen los principios de la masa, el impulso y la conservación de la energía.
Análisis dinámico de rendimiento y tensión del generador de vapor de las plantas de energía solar parabólica.	(González et al., 2019)	El modelado de este evaporador y el tambor de vapor fueron modelados de acuerdo al estudio desarrollado por (Aström & Bell, 2000) donde se considera la inercia de la mezcla de agua/ vapor y la masa metálica.	Se presenta una metodología para el análisis termomecánico del generador de vapor para una planta de energía parabólica. Esta metodología consiste en acoplar modelos termodinámicos y de tensión transitorios de los intercambiadores de calor para calcular la tensión.

ARTÍCULOS RECIENTES QUE CITARÓN A (Aström & Bell, 2000)			
TÍTULO DEL ARTICULO	AUTOR/ES	MOTIVO DE CITACIÓN	OBJETIVO DEL ESTUDIO
Modelado y estudio práctico de la dinámica del tambor del generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) y el efecto del punto de aproximación en las válvulas de control.	(Ahmed et al., 2018)	Además, el modelo asume que la temperatura de la pared metálica de la caldera y el tambor es igual a la temperatura de vapor y agua saturada. En este estudio se presenta un modelo de un generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) adecuado e ilustrado basado en las ecuaciones del modelo matemático de (Aström & Bell, 2000) el cual es un modelo de orden simple de la dinámica del tambor y la caldera.	En este documento, presentaron un procedimiento simple para construir un modelo de un evaporador y tambor de generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) en el entorno de Matlab® / Simulink. Donde el modelo captura la respuesta del agua y el vapor dentro del evaporador y tambor HRSG, como el nivel del tambor, la presión, la calidad del vapor y otros en diferentes condiciones.
Simulación dinámica de un generador de vapor de recuperación de calor dedicado a una planta de concentración de salmuera	(Keshavar et al., 2018)	Especifica que es trabajo de (Aström & Bell, 2000) se puede considerar una investigación más importante sobre los HRSG de circulación natural, el cual abrió el camino a otros investigadores. El trabajo de estos dos investigadores sobre la dinámica del generador de vapor de circulación natural proporciono un modelo no lineal para estos sistemas.	En este estudio, se llevó a cabo una simulación dinámica de HRSG para investigar el comportamiento dinámico de parámetros importantes involucrados en el proceso de generación de vapor. También se investigó la tasa de agua pura producida por la planta de concentración de salmuera bajo la carga variable de la turbina de gas y en consecuencia, la tasa de calor de entrada a los elevadores de HRSG.
Modelado y control de una unidad combinada de calor y energía con derivación de dos etapas.	(Gao et al., 2018)	En este artículo se presenta un modelo dinámico no lineal de una combinación de calor y energía (CHP) en el cual se analiza el comportamiento del calentamiento por derivación en el balance de energía de estas unidades. Se basaron en los estudios realizados en los últimos años sobre el modelo de caldera-tambor uno de estos estudios fue el de (Aström & Bell, 2000)de una unidad de cogeneración.	En este trabajo, se presenta un modelo dinámico no lineal de una unidad combinada de calor y energía (CHP) con bypass de dos etapas por primera vez. Este modelo se deriva a través de un análisis del balance de materiales y energía de la unidad CHP. Los parámetros estáticos se determinan a través de los datos de diseño de la unidad CHP, y los parámetros dinámicos se refieren a parámetros del modelo del mismo tipo de unidades en otras referencias.

ARTÍCULOS RECIENTES QUE CITARÓN A (Aström & Bell, 2000)			
TÍTULO DEL ARTÍCULO	AUTOR/ES	MOTIVO DE CITACIÓN	OBJETIVO DEL ESTUDIO
Modelado y optimización del diseño de calderas utilizando la red neuronal y el algoritmo Firefly	(Savargave & Lengare, 2018)	La estrategia avanzada de este estudio de modelado de calderas en plantas incluye el modelo basado en experimentos previamente realizados como lo es el de (Aström & Bell, 2000).	En la literatura se informa de técnicas para mejorar la eficiencia de la caldera. El esquema de red neuronal se ha probado para el diseño de la caldera y proporciona un marco para los modelos de sistemas no lineales. En este trabajo, se propone un híbrido de red neuronal artificial y algoritmo de luciérnaga. La técnica de modelado propuesta se simula en Matlab [®] .

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.

Autores que citaron a (Sunil et al., 2017) y su objetivo de estudio.

ARTÍCULOS RECIENTES QUE CITARON A (SUNIL, BARVE, & NATARAJ, 2017)			
TÍTULO DEL ARTICULO	AUTOR/ES	MOTIVO DE CITACIÓN	OBJETIVO DEL ESTUDIO
Análisis de fenómenos térmicos y de flujo en el evaporador de caldera de circulación natural.	(Grądział, 2019)	Este artículo cita a (Sunil et al., 2017) porque presentan un modelo mixto de una planta de energía que funciona en combinación con un generador de vapor con recuperación de calor.	En este documento se propone un original modelo matemático interno que permite el análisis de los fenómenos térmicos y de flujo que ocurren en el evaporador de una caldera de circulación natural. Es un modelo de parámetro distribuido basado en un enfoque original del problema de resolver las ecuaciones que describen los principios de la masa, el impulso y la conservación de la energía.
Modelado dinámico, validación experimental y análisis termo económico de calderas industriales de tubo de fuego con cámara de combustión de flujo inverso de punto de estancamiento	(Tognoli et al., 2019)	Para modelar el comportamiento real de estas calderas y determinar su rendimiento, particularmente cuando se trata de un perfil de solicitud de flujo intermitente, se requiere el desarrollo de un modelo dinámico detallado. Sin embargo, varios estudios anteriores se han dedicado a la modelización dinámica de calderas de tubos de agua, y una de estas investigaciones es la de (Sunil et al., 2017)	En el presente trabajo, se implementa un modelo dinámico detallado de calderas de tubos de incendio equipadas con quemador de flujo inverso de punto de estancamiento (SPRF). Los datos experimentales, obtenidos a través de un procedimiento de prueba, se emplean para validar el modelo desarrollado. Y así luego se lleva a cabo un análisis económico integral para elegir el modelo de caldera más adecuado para cada perfil, teniendo en cuenta tanto el consumo de combustible correspondiente como la inversión inicial requerida.
Modelo matemático de una caldera de potencia supercrítica para simular cambios rápidos en la carga térmica de la caldera.	(Taler et al., 2019)	En este artículo se citan a (Sunil et al., 2017), debido a que presento un estudio mixto basado en un modelo de parámetros agrupados para la dinámica del tambor de caldera y un modelo de parámetros distribuidos para la dinámica del evaporador.	Este artículo presenta un nuevo modelo matemático de una caldera de potencia supercrítica, listo para la instalación en línea, que permite un análisis exhaustivo de la dinámica de la caldera. El modelo permite generar curvas de deslizamiento modificadas para una unidad de energía.
Modelado matemático y validación de un 320MW disparado tangencialmente caldera: un caso de estudio.	(Hajebzadeh et al., 2019)	(Sunil et al., 2017) es citado en este artículo debido a que presento un importante modelo de tambor de caldera dinámico agrupado, estándar y mixto, y un modelo distribuido unidimensional basado en un código de estabilidad hidráulica	En este trabajo se ha desarrollado un modelo integrado de caldera de estado estable. Además de implementar los componentes principales de la caldera aplicando las leyes de termodinámica, la transferencia de calor y las correlaciones de caída de presión, se han considerado los siguientes aspectos: combustión de equilibrio para predecir la composición y

ARTÍCULOS RECIENTES QUE CITARON A (SUNIL, BARVE, & NATARAJ, 2017)			
TÍTULO DEL ARTÍCULO	AUTOR/ES	MOTIVO DE CITACIÓN	OBJETIVO DEL ESTUDIO
		térmica de dos fases para representar la dinámica del subsistema.	temperatura del gas de combustión, gas de recirculación en el horno, temperatura del gas de salida del horno.
Directrices de modelado y diseño para receptores solares de generación directa de vapor.	(Lin et al., 2018)	debido a que el estudio en este artículo es referente al modelado para la transferencia de calor acoplado y el problema del flujo de fluido en los receptores solares de generación de vapor directo se inspiraron en el diseño de generadores de vapor convencionales como el diseño realizado por (Sunil et al., 2017)	Se desarrolló un modelo acoplado a la transferencia de calor y masa de receptores de cavidad con absorbentes tubulares para guiar el diseño de la generación de vapor directo impulsado por energía solar. El modelo numérico consistió en un modelo de flujo de dos fases detallado en 1D de los tubos de absorción acoplados a un modelo de transferencia de calor 3D del receptor de cavidad.
Modelado y estudio práctico de la dinámica del tambor del generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) y el efecto del punto de aproximación en las válvulas de control.	(Ahmed et al., 2018)	Teniendo en cuenta que en este documento se presenta un procesamiento simple para construir un modelo de un evaporador y tambor, se realizó un revisión en el cual se encuentran muchos estudios sobre la optimización termodinámica y sobre cómo obtener los parámetros de diseño de un HRSG como lo muestra el trabajo de (Sunil et al., 2017)	En este documento, presentarán un procedimiento simple para construir un modelo de un evaporador y tambor de generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) en el entorno de Matlab® / Simulink. Donde el modelo captura la respuesta del agua y el vapor dentro del evaporador y tambor HRSG, como el nivel del tambor, la presión, la calidad del vapor y otros en diferentes condiciones.

Fuente: Elaboración propia.

4.2 Efectuar análisis paramétricos sobre las principales variables que impactan el funcionamiento del generador de vapor.

Para el cumplimiento de este objetivo, se tiene en cuenta la revisión del estado del arte desarrollada anteriormente donde los artículos de (Aström & Bell, 2000) y el de (Sunil et al., 2017) son los estudios más relevantes y citados en investigaciones relacionadas con la generación de vapor. Por lo tanto, en la tabla 4 se muestra el número de citas que tiene cada uno de estos dos artículos en la base de datos *ScienceDirect* y *Scopus*.

Tabla 4.
Comparación de citas entre el estudio de (Aström & Bell, 2000) y (Sunil et al., 2017)

BASES DE DATOS	ARTÍCULOS Y NUMERO DE CITACIONES	
	<i>Drum-Boiler Dynamics</i> (Aström & Bell, 2000)	<i>Mathematical modeling, simulation and validation of a boiler drum: Some investigations.</i> (Sunil et al., 2017)
<i>ScienceDirect</i>	474	11
<i>Scopus</i>	474	11

Fuente: Elaboración propia. Basado en *ScienceDirect* y *Scopus*.

4.2.1. Grafica de comparación de citas entre los artículos de (Aström & Bell, 2000) y (Sunil et al., 2017). En la siguiente figura 12 se presenta un gráfico de líneas propuesto para observar la diferencia de citas que hay entre estos dos artículos desde el año 2014 hasta el 2020.

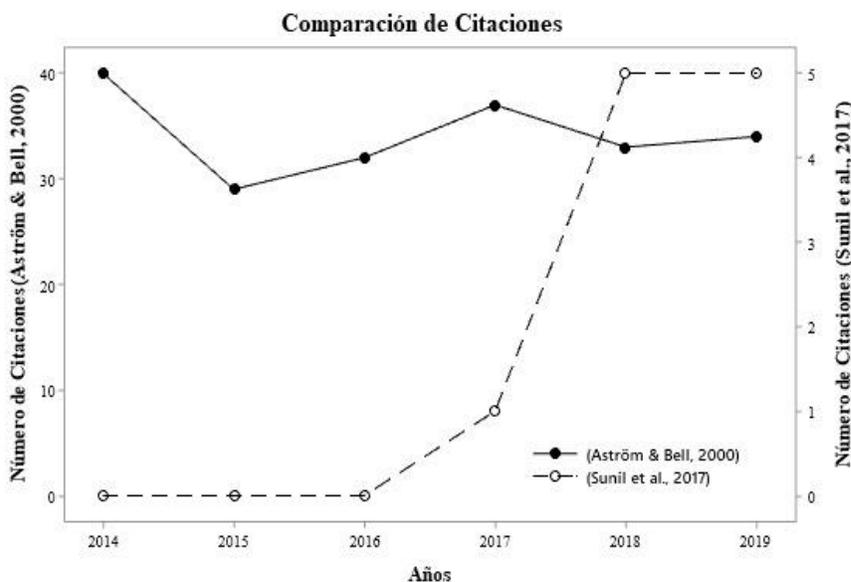


Figura 12. Gráfica de la comparación del número de citas entre dos artículos.
Fuente: Elaboración propia.

4.2.2 Selección del modelo matemático. Teniendo en cuenta los datos mostrados anteriormente en la tabla (3) y en la figura (13) el estudio de (Aström & Bell, 2000) ha sido uno de los más importantes en los últimos años para llevar a cabo nuevas investigaciones sobre la generación de vapor ya que abrió el camino a otros investigadores, como (Keshavar et al., 2018), (Ahmed et al., 2018) y (Huan & Weide, 2019) que se basaron en el modelo matemático propuesto por Aström y Bell para desarrollar sus estudios.

En consecuencia con lo anterior, para este estudio se selecciona el modelo matemático propuesto por (Aström & Bell, 2000) ya que en su artículo especifica que aunque es un modelo

bastante simple, responde muy bien al comportamiento de la caldera. Además dice que este modelo puede ser utilizado para cualquier tipo de generador de vapor.

A continuación se presenta la demostración matemática y física del modelo seleccionado, esta demostración se basa a partir de la figura 13 que se muestra a continuación, que es la representación gráfica de una caldera de tipo acuotubular.

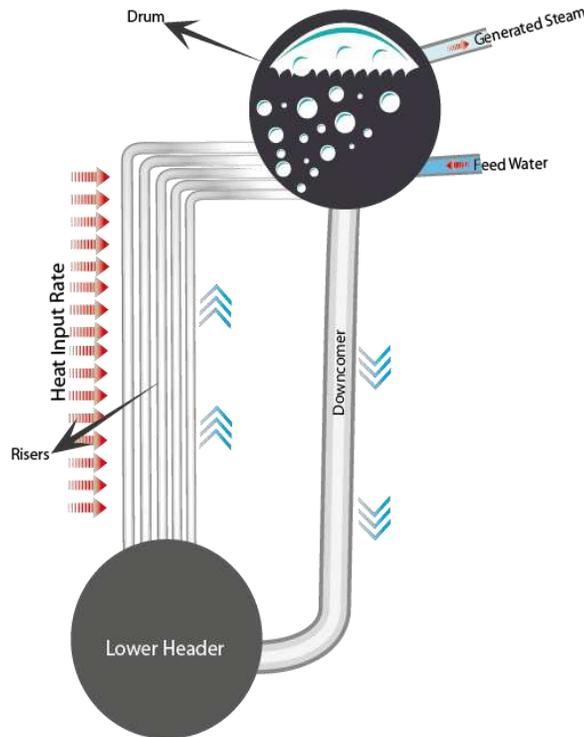


Figura 13. Ilustración de una caldera tipo acuotubular utilizada para la determinación del modelo matemático
Fuente: Elaboración propia

Para realizar la demostración se iniciará realizando un balance global de masa para el sistema en estudio, este balance de masa se muestra a continuación quedando de la forma:

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \frac{dm_{sis}}{dt} |_{sistema} .:$$

$$\dot{m}_f - \dot{m}_s = \frac{d}{dt} [m_w + m_s] \quad (36)$$

donde

$$v = \frac{\nabla}{m} \Rightarrow m = \frac{\nabla}{v} \Rightarrow m = \rho \nabla \quad \therefore m_w = \rho_w \nabla_{wt} , \quad m_s = \rho_s \nabla_{st}$$

reemplazando m_w y m_s en la ecuación (37) queda

$$\dot{m}_f - \dot{m}_s = \frac{d}{dt} \left[\rho_w \nabla_{wt} + \rho_s \nabla_{st} \right] \quad (37)$$

se sabe que el volumen total de la caldera está dado de la forma $\nabla_t = \nabla_{wt} + \nabla_{st}$

de la ecuación del volumen total se despeja el volumen total de vapor (∇_{st}) quedando esta

ecuación como se muestra a continuación

$$\nabla_{st} = \nabla_t - \nabla_{wt} \quad (38)$$

sustituyendo ∇_{st} en la ecuación (37) se tiene

$$\frac{d}{dt} \left[\rho_w \nabla_{wt} + \rho_s (\nabla_t - \nabla_{wt}) \right] = \dot{m}_f - \dot{m}_s$$

Regla de la cadena

$$\frac{d(\rho_s)}{dt} = \frac{d\rho_s}{dP} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{d(\rho_w)}{dt} = \frac{d\rho_w}{dP} \frac{dP}{dt}$$

Aplicando regla de la cadena a la ecuación (37) del balance global de masa para obtener la ecuación de estado adecuada

- $\frac{d}{dt} (\rho_w \nabla_{wt}) = \rho_w \frac{d\nabla_{wt}}{dt} + \nabla_{wt} \frac{d\rho_w}{dt}$ Utilizando regla de la cadena

$$\frac{d}{dt} (\rho_w \nabla_{wt}) = \rho_w \frac{d\nabla_{wt}}{dt} + \nabla_{wt} \frac{d\rho_w}{dP} \frac{dP}{dt} \quad (i)$$

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} \left(\rho_s (\nabla_t - \nabla_{wt}) \right) = \frac{d}{dt} \left(\rho_s \nabla_t - \rho_s \nabla_{wt} \right)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\rho_s (\nabla_t - \nabla_{wt}) \right) = \nabla_t \frac{d\rho_s}{dt} - \rho_s \frac{d\nabla_{wt}}{dt} - \nabla_{wt} \frac{d\rho_s}{dt} \quad \text{Aplicando regla de la cadena}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\rho_s (\nabla_t - \nabla_{wt}) \right) = \nabla_t \frac{d\rho_s}{dP} \frac{dP}{dt} - \rho_s \frac{d\nabla_{wt}}{dt} - \nabla_{wt} \frac{d\rho_s}{dP} \frac{dP}{dt} \quad (ii)$$

Sumando las ecuaciones (i) y (ii)

$$\sum (i+ii): \rho_w \frac{d\nabla_{wt}}{dt} + \nabla_{wt} \frac{d\rho_w}{dP} \frac{dP}{dt} + \nabla_t \frac{d\rho_s}{dP} \frac{dP}{dt} - \rho_s \frac{d\nabla_{wt}}{dt} - \nabla_{wt} \frac{d\rho_s}{dP} \frac{dP}{dt} = \dot{m}_f - \dot{m}_s$$

Sumando términos semejantes queda una ecuación diferencial ordinaria (ODE) la cual representa el balance global de masa en la caldera

$$\underbrace{(\rho_w - \rho_s)}_{e_{11}} \frac{d\nabla_{wt}}{dt} + \underbrace{\left(\nabla_{st} \frac{d\rho_s}{dP} + \nabla_{wt} \frac{d\rho_w}{dP} \right)}_{e_{12}} \frac{dP}{dt} = \dot{m}_f - \dot{m}_s$$

$$e_{11} \frac{d\nabla_{wt}}{dt} + e_{12} \frac{dP}{dt} = \dot{m}_f - \dot{m}_s \quad (39)$$

Teniendo en cuenta que la ecuación (39) tiene dos parámetros de operación de la caldera y solo se tiene una ecuación, es necesario realizar el balance global de energía para así tener dos ecuaciones y sus dos parámetros dependientes del tiempo.

A continuación se muestra el balance global de energía realizado a la caldera

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \frac{dm_{sis}}{dt} |_{sistema} \quad \therefore$$

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} \left[m_{final} u_{final} - m_{inicial} u_{inicial} \right] \quad (40)$$

donde

$$m_{\text{final}} = m_f + m_s \Rightarrow m_{\text{final}} = \rho_w \nabla_{wt} + \rho_s \nabla_{st}$$

$$m_{\text{inicial}} = m_w + m_s \Rightarrow m_{\text{inicial}} = \rho_w \nabla_{wt} + \rho_s \nabla_{st}$$

Si se reemplazan los coeficientes anteriores en la ecuación (40) se tiene

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} \left[\underbrace{(\rho_w \nabla_{wt} + \rho_s \nabla_{st})}_{\text{Estado 2}} u_2 - \underbrace{(\rho_w \nabla_{wt} + \rho_s \nabla_{st})}_{\text{Estado 1}} u_1 \right]$$

Teniendo en cuenta que en el sistema se tiene liquido-vapor-metal la ecuación queda de la siguiente manera

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} \left[\rho_s \nabla_{st} u_s + \rho_w \nabla_{wt} u_w + m_m C_p T_m \right] \quad (41)$$

Teniendo en cuenta que la energía interna es:

$$h = u + \frac{P}{\rho} \quad \text{despejando (u) se tiene } u = h - \frac{P}{\rho}$$

De esta manera la energía interna del vapor u_s y del agua u_w queda como se ve a continuación

$$u_s = h_s - \frac{P}{\rho_s}$$

$$u_w = h_w - \frac{P}{\rho_w}$$

De este modo reemplazando en la ecuación (41) las dos energías internas mostradas anteriormente

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} \left[\rho_s \nabla_{st} h_s - \rho_s \nabla_{st} \frac{P}{\rho_s} + \rho_w \nabla_{wt} h_w - \rho_w \nabla_{wt} \frac{P}{\rho_w} + m_m C_p T_m \right]$$

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} \left[\rho_s \nabla_{st} h_s - \nabla_{st} P + \rho_w \nabla_{wt} h_w - \nabla_{wt} P + m_m C_p T_m \right]$$

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} \left[\rho_s \nabla_{st} h_s + \rho_w \nabla_{wt} h_w - P(\nabla_{wt} + \nabla_{st}) + m_m C_p T_m \right]$$

Se sabe que $\nabla_t = \nabla_{wt} + \nabla_{st}$ el balance global de energía queda de la siguiente manera

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} \left[\rho_s \nabla_{st} h_s + \rho_w \nabla_{wt} h_w - P(\nabla_t) + m_m C_p T_m \right] \quad (42)$$

Regla de la cadena

$$\frac{d(\rho_s)}{dt} = \frac{d\rho_s}{dP} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{d(\rho_w)}{dt} = \frac{d\rho_w}{dP} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{d(h_s)}{dt} = \frac{dh_s}{dP} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{d(h_w)}{dt} = \frac{dh_w}{dP} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{d(T_m)}{dt} = \frac{dT_m}{dP} \frac{dP}{dt}$$

Aplicando la regla de la cadena a la ecuación (42) del balance global de energía para así obtener la ecuación de estado correspondiente

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} (\rho_s \nabla_{st} h_s) \Rightarrow \frac{d}{dt} (\rho_s (\nabla_t - \nabla_{wt}) h_s) \Rightarrow \frac{d}{dt} (\rho_s h_s \nabla_t - \rho_s h_s \nabla_{wt})$$

$$\frac{d}{dt} (\rho_s \nabla_{st} h_s) = \nabla_t h_s \frac{d\rho_s}{dt} + \nabla_t \rho_s \frac{dh_s}{dt} - \nabla_{wt} h_s \frac{d\rho_s}{dt} - \nabla_{wt} \rho_s \frac{dh_s}{dt} - h_s \rho_s \frac{d\nabla_{wt}}{dt}$$

Reemplazando los términos mostrados anteriormente correspondientes a la regla de la cadena

$$\frac{d}{dt} (\rho_s \nabla_{st} h_s) = \nabla_t h_s \frac{d\rho_s}{dP} \frac{dP}{dt} + \nabla_t \rho_s \frac{dh_s}{dP} \frac{dP}{dt} - \nabla_{wt} h_s \frac{d\rho_s}{dP} \frac{dP}{dt} - \nabla_{wt} \rho_s \frac{dh_s}{dP} \frac{dP}{dt} - h_s \rho_s \frac{d\nabla_{wt}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\rho_s \nabla_{st} h_s) = h_s \frac{d\rho_s}{dP} (\nabla_t - \nabla_{wt}) \frac{dP}{dt} + \rho_s \frac{dh_s}{dP} (\nabla_t - \nabla_{wt}) \frac{dP}{dt} - h_s \rho_s \frac{d\nabla_{wt}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\rho_s \nabla_{st} h_s) = \left(h_s \nabla_{st} \frac{d\rho_s}{dP} + \rho_s \nabla_{st} \frac{dh_s}{dP} \right) \frac{dP}{dt} - h_s \rho_s \frac{d\nabla_{wt}}{dt} \quad (\text{iii})$$

- $\frac{d}{dt}(\rho_w \nabla_{wt} h_w) = \nabla_{wt} h_w \frac{d\rho_w}{dt} + \nabla_{wt} \rho_w \frac{dh_w}{dt} + h_w \rho_w \frac{d\nabla_{wt}}{dt}$

Se utilizan los términos de la regla de la cadena

$$\frac{d}{dt}(\rho_w \nabla_{wt} h_w) = \nabla_{wt} h_w \frac{d\rho_w}{dP} \frac{dP}{dt} + \nabla_{wt} \rho_w \frac{dh_w}{dP} \frac{dP}{dt} + h_w \rho_w \frac{d\nabla_{wt}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\rho_w \nabla_{wt} h_w) = \left(\nabla_{wt} h_w \frac{d\rho_w}{dP} + \nabla_{wt} \rho_w \frac{dh_w}{dP} \right) \frac{dP}{dt} + h_w \rho_w \frac{d\nabla_{wt}}{dt} \quad (\text{iv})$$

- $\frac{d}{dt}(-P\nabla_t) = -\nabla_t \frac{dP}{dt} \quad (\text{v})$

- $\frac{d}{dt}(m_m C_p T_m) = m_m C_p \frac{dT_m}{dt}$

Se emplea los términos de la regla de la cadena

$$\frac{d}{dt}(m_m C_p T_m) = m_m C_p \frac{dT_m}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(m_m C_p T_m) = m_m C_p \frac{dT_m}{dP} \frac{dP}{dt} \quad (\text{vi})$$

Sumando las ecuaciones (iii), (iv), (v) y (vi)

$$\Sigma[(\text{iii})+(\text{iv})+(\text{v})+(\text{vi})] = \dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s$$

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{dP}{dt} \left[h_s \nabla_{st} \frac{d\rho_s}{dP} + \rho_s \nabla_{st} \frac{dh_s}{dP} + \nabla_{wt} \left(h_w \frac{d\rho_w}{dP} + \rho_w \frac{dh_w}{dP} \right) - \nabla_t + m_m C_p \frac{dT_m}{dP} \right] + \frac{d\nabla_{wt}}{dt} [h_w \rho_w - h_s \rho_s]$$

donde simplificando un poco más la ecuación se queda de la siguiente manera

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{dP}{dt} \left[\overbrace{\nabla_{st} \left(h_s \frac{d\rho_s}{dP} + \rho_s \frac{dh_s}{dP} \right) + \nabla_{wt} \left(h_w \frac{d\rho_w}{dP} + \rho_w \frac{dh_w}{dP} \right)}^{e_{22}} - \nabla_t + m_m C_p \frac{dT_m}{dP} \right] + \frac{d\nabla_{wt}}{dt} \left[\overbrace{h_w \rho_w - h_s \rho_s}^{e_{21}} \right]$$

$$e_{21} \frac{d\nabla_{wt}}{dt} + e_{22} \frac{dP}{dt} = \dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s \quad (43)$$

Las ecuaciones (39) y (42) son las ecuaciones de estado correspondientes al modelo de caldera en estudio en este caso una caldera tipo acuotubular.

4.2.3 Simplificación del modelo. Se pueden realizar una simplificación adicional para determinar la presión en el tambor, se realiza inicialmente multiplicando la ecuación (37) por h_w y posteriormente se le resta el resultado de la ecuación (42) que corresponde al mostrado en la ecuación (43). A continuación se puede apreciar la demostración de lo expuesto anteriormente y así obtener el resultado de la simplificación propuesta por (Aström & Bell, 2000).

$$\left[\frac{d}{dt} \left(\rho_s \nabla_{st} + \rho_w \nabla_{wt} \right) = \dot{m}_f - \dot{m}_s \right] h_w$$

realizando la multiplicación se obtiene

$$h_w \frac{d}{dt}(\rho_s \nabla_{st}) + h_w \frac{d}{dt}(\rho_w \nabla_{wt}) = \dot{m}_f h_w - \dot{m}_s h_w \quad (\text{vii})$$

la ecuación (vii) se convierte en

$$\left[\frac{d \nabla_{wt}}{dt} (h_w \rho_w - h_w \rho_s) + \frac{dP}{dt} \left(\nabla_{st} h_w \frac{d\rho_s}{dP} + \nabla_{wt} h_w \frac{d\rho_w}{dP} \right) = \dot{m}_f h_w - \dot{m}_s h_w \right] (-1)$$

$$\frac{d \nabla_{wt}}{dt} (h_w \rho_s - h_w \rho_w) + \frac{dP}{dt} \left(-\nabla_{st} h_w \frac{d\rho_s}{dP} - \nabla_{wt} h_w \frac{d\rho_w}{dP} \right) = \dot{m}_s h_w - \dot{m}_f h_w \quad (\text{viii})$$

restando la ecuación (43) menos la ecuación (viii) se tiene

$$\begin{aligned} \dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_s h_s + \dot{m}_s h_w - \dot{m}_f h_w &= \frac{d \nabla_{wt}}{dt} (h_w \rho_w - h_s \rho_s + h_w \rho_s - h_w \rho_w) + \\ \frac{dP}{dt} \left[\nabla_{st} \left(h_s \frac{d\rho_s}{dP} + \rho_s \frac{dh_s}{dP} - h_w \frac{d\rho_s}{dP} \right) + \nabla_{wt} \left(h_w \frac{d\rho_w}{dP} + \rho_w \frac{dh_w}{dP} - h_w \frac{d\rho_w}{dP} \right) - \nabla_t + m_m C_p \frac{dT_m}{dP} \right] \end{aligned}$$

tomando factor común y eliminando los términos semejantes para simplificar la ecuación

anterior se tiene,

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} \left[\nabla_{st} \left(\rho_s \frac{dh_s}{dP} + \frac{d\rho_s}{dP} (h_s - h_w) \right) + \nabla_{wt} \left(\rho_w \frac{dh_w}{dP} \right) - \nabla_t + m_m C_p \frac{dT_m}{dP} \right] + \\ \frac{d \nabla_{wt}}{dt} (\rho_s (h_w - h_s)) = \dot{Q} - \dot{m}_f (h_w - h_f) - \dot{m}_s (h_s - h_w) \end{aligned}$$

Considerando que $h_c = h_s - h_w$ representa la entalpía de condensación, este término se

reemplaza en la ecuación anterior

$$\frac{dP}{dt} \left[\nabla_{st} \rho_s \frac{dh_s}{dP} + \nabla_{st} h_c \frac{d\rho_s}{dP} + \nabla_{wt} \rho_w \frac{dh_w}{dP} - \nabla_t + m_m C_p \frac{dT_m}{dP} \right] + \frac{d\nabla_{wt}}{dt} (-\rho_s h_c) = \dot{Q} - \dot{m}_f (h_w - h_f) - \dot{m}_s h_c$$

En este caso se desprecia el parámetro $\frac{d\nabla_{wt}}{dt}$ debido a que solo interesa el término $\frac{dP}{dt}$ el cual es

quien determina la presión en el tambor (*drum*) de la caldera, por consiguiente la ecuación se reduce a:

$$\underbrace{\frac{dP}{dt} \left[\nabla_{st} \rho_s \frac{dh_s}{dP} + \nabla_{st} h_c \frac{d\rho_s}{dP} + \nabla_{wt} \rho_w \frac{dh_w}{dP} - \nabla_t + m_m C_p \frac{dT_m}{dP} \right]}_{e_1} = \dot{Q} - \dot{m}_f (h_w - h_f) - \dot{m}_s h_c$$

$$e_1 \frac{dP}{dt} = \dot{Q} - \dot{m}_f (h_w - h_f) - \dot{m}_s h_c \quad (44)$$

Los términos dominantes en el coeficiente e_1 son $\frac{dh_w}{dP}$ y $\frac{dT_m}{dP}$, esto se debe a que la energía concentrada en la masa de agua y metal son los fenómenos físicos del sistema que determinan la dinámica de la presión en el tambor (*drum*). Como resultado e_1 se puede trabajar de la forma como se muestra a continuación.

$$e_1 = \nabla_{wt} \rho_w \frac{dh_w}{dP} + m_m C_p \frac{dT_m}{dP}$$

Para determinar cada uno de los términos que se aprecian en las ecuaciones de estado mostradas anteriormente $h_s, h_w, \rho_s, \rho_w, \frac{dh_s}{dP}, \frac{dh_w}{dP}, \frac{d\rho_s}{dP}, \frac{d\rho_w}{dP}$ y $\frac{dT_m}{dP}$. Es necesario utilizar las tablas de vapor para evaluar cada uno de ellos en función de la presión de saturación (P), para obtener a cada uno de estos términos se utiliza el programa EES® (*Engineering Equation Solve*)

el cual permite determinar las gráficas de entalpía, densidad y Temperatura del metal que se asume es igual a la temperatura de saturación de vapor $T_m = T_{sat}$ con respecto a la presión de saturación, luego se realiza un ajuste de curva a cada gráfica y así se tiene como resultado un polinomio de grado n en función de la presión de saturación (P).

$$\rho_s = 4.73194e^{-7}P^2 - 0.00116774P + 13.9855$$

$$\rho_w = -2.86286e^{-8}P^2 - 0.0199699P + 895.392$$

$$h_s = -17.9169e^{-7}P^2 + 0.0183266P + 2737.74$$

$$h_w = -15.8221e^{-7}P^2 + 0.0886366P + 683.17$$

$$T_m = -5.39674e^{-7}P^2 + 0.0209493P + 158.465$$

para obtener los demás términos es necesario derivar cada polinomio en función de la presión, sabiendo esto a continuación se muestra como queda cada uno de ellos

$$\frac{d\rho_s}{dP} = 9.46388e^{-7}P - 0.00116774$$

$$\frac{d\rho_w}{dP} = -5.72572e^{-8}P - 0.0199699$$

$$\frac{dh_s}{dP} = -3.58338e^{-6}P + 0.0183266$$

$$\frac{dh_w}{dP} = -3.16442e^{-6}P + 0.0886366$$

$$\frac{dT_m}{dP} = -1.07934e^{-6}P + 0.0209493$$

En el **anexo 1, anexo 2, anexo 3 y anexo 4** se muestra una gráfica correspondiente al ajuste de curvas necesario realizado a cada curva en el programa EES® para obtener los polinomios que se utilizarán en la simulación del modelo matemático seleccionado y demostrado anteriormente.

4.2.4 Simulación del modelo matemático. Para llevar a cabo la simulación adecuada del modelo dinámico y obtener las gráficas que representan el comportamiento de la presión P del tambor y el volumen total de agua \forall_{wt} en la caldera se desarrolla un código utilizando un método numérico en este caso el de Runge-Kutta de cuarto orden el cual se emplea para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) dinámicas, en el caso de estudio de la caldera se utilizarán las ecuaciones (43),(44) que se demostraron anteriormente y permiten determinar (P, \forall_{wt}) , posteriormente se utiliza la ecuación (45) que se muestra a continuación para determinar la calidad de la mezcla α_r , estos términos se pueden agrupar como $((P, \forall_{wt}), \alpha_r)$, donde cada uno de ellos se puede calcular por separado.

$$a_{31} \frac{dP}{dt} + a_{32} \frac{d\alpha_r}{dt} = \dot{Q} - \alpha_r h_c \dot{m}_{dc} \quad (45)$$

donde

$$a_{31} = \left(\rho_w \frac{dh_w}{dP} - \alpha_r h_c \frac{d\rho_w}{dP} \right) (1 - \bar{\alpha}_v) \forall_r + m_t C_p \frac{dT_s}{dP} - \forall_r + \left((1 - \alpha_r) h_c \frac{d\rho_s}{dP} + \rho_s \frac{dh_s}{dP} \right) \bar{\alpha}_v \forall_r$$

$$+ \left((1 - \alpha_r) \rho_s - \alpha_r \rho_w \right) h_c \forall_r \frac{d\bar{\alpha}_v}{dP}$$

$$a_{32} = \left((1 - \alpha_r) \rho_s - \alpha_r \rho_w \right) h_c \forall_r \frac{d\bar{\alpha}_v}{d\alpha_r}$$

La fracción de volumen promedio de vapor $\bar{\alpha}_v$ en los tubos ascendentes (*Downcomer*) se calcula mediante la ecuación que se muestra a continuación determinada por (Aström & Bell, 2000).

$$\bar{\alpha}_v = \left(\frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_s} \right) \left(1 - \frac{\rho_s}{(\rho_w - \rho_s) \alpha_r} \text{Ln} \left(1 + \frac{(\rho_w - \rho_s) \alpha_r}{\rho_s} \right) \right)$$

las fracciones de volumen son derivadas que dependen de la presión del tambor y los valores de calidad de la mezcla son los siguientes, siendo $\eta = \frac{\alpha_r}{\rho_s} (\rho_w - \rho_s)$

$$\frac{d\bar{\alpha}_v}{dP} = \frac{1}{(\rho_w - \rho_s)^2} \left(\rho_w \frac{d\rho_s}{dP} - \rho_s \frac{d\rho_w}{dP} \right) \left(1 + \frac{\rho_w}{\rho_s} \frac{1}{1+\eta} - \frac{\rho_w + \rho_s}{\eta \rho_s} \text{Ln}(1+\eta) \right)$$

$$\frac{d\bar{\alpha}_v}{d\alpha_r} = \frac{\rho_w}{\rho_s \eta} \left(\frac{1}{\eta} \text{Ln}(1+\eta) - \frac{1}{1+\eta} \right)$$

Por lo tanto, en la figura 14 se muestra un diagrama de flujo que representa el desarrollo de la programación en Matlab®, necesario para poder determinar el comportamiento de variables en un intervalo de tiempo como la presión P, Volumen total de agua V_{wt} , calidad de la mezcla α_r y la temperatura de saturación de la mezcla T_m . Donde se tienen en cuenta los valores para las variables de entrada y variables de salida (datos de operación de la planta) y tener como resultado datos dinámicos de operación, en los cuales se validan los resultados con base en los resultados mostrados por (Aström & Bell, 2000) en su artículo.

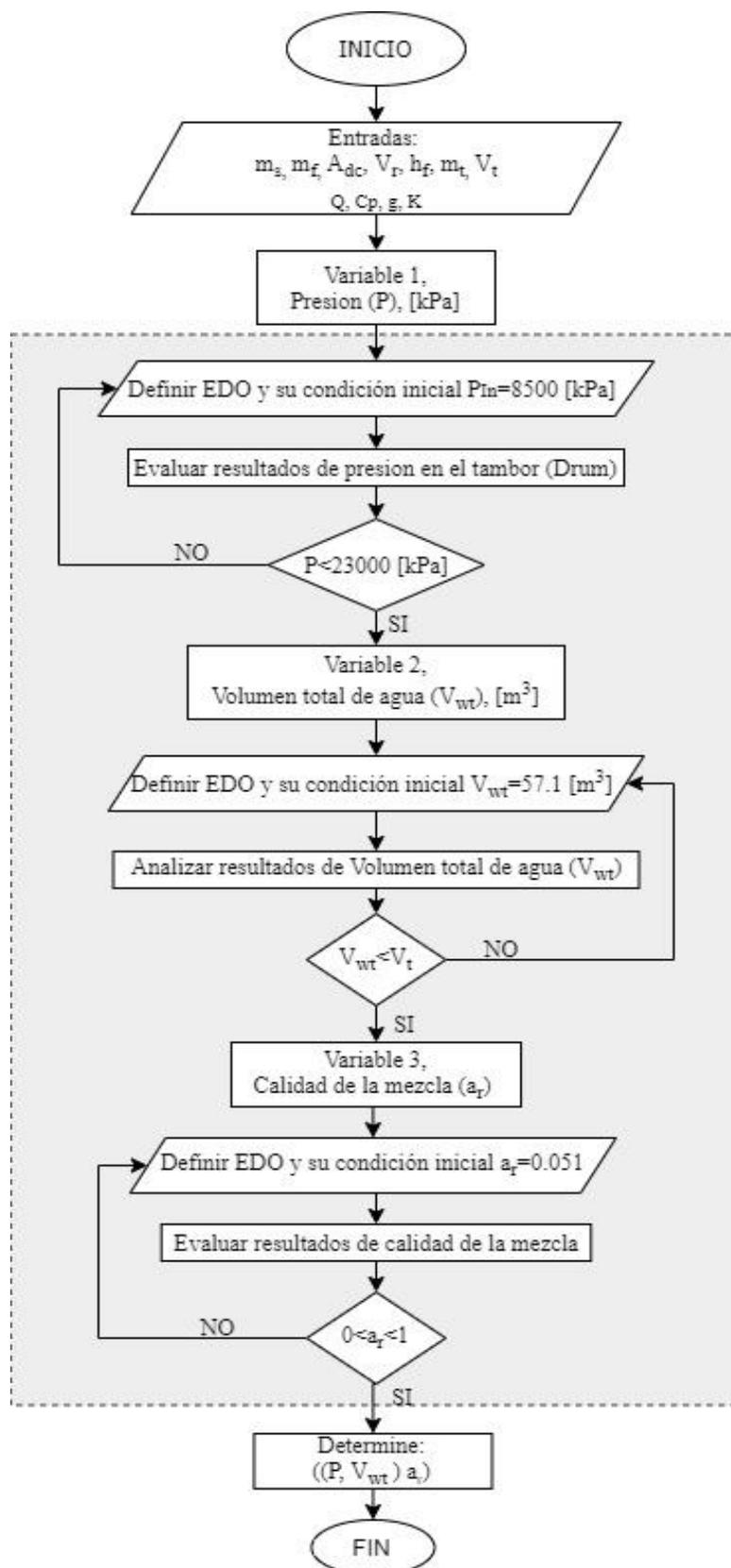


Figura 14. Diagrama de flujo representativo al código desarrollado en Matlab® para el modelo matemático.
Fuente: Elaboración propia

Los datos de operación utilizados fueron los mostrados por (Aström & Bell, 2000) que corresponden a la unidad P16–G16 que opera en una central eléctrica en Malmö, Suecia.

Donde los datos conocidos de operación de la planta son: $\forall_t = 88 \left[\text{m}^3 \right]$, $m_t = 300000 \left[\text{kg} \right]$,

$$C_p = 500 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right], \quad \dot{Q} = 86000 \left[\text{kW} \right], \quad \dot{m}_f = 50 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right], \quad \dot{m}_s = 50 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right], \quad h_f = 1080.9 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right],$$

$$\forall_r = 37 \left[\text{m}^3 \right], \quad A_{dc} = 0.1123 \left[\text{m}^2 \right], \quad g = 9.81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right], \quad K = 25.$$

Cabe aclarar que el comportamiento dinámico de la caldera se estudia en un intervalo de tiempo de 200seg(3.333 minutos) de simulación. Teniendo en cuenta esto, se determina el error porcentual a partir de los datos mostrados por (Aström & Bell, 2000) en su artículo versus los resultados obtenidos en la simulación realizada en Matlab[®], sabiendo que un error porcentual por debajo del 5% se acepta cuando se realiza este tipo de estudios.

De este modo, se determina el error porcentual para el comportamiento de la presión P en la caldera como se muestra a continuación en la figura 15.

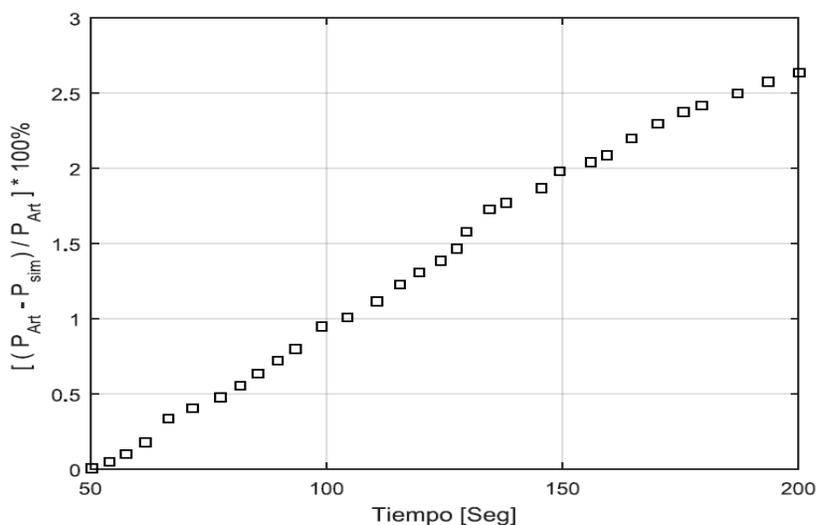


Figura 15. Resultado de Error porcentual entre la gráfica del artículo de Aström y Bell, con la gráfica de la simulación realizada correspondiente a la presión en el tambor.

Fuente: Elaboración propia

En la figura 16 se muestra el error porcentual entre las dos graficas que determinaron el comportamiento del volumen total de agua ∇_{wt} en la caldera.

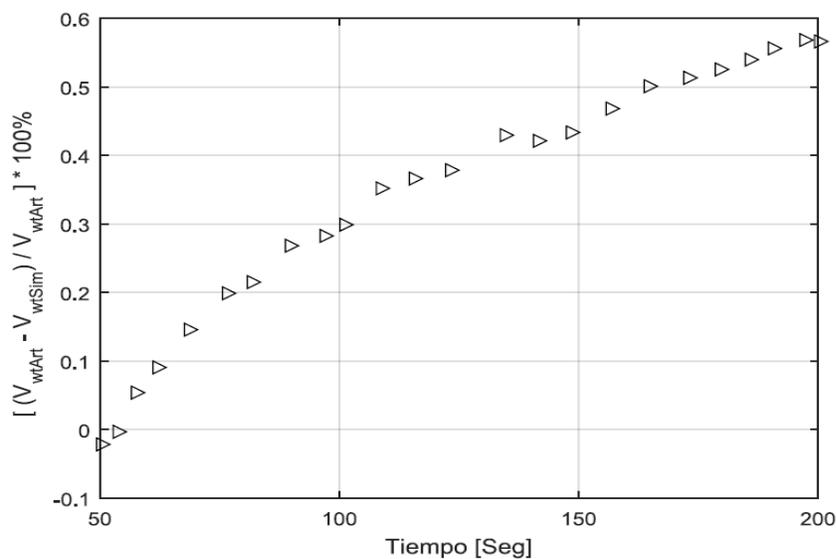


Figura 16. Resultado de Error porcentual entre la gráfica del artículo de Aström y Bell, con la gráfica de la simulación realizada correspondiente al Volumen total de agua.

Fuente: Elaboración propia.

De igual manera se calcula el error porcentual de la calidad de la mezcla α_r (agua más vapor) como se muestra a continuación en la figura 17.

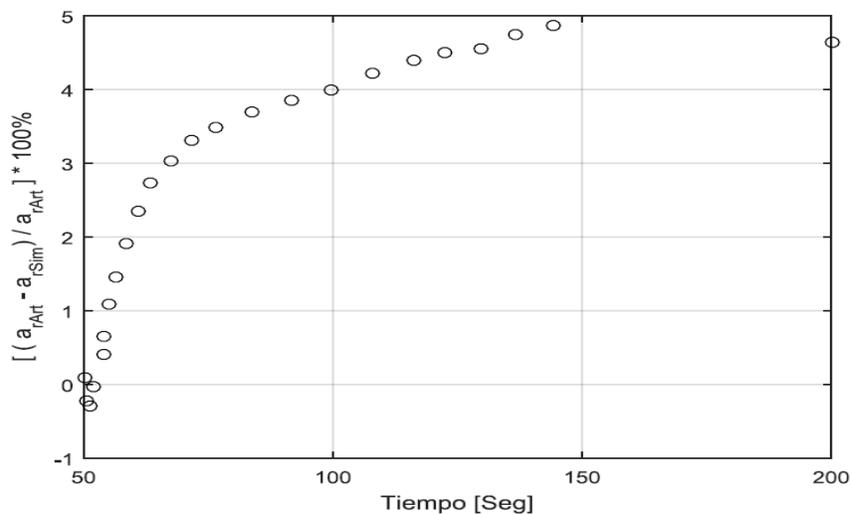


Figura 17. Resultado de Error porcentual entre la gráfica del artículo de Aström y Bell, con la gráfica de la simulación realizada correspondiente a la calidad de la mezcla.

Fuente: Elaboración propia.

4.2.5 Análisis de sensibilidad. Ya sabiendo el comportamiento dinámico de las variables $((P, \forall_{wt}), \alpha_r)$ en la cadera, se realiza un análisis de sensibilidad para determinar cuáles son las variables que más se involucran en la generación de vapor, este análisis consiste en:

- ✓ Incrementar y reducir la tasa de calor de entrada \dot{Q} a la caldera en un 5% de la condición dada inicialmente.
- ✓ Incrementar y reducir el flujo másico de vapor \dot{m}_s (demanda de vapor) en un 5% de la condición inicial.
- ✓ Incrementar y reducir el flujo másico de agua a la entrada \dot{m}_f en un 5% de la condición inicial.
- ✓ Variación del calor específico C_p , de diferentes materiales (Acero al Cromo, Acero Inoxidable AISI 316, Acero Inoxidable AISI 347 y Titanio).
- ✓ Incremento y reducción del área de los tubos ascendentes (*Downcomer*) en un 20% de la condición inicialmente dada.
- ✓ Incrementar y reducir el coeficiente de fricción K de los tubos en un 5% de la condición inicial.
- ✓ Incremento y reducción de la masa total de caldera m_t . En un 10% de la condición inicial

En las siguientes tablas se muestra la comparación de los datos obtenidos inicialmente, con los datos que se tienen al realizar el análisis de sensibilidad mencionado anteriormente.

En la tabla 5 se muestra los resultados de presión, Volumen total de agua y calidad de vapor al transcurrir 200 segundos realizando un incremento y una reducción del 5% de la tasa de calor \dot{Q}

Tabla 5.

Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación de la tasa de calor en un 5%.

Variación	Tasa de calor \dot{Q} . [kW]	Presión en el tambor (Drum) P. [kPa]	en el Volumen agua $\nabla_{wt} \cdot [m^3]$	total de Calidad vapor	del
Valor inicial	86000	8562	57.19	0.05245	
Incremento del 5%	90300	8708	57.39	0.07185	
Reducción del 5%	81700	8417	56.99	0.03484	

Fuente: Elaboración propia.

Al analizar la tabla 5 se puede observar que cuando se aumenta la tasa de calor la presión, el volumen total de agua tienden a aumentar y de igual manera la calidad de vapor se mejora al realizar este incremento. Por otra parte al realizar la reducción de la tasa de calor, la presión, el volumen total de agua y la calidad se reducen considerablemente.

En la tabla 6 se pueden ver los resultados obtenidos de presión, volumen total de agua y calidad del vapor transcurrido los 200 segundos de la simulación, estos datos se obtienen al realizar un incremento y una reducción del 5% en el flujo másico de vapor \dot{m}_s .

Tabla 6.

Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación del flujo másico de vapor a la salida en un 5%

Variación	Flujo másico de vapor $\dot{m}_s \cdot \left[\frac{kg}{s} \right]$	Presión en el tambor (Drum) P. [kPa]	en el Volumen agua $\nabla_{wt} \cdot [m^3]$	total de Calidad vapor	del
Valor inicial	50	8562	57.19	0.05245	
Incremento del 5%	52.5	8440	56.47	0.03942	
Reducción del 5%	47.5	8684	57.91	0.06642	

Fuente: Elaboración propia.

Al comparar los datos mostrados en la tabla 6 se observa que cuando se tiene una mayor demanda de vapor (\dot{m}_s) la presión dentro de la caldera disminuye, de igual manera el Volumen total de agua disminuye ya que la salida del flujo másico de vapor es mayor a la entrada de flujo

másico de agua $\dot{m}_f < \dot{m}_s$, la calidad de la mezcla se disminuye si se tiene mayor demanda de vapor. Además al realizar la reducción de la demanda de vapor, presión aumenta y el volumen total de agua aumenta debido a que hay más flujo másico de agua a la entrada que salida de flujo másico de vapor $\dot{m}_f > \dot{m}_s$ y la calidad de la mezcla se mejora un poco más.

En la tabla 7 se muestra los resultados de presión, Volumen total de agua y calidad de vapor al transcurrir 200 segundos realizando un incremento y una reducción del 5% del flujo másico de agua \dot{m}_f .

Tabla 7.
Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación del flujo másico de agua en la entrada en un 5%

Variación	Flujo másico de agua $\dot{m}_f \cdot \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$	Presión en el tambor (Drum) P. [kPa]	Volumen total de agua $\forall_{wt} \cdot \left[\text{m}^3 \right]$	Calidad del vapor
Valor inicial	50	8562	57.19	0.05245
Incremento del 5%	52.5	8541	57.71	0.05016
Reducción del 5%	47.5	8583	56.67	0.05482

Fuente: Elaboración propia.

Analizando la tabla 7 se observa que al realizar el incremento y reducción del flujo másico de agua no se observa gran variación en la presión y la calidad del vapor, mientras que el volumen total de agua aumenta cuando se hace la variación del 5% ya que $\dot{m}_f > \dot{m}_s$ mientras que cuando se hace la reducción el volumen total de agua se reduce considerablemente, esto se debe a que $\dot{m}_f < \dot{m}_s$.

En la tabla 8 se ven los resultados obtenidos de presión, volumen total de agua y calidad del vapor transcurrido los 200 segundos de la simulación, estos datos se obtienen al realizar pruebas variando el calor específico C_p de diferentes tipos de materiales como el acero al cromo, Titanio y acero inoxidable AISI 316 y AISI 347.

Tabla 8.

Resultados del análisis de sensibilidad del modelo variando el calor específico de diferentes materiales.

Variación	Calor específico del material $C_p \cdot \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$	Presión en el tambor (Drum) P. [kPa]	Volumen total de agua $\nabla_{wt} \cdot \left[m^3 \right]$	Calidad del vapor
Valor inicial	550	8562	57.19	0.05245
Acero al Cromo	444	8568	57.19	0.05341
Acero inoxidable AISI 316	468	8566	57.19	0.05317
Acero inoxidable AISI 347	480	8566	57.19	0.05306
Titanio	522	8564	57.19	0.05268

Fuente: Elaboración propia

Al realizar el análisis de la tabla 8 se ve que la presión en el tambor no sufre grandes cambios, el volumen total de agua se mantiene igual en todas las variaciones del C_p ya que no se está manipulando nada relacionado al volumen en la caldera y la calidad de la mezcla sufre variaciones muy mínimas.

En la tabla 9 se muestra los resultados de presión, Volumen total de agua y calidad de vapor al transcurrir 200 segundos realizando un incremento y una reducción del 20% en el área de los tubos ascendentes (*Downcomer*) A_{dc} .

Tabla 9.

Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación del área de los tubos ascendentes en un 20%

Variación	Área tubos ascendentes (Downcomer) $A_{dc} \cdot [m^2]$	Presión en el tambor (Drum) P. [kPa]	Volumen total de agua $\nabla_{wt} \cdot \left[m^3 \right]$	Calidad del vapor
Valor inicial	0.1123	8562	57.19	0.05245
Incremento del 20%	0.1348	8565	57.19	0.04825
Reducción del 20%	0.0898	8565	56.19	0.05914

Fuente: Elaboración propia

Analizando los resultados mostrados en la tabla 9 se puede observar que la presión y el volumen total de agua no sufren grandes cambios al realizar el incremento y la reducción en el área de los tubos ascendentes, mientras que la calidad de la mezcla tiene una pequeña variación con respecto a la del valor inicial.

En la tabla 10 se ven los resultados de presión, volumen total de agua y calidad de vapor al realizar el incremento y la reducción del 5% en el coeficiente de fricción en los tubos transcurriendo un tiempo de 200 segundos en la simulación realizada.

Tabla 10.
Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación del coeficiente de fricción en los tubos en un 5%

Variación	Coefficiente de fricción K	de Presión en el tambor (Drum) P. [kPa]	Volumen total de agua $\nabla_{wt} \cdot [m^3]$	Calidad del vapor
Valor inicial	25	8562	57.19	0.05245
Incremento del 5%	26.25	8562	57.19	0.05375
Reducción del 5%	23.75	8562	57.19	0.05112

Fuente: Elaboración propia

Cuando se estudian los resultados mostrados en la tabla 10 se tiene que la presión en la caldera y el volumen total de agua no tienen ningún tipo variación en todos los casos estudiados son los mismos valores, pero la calidad de la mezcla tiene una variación muy mínima cuando se realiza el incremento y la reducción del coeficiente de fricción K.

En la tabla 11 se muestra los resultados de presión, Volumen total de agua y calidad de vapor al transcurrir 200 segundos realizando un incremento y una reducción del 10% en la masa total de la caldera m_t .

Tabla 11.
Resultados del análisis de sensibilidad del modelo con variación en la masa total de la caldera en un 10%

Variación	Masa total de la caldera m_t . [kg]	Presión en el tambor (Drum) P. [kPa]	Volumen total de agua V_{wt} . [m ³]	Calidad del vapor
Valor inicial	300000	8562	57.19	0.05245
Incremento del 10%	330000	8560	57.18	0.05203
Reducción del 10%	270000	8565	57.19	0.05292

Fuente: Elaboración propia.

Analizando los resultados que se tienen en la tabla 11 se aprecia que al realizar el incremento y la reducción del 10% al valor inicial de la masa total m_t . La presión, el volumen total de agua y la calidad de la mezcla no sufren grandes cambios al ser comparados con los resultados obtenidos con el valor inicial que se efectuó la simulación en Matlab®.

Con base en el análisis de sensibilidad realizado y los datos mostrados en cada una de las tablas, se puede observar que las variables más sensibles en el sistema al realizar variaciones son la tasa de calor \dot{Q} , el flujo másico de vapor \dot{m}_s y el flujo másico de agua a la entrada \dot{m}_f . Por consiguiente, en el siguiente objetivo se mostrará la relación existente entre cada una de estas variables y el esfuerzo térmico generado en el material del tambor de pared gruesa del generador de vapor.

En el **anexo 5**, **anexo 6**, **anexo 7** y **anexo 8** se muestran las gráficas de presión P, volumen total de agua V_{wt} , calidad de la mezcla α_r y temperatura de saturación T_m en un tiempo de 200seg(3.333 minutos) de simulación que fue con el que se hizo el análisis de sensibilidad.

Y en los **anexo 9**, **10**, **11** y **12** se muestran las gráficas de P, V_{wt} , T_m en función del tiempo simulado en 10000 segundos (166.7 minutos) y la gráfica de presión versus temperatura de saturación (P vs T_m). Estas gráficas muestran cuando estas variables se encuentran en un estado

semiestabilidad que inicia a partir de los 3600 segundos de operación (tiempo de arranque del generador de vapor).

4.3 Identificar los parámetros requeridos para la optimización del esfuerzo térmico en el generador de vapor.

Para el desarrollo de este último objetivo específico, se realiza una descripción sobre lo que es esfuerzo térmico y sus consecuencias basado en los estudios de (Forray, 2010); (Klobčar et al., 2008), y (Noda et al., 2018) y así poder determinar cómo afecta este fenómeno el domo de una caldera con base en este tipo de estudios, para así poder hacer una propuesta sobre la optimización de esfuerzos térmicos en los generadores de vapor de recuperación de calor (HRSG).

4.3.1 Descripción de esfuerzo, fatiga térmica y el modelo matemático que rige este comportamiento. Durante la operación de estos generadores de vapor uno de los principales factores limitantes para la puesta en marcha de centrales de energía térmica son los esfuerzos térmicos. Según (Nabaglo et al., 2014) en su estudio, dice que la duración de cada arranque y parada es relativamente larga debido a que está limitada a los esfuerzos térmicos causados por los cambios bruscos de temperatura. Dado que la naturaleza cíclica de un esfuerzo térmico puede generar una degradación del material y posteriormente producir fatiga térmica. Donde (Torres, 2012) dice que “este tipo de fatiga se presenta al someter dicho material a ciclos térmicos severos, de calentamiento y enfriamiento causando una deformación térmica. El cual en el periodo de calentamiento el material trata de expandirse pero es limitado produciendo esfuerzos

y deformaciones compresivas. En el periodo de enfriamiento el material trata de contraerse y se restringe su deformación térmica dando como resultado esfuerzos y deformaciones por tensión.”

Los daños por fatiga térmica son muy comunes en industrias en las cuales los materiales están sometidos constantemente a altas temperaturas de trabajo, este tipo de problemática que es tan común en los generadores de vapor puede llegar a causar incluso la destrucción de este sistema.

A causa de estos problemas es necesaria una restricción en los niveles de esfuerzo térmico máximo admisible por el material en componentes de paredes gruesas como el tambor (*drum*) del generador de vapor donde se tienen este tipo de problemas.

Es por esto que, teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente es necesaria la utilización de un modelo matemático, el cual permita establecer parámetros para la optimización del esfuerzo térmico y así poder prevenir fallas en los componentes de paredes gruesas que operan en un generador de vapor. Teniendo en cuenta esto, a continuación se muestra el modelo matemático propuesto por (T. Kim et al., 2000) ,(Krüger et al., 2001), (Krüger et al., 2004) , (Andersson, 2013) y (Alobaid et al., 2017) en sus estudios, el cual se propone para determinar el esfuerzo térmico y así poder establecer los parámetros de optimización y poder controlar este tipo de fallas.

- **Modelo matemático propuesto para el esfuerzo térmico en el tambor (*Drum*)**

Sabiendo que el esfuerzo térmico se presenta en componentes de paredes gruesas como el tambor de la caldera, la ecuación que representa el esfuerzo térmico es como se muestra a continuación

$$\sigma_D = k_1 (T_m - T_{x0}) \quad (46)$$

Sabiendo que k_1 es un factor que tiene datos del material, y este se representa de la siguiente manera

$$k_1 = \frac{\alpha_T \beta_{ET} E_T}{1 - \nu}$$

Donde α_T es una constante adimensional, β_{ET} es el coeficiente de expansión térmica para el material, E_T representa el módulo de elasticidad del material del tambor y ν es la relación de Poisson's que viene dada por el material.

La temperatura media T_m en el material se define por la siguiente ecuación

$$T_m = \frac{1}{X_0} \int_0^{x_0} T(x, t) dx$$

Siendo T_m una función que define la temperatura media en función de la distancia y el tiempo.

Las variables T_m y T_{x0} se pueden calcular empleando la ecuación que determina la conductividad térmica en una pared plana, donde las condiciones de contorno en la superficie interna es el grosor de pared $x = x_0$ y la superficie externa aislada $x = 0$. Sabiendo esto a continuación se muestra esta ecuación mencionada anteriormente y se aplican estas dos condiciones.

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (47)$$

La primera condición para aplicar la ecuación de conductividad térmica, sería en la superficie interna donde $x = x_0$ y queda la ecuación de la forma con se muestra en la ecuación (48)

$$\left. \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right|_{x = x_0} = \alpha (T_{x0}(t) - T_m(t)) \quad (48)$$

y la segunda condición tomando la superficie externa aislada donde $x = 0$ quedando la ecuación (49) de la forma que se muestra a continuación

$$\left. \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (49)$$

(Krüger et al., 2001) especifica que la ecuación (47) se utiliza para condiciones límite y las ecuaciones (48) y (49) se pueden utilizar para calcular el estrés térmico σ_D .

4.3.2 Definición de variables que intervienen en el esfuerzo térmico. Debido a los cambios bruscos de temperatura a la hora del arranque, los cuales producen esfuerzos térmicos en el tambor σ_D del generador de vapor. Los cuales se deben principalmente a tres variables que están incluidas en el modelo dinámico del cual se obtiene el comportamiento de la presión, volumen total de agua, calidad de la mezcla y la temperatura de saturación, este modelo dinámico se demostró anteriormente y se muestra en las ecuaciones (43), (44) y (45).

Para determinar las variables que más intervienen en el proceso de generación de vapor se realiza un análisis de sensibilidad, donde se observó que las variables más sensibles a la variación son; la tasa de calor \dot{Q} , el flujo másico de vapor \dot{m}_g y el flujo másico de agua a la entrada \dot{m}_f . Ya que al realizar variación en estos coeficientes se observan cambios en el valor de temperatura del generador de vapor.

Al realizar este análisis de sensibilidad se tiene lo siguiente que se expresa y se muestra en las figuras:

- Si se tiene una tasa de calor en un incremento del 5% de la condición inicial la temperatura tiende a tener un aumento, y si \dot{Q} tiene una disminución del 5% la temperatura se reduce. Como se muestra en la figura 18 donde se aprecia la diferencia de temperatura al interior del tambor entre las dos gráficas al realizar esta variación.

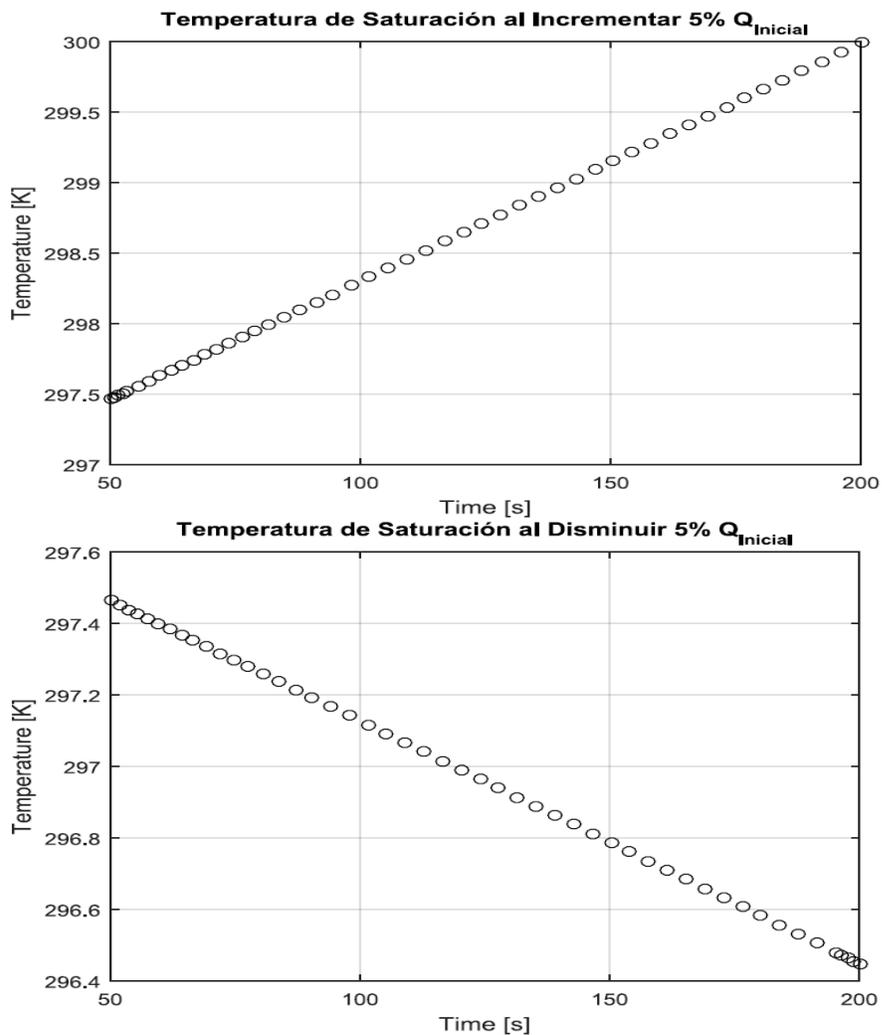


Figura 18. Resultados de temperatura en el tambor al realizar variaciones en la tasa de calor \dot{Q} .
Fuente: Elaboración propia

- Cuando se incrementa el 5% a la demanda de flujo másico de vapor la temperatura tiene una reducción, pero si se reduce el 5% a la salida de \dot{m}_s la temperatura aumenta. Como se muestra en la figura 19 donde se aprecia la diferencia de temperatura al interior del tambor entre las dos gráficas al realizar esta variación de esta variable.

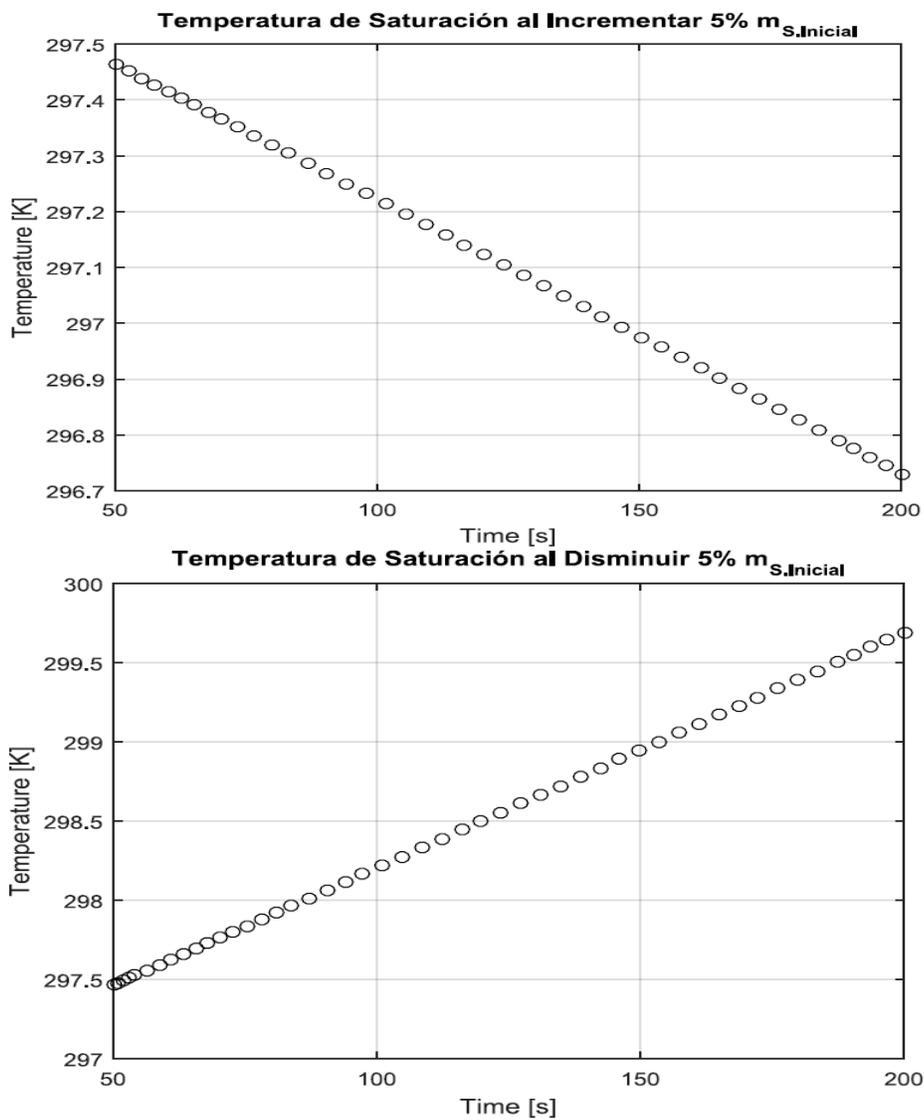


Figura 19. Resultados de temperatura en el tambor al realizar variaciones en el flujo másico de vapor \dot{m}_s .

Fuente: Elaboración propia

- Al realizar un incremento del 5% en la entrada de flujo másico de agua al tambor se disminuye la temperatura y si se reduce en un 5% la entrada de \dot{m}_f la temperatura tiende a aumentar. en la figura 20 donde se aprecia la diferencia de temperatura al interior del tambor entre las dos gráficas al realizar esta variación de esta variable.

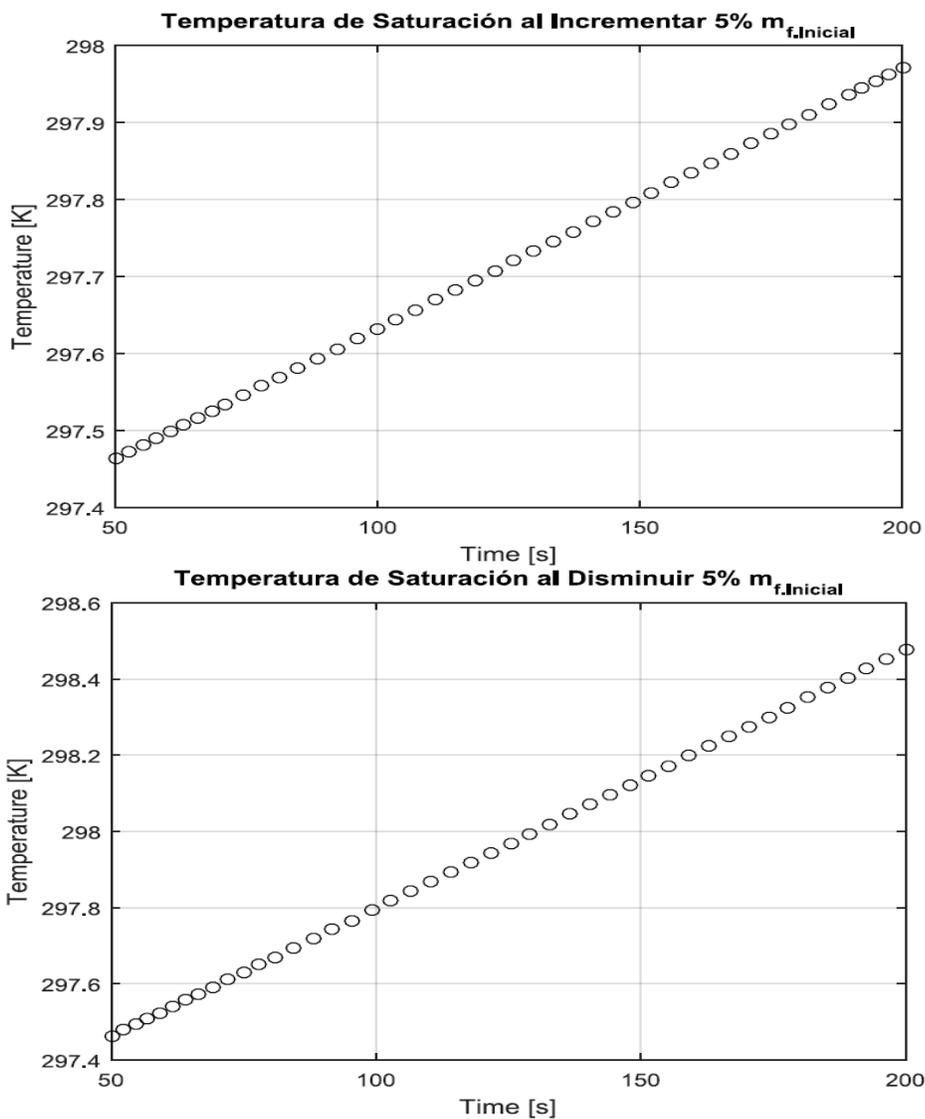


Figura 20. Resultados de temperatura en el tambor al realizar variaciones en el flujo másico de vapor \dot{m}_f .

Fuente: Elaboración propia.

4.3.3 Propuesta para la optimización de esfuerzos térmicos en el tambor (*Drum*) σ_D

Durante el estudio del comportamiento dinámico del generador de vapor, del cual se muestra cómo es el desarrollo de este modelo dinámico en el diagrama de flujo mostrado en la figura (15) del objetivo anterior, se obtuvo el comportamiento de $((P, \forall_{wt}), \alpha_r)$ al interior del generador.

Posteriormente se realizó el análisis de sensibilidad del cual se determinaron cuáles eran las variables más importantes involucradas en el proceso como se mostró en el subíndice anterior.

Sabiendo esto, a continuación en la ecuación (50) se presentan una propuesta con los parámetros requeridos para la optimización del esfuerzo térmico a la hora del arranque.

$$J = \int_0^{t_f} w_p \left(P_s(t) - P_{ref} \right)^2 + w_T \left(T_s(t) - T_{ref} \right)^2 + w_{\dot{m}_s} \left(\dot{m}_s(t) - \dot{m}_{s.ref} \right)^2 dt \quad (50)$$

donde w_p , w_T y $w_{\dot{m}_s}$, son factores de ponderación que minimizan la función anterior,

estos factores se determinan de la siguiente manera:

$$w_p = \frac{1}{\left(P_{ref} \right)^2}$$

$$w_T = \frac{1}{\left(T_{ref} \right)^2}$$

$$w_{\dot{m}_s} = \frac{0.1}{\left(\dot{m}_{s.ref} \right)^2}$$

Con relación a lo anterior, en la figura 22 se presenta un diagrama de flujo el cual representa como sería la aplicación de la propuesta de optimización para reducir el esfuerzo térmico en el material del tambor en el generador de vapor y así poderlo aplicar en estudios posteriores esta propuesta.

Sabiendo que el esfuerzo térmico máximo tiene una restricción de salida y debe estar como se muestra a continuación:

$$-7 \leq \sigma_D \leq 7 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

4.3.4 Diagrama de flujo para el planteamiento de optimización en esfuerzos térmicos

Teniendo en cuenta la ecuación (46) para determinar el esfuerzo térmico en el tambor, los parámetros requeridos para la optimización de dicho esfuerzo mostrado en la ecuación (50) y la restricción máxima de salida del esfuerzo. Se plantea un diagrama de flujo como se muestra en la figura 21 el cual propone la secuencia a utilizar para poder optimizar los esfuerzos térmicos máximos en el tambor del generador de vapor tipo acuotubular que opera en una central de energía térmica.

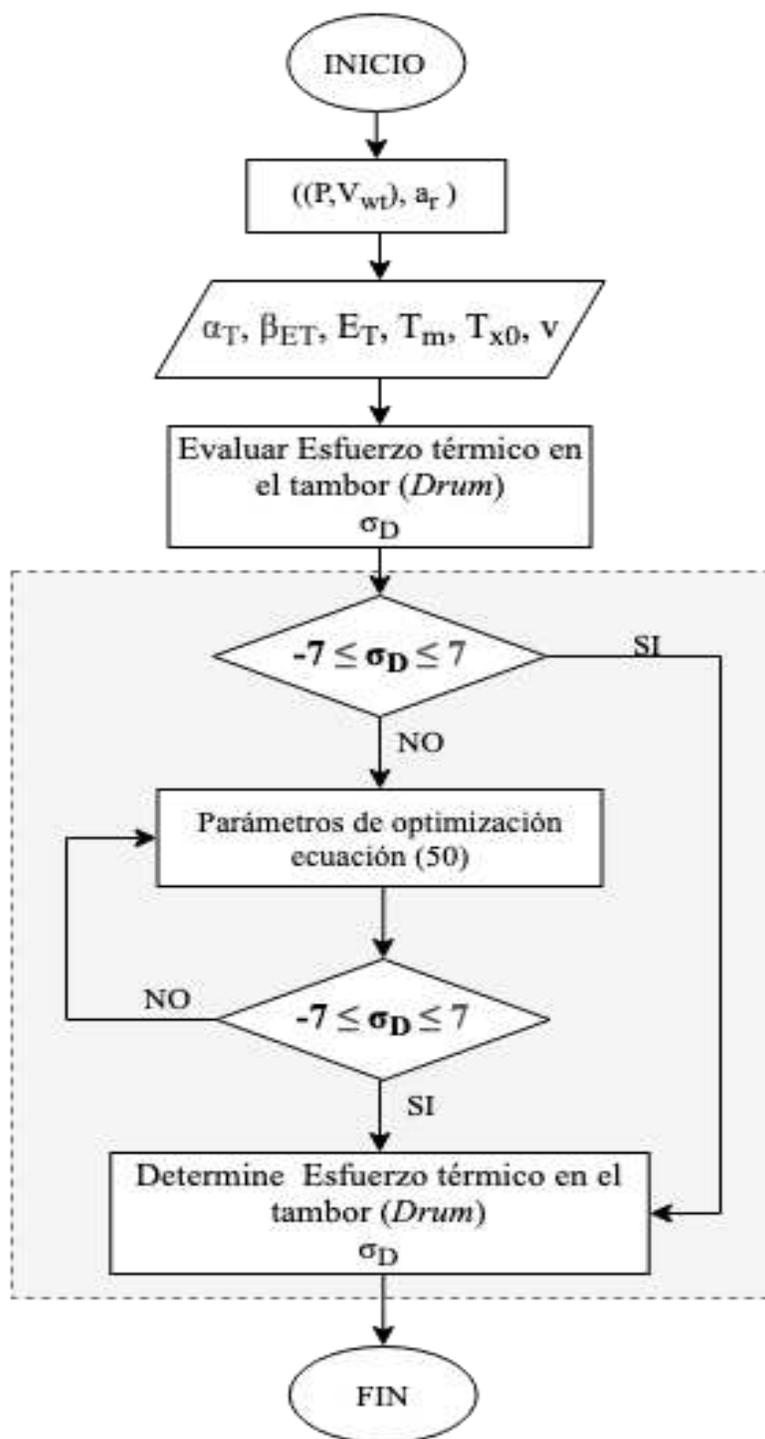


Figura 21. Diagrama de flujo representativo al código a utilizar para la optimización del esfuerzo térmico en el tambor de un generador de vapor.

Fuente: Elaboración propia

5. Conclusiones

A partir del estudio de generadores de vapor tipo acuotubular y en cumplimiento con el objetivo planteado en el presente proyecto de investigación se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Basado en el estudio de la literatura se seleccionó el modelo matemático no lineal propuesto por (Aström & Bell, 2000), el cual tiene una complejidad adecuada para representar el comportamiento de un generador de vapor. Dicho modelo permitió estudiar la evolución en el tiempo de variables como la presión P , el volumen total de agua V_{wt} , la calidad de la mezcla α_r y temperatura en el tambor T_m .

- Se demostró física y matemáticamente paso a paso el balance global de masa y energía del modelo matemático seleccionado, donde se entendió más a fondo cuales eran las variables constantes en el sistema y las que cambian con el transcurso del tiempo como lo

$$\text{fue } \frac{dP}{dt}, \frac{dV_{wt}}{dt} \text{ y } \frac{d\alpha_r}{dt}.$$

- Con la utilización del software EES[®] (Engineeering Equation Solve) se implementó una regresión lineal (ajuste de curvas) para así obtener los polinomios de densidad de agua y vapor ρ_w, ρ_s , entalpia de agua y vapor h_w, h_s y la temperatura de saturación T_m . Los

cuales fueron usados para la solución de las ecuaciones y poder determinar P, V_{wt}, α_r y

T_m .

- El modelo matemático que representa el comportamiento del tambor corresponde a ecuaciones diferenciales ordinarias EDO, para su solución se empleó el método numérico de Runge-Kutta de orden cuatro y adicionalmente se implementó un código en Matlab® para simular el comportamiento dinámico de P , V_{wt} y α_r .
- Se validaron los resultados de P , V_{wt} y α_r obtenidos en la simulación realizada en Matlab® con base en los resultados mostrados en el artículo de (Aström & Bell, 2000). Dicha validación consistió en realizar una prueba de error porcentual para cada una de las variables, donde para la presión P se obtuvo un error máximo de 2.6%, para el volumen total de agua V_{wt} se tuvo un error máximo de 0.58% y para la calidad de la mezcla α_r un error máximo de 4.6%. Se logran errores menores al 5% considerando válidos los resultados obtenidos a partir del modelo matemático.
- A partir del análisis de sensibilidad realizado para cada una de las variables del modelo se logró identificar que las variables esenciales son la tasa de calor \dot{Q} , el flujo másico de vapor a la salida \dot{m}_s y el flujo másico de agua a la entrada \dot{m}_f .

Donde los resultados números del análisis de sensibilidad muestran que al realizar un incremento de tan solo el 5% a la condición inicial de estas variables sucede lo siguiente:

Para \dot{Q} , se tiene un aumento en P de 146 [kPa] (1.68%), V_{wt} aumento 0.2[m³] (0.35%) y α_r tuvo un aumento de 0.0194 (27%).

Al incrementar la salida de \dot{m}_s , se disminuye P en 122[kPa] (1.42%), V_{wt} disminuye 10.72[m³] (1.26%) y α_r tiene una reducción de 0.01303 (24.84%).

Realizando el incremento en \dot{m}_f , la P se disminuyó 21 [kPa] (0.245%), V_{wt} aumento $0.52[m^3]$ (0.9%) y α_r disminuye 0.00229 (4.4%).

- Se seleccionó el modelo matemático para determinar el esfuerzo térmico en el tambor (Drum) del generador de vapor, en el cual intervienen propiedades del material como lo es el módulo de elasticidad del material E_T , el coeficiente de expansión térmica β_{LT} , la relación de Poisson's que viene dada por el material ν , la temperatura media en la pared el tambor T_m y la temperatura en la parte interna de la pared T_{x0} . Este esfuerzo térmico máximo tiene una restricción de salida que es $-7 \leq \sigma_D \leq 7$. Sabiendo esto se propusieron parámetros de optimización como lo es presión de referencia P_{ref} , temperatura de referencia T_{ref} , flujo másico de vapor de referencia $\dot{m}_{s.ref}$ y unos factores de ponderación $w_P, w_T, w_{\dot{m}_s}$ utilizados para minimizar los parámetros mencionados. Debido a esto, se sugiere para trabajos posteriores de investigación la implementación del modelo planteado a fin de optimizar el esfuerzo térmico en el tambor debido a los cambios bruscos de temperatura.

Referencias

- Adam, E., & Marchetti, J. (1999). *Dynamic simulation of large boilers with natural recirculation. Computers and Chemical Engineering*, 23(8), 1031–1040.
[https://doi.org/10.1016/S0098-1354\(99\)00269-0](https://doi.org/10.1016/S0098-1354(99)00269-0)
- Ahmed, S., Elhosseini, M., & Arafat Ali, H. (2018). Modelling and practical studying of heat recovery steam generator (HRSG) drum dynamics and approach point effect on control valves. *Ain Shams Engineering Journal*, 9(4), 3187–3196.
<https://doi.org/10.1016/j.asej.2018.06.004>
- Alobaid, F., Mertens, N., Starkloff, R., Lanz, T., Heinze, C., & Epple, B. (2017). Progress in dynamic simulation of thermal power plants. *Progress in Energy and Combustion Science*, 59, 79–162. <https://doi.org/10.1016/j.pecs.2016.11.001>
- Andersson, E. (2013). Development of a dynamic model for start-up optimization of coal-fired power plants. *MASTERS THESIS in Automatic Control, June*.
- Aström, K., & Bell, R. (2000). *Drum-boiler dynamics*. 36.
- Äström, K. J., & Bell, R. D. (1988). *SIMPLE DRUM-BOILER MODELS*.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-08-036135-2.50028-4>
- Basu, P., Kefa, C., & Jestin, L. (2000). *Boilers and Burners*.
- Belkhir, F., Kraus, D., Felgner, F., & Frey, G. (2015). Optimal startup control of a steam power plant using the JModelica platform. *IFAC-PapersOnLine*, 28(1), 204–209.
<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.05.050>
- Bhambare, K., & Miltra, S. (2007). *Modeling of a Coal-Fired Natural Circulation Boiler*. 129(June 2007), 159–167. <https://doi.org/10.1115/1.2719209>
- Bocco, M. (2010). *Funciones elementales para construir modelos matemáticos*.

- Butler, R. (1991). *Thermal Recovery Of Oil And Bitumen*.
- Engineeering Equation Solve, F-chart software, Inc.
- Forray, M. J. (2010). Thermal Stresses in Plates. In *Journal of the Aerospace Sciences* (Vol. 25, Issue 11, pp. 716–717). <https://doi.org/10.2514/8.7850>
- Franke, R., Rode, M., & Krüger, K. (2003). *On-line optimization of drum boiler startup*.
- Gao, Y., Hu, Y., Zeng, D., Liu, J., & Chen, F. (2018). *Modeling and control of a combined heat and power unit with two-stage bypass*. *Energies*, 11(6), 1–20.
<https://doi.org/10.3390/en11061395>
- González, P., Gómez, J., Ferruzza, D., Haglind, F., & Santana, D. (2019). *Dynamic performance and stress analysis of the steam generator of parabolic trough solar power plants*. *Applied Thermal Engineering*, 147(October 2018), 804–818.
<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.10.126>
- Grądział, S. (2019). *Analysis of thermal and flow phenomena in natural circulation boiler evaporator*. *Energy*, 881–891. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.02.003>
- Haagen, M., Zahler, C., Zimmermann, E., & Al-Najami, M. M. R. (2015). Solar Process Steam for Pharmaceutical Industry in Jordan. *Energy Procedia*, 70, 621–625.
<https://doi.org/10.1016/j.egypro.2015.02.169>
- Hajebzadeh, H., Ansari, A., & Niazi, S. (2019). *Mathematical modeling and validation of a 320 MW tangentially fired boiler : A case study*. 146(June 2018), 232–242.
<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.09.102>
- Hermosillo, S. (2013). *Población y Muestra*. 1–3.
- Huan, L., & Weide, H. (2019). A water level dynamics simulation model of AP1000's steam generator based on Åström-Bell model. *IOP Conference Series: Earth and Environmental*

Science, 310(3). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/310/3/032036>

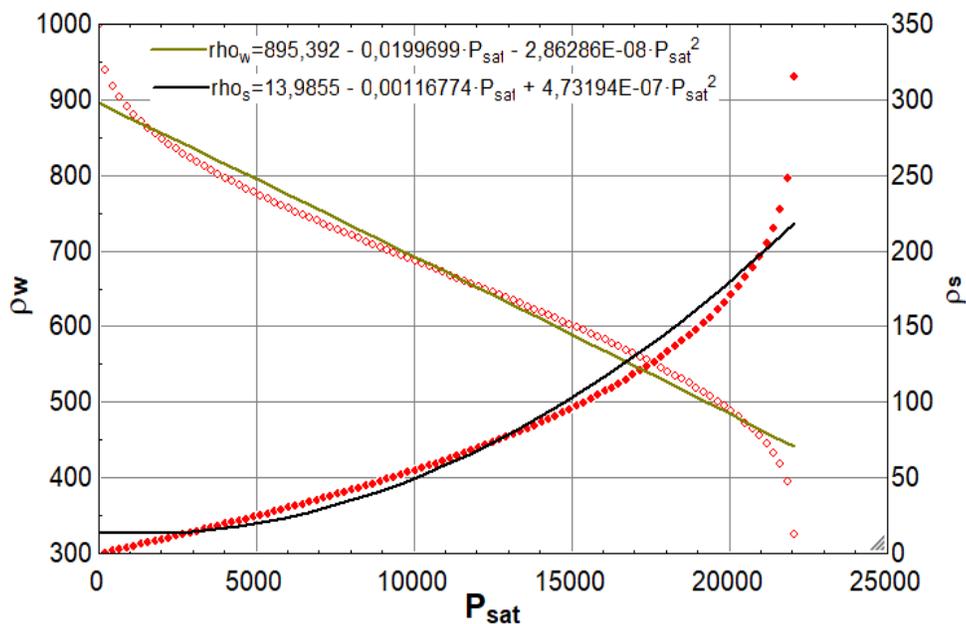
- Keshavar, O., Jafarian, A., & Shekafti, M. (2018). Dynamic simulation of a heat recovery steam generator dedicated to a brine concentration plant. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 135(3), 1763–1773. <https://doi.org/10.1007/s10973-018-7448-8>
- Kim, H., & Choi, S. (2005). A model on water level dynamics in natural circulation drum-type boilers. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 32(6), 786–796. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2004.10.010>
- Kim, T., Lee, D., & Ro, S. (2000). Analysis of thermal stress evolution in the steam drum during start-up of a heat recovery steam generator. *Applied Thermal Engineering*, 20(11), 977–992. [https://doi.org/10.1016/S1359-4311\(99\)00081-2](https://doi.org/10.1016/S1359-4311(99)00081-2)
- Klobčar, D., Tušek, J., & Taljat, B. (2008). Thermal fatigue of materials for die-casting tooling. *Materials Science and Engineering A*, 472(1–2), 198–207. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2007.03.025>
- Krüger, K., Franke, R., & Rode, M. (2004). Optimization of boiler start-up using a nonlinear boiler model and hard constraints. *Energy*, 29(12-15 SPEC. ISS.), 2239–2251. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2004.03.022>
- Krüger, K., Rode, M., & Franke, R. (2001). Optimal control for fast boiler start-up based on a nonlinear model and considering the thermal stress on thick-walled components. *IEEE Conference on Control Applications - Proceedings*, 570–576. <https://doi.org/10.1109/cca.2001.973928>
- Kumar, S., Kumar, M., & Handa, A. (2018). Combating hot corrosion of boiler tubes – A study. *Engineering Failure Analysis*, 94(August), 379–395. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2018.08.004>

- Lin, M., Reinhold, J., Monnerie, N., & Haussener, S. (2018). Modeling and design guidelines for direct steam generation solar receivers. *Applied Energy*, 216(October 2017), 761–776.
<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.02.044>
- MATLAB 2014b, The MathWorks, Inc.
- Nabaglo, D., Taler, J., Madejski, P., & Dzierwa, P. (2014). Analysis to speed up of the start-up of steam boiler OP-380. *Journal of Power of Technologies*, 94(January), 114–120.
- Noda, N., Hetnarski, R. B., Tanigawa, Y., Noda, N., Hetnarski, R. B., & Tanigawa, Y. (2018). Thermal Stresses In Circular Cylinders. In *Thermal Stresses* (pp. 221–293).
<https://doi.org/10.1201/9780203735831-6>
- Parra, J. (1981). *Simulación*. 21–50.
- Rao, S. (2009). *Engineering Optimization*.
- Riznic, J. (2017). Introduction to steam generators-from Heron of Alexandria to nuclear power plants: Brief history and literature survey. In *Steam Generators for Nuclear Power Plants*. Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100894-2.00001-7>
- Savargave, S., & Lengare, M. (2018). Modeling and Optimizing Boiler Design using Neural Network and Firefly Algorithm. *Journal of Intelligent Systems*, 27(3), 393–412.
<https://doi.org/10.1515/jisys-2016-0113>
- Sunil, P., Barve, J., & Nataraj, P. (2017). Mathematical modeling, simulation and validation of a boiler drum: Some investigations. *Energy*, 126, 312–325.
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.02.140>
- Taimoor, A., Alghamdi, M., Farooqi, O., Siddiqui, M., Zain-ul-abdein, M., Saleem, W., Ijaz, H., & Ali, A. (2019). *Comprehensive Dynamic Modeling , Simulation , and Validation for an Industrial Boiler Incident Investigation*. 1–18. <https://doi.org/10.1002/prs.12040>

- Taler, J., Grądziel, S., Taler, D., Jaremkiewicz, M., Cisek, P., Kaczmarski, K., Majewski, K., Taler, D., Cebula, A., Jaremkiewicz, M., Cisek, P., & Kaczmarski, K. (2019). *Mathematical model of a supercritical power boiler for simulating rapid changes in boiler thermal loading*. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.03.085>
- Tognoli, M., Najafi, B., Marchesi, R., & Rinaldi, F. (2019). Dynamic modelling, experimental validation, and thermo-economic analysis of industrial fire-tube boilers with stagnation point reverse flow combustor. *Applied Thermal Engineering*, 149(November 2018), 1394–1407. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.12.087>
- Torres, A. (2012). *Fatiga Térmica a bajos ciclos en aceros con modificación superficial*. 114.
- Uceda, J. (2012). Guía básica de calderas industriales eficientes. *Consejería de Economía y Hacienda, Organización Dirección General de Industria, Energía y Minas.*, 71–95.
- Vakkilainen, E. K. (2017). Principles of Steam Generation. *Steam Generation from Biomass*, 1–17. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-804389-9.00001-0>

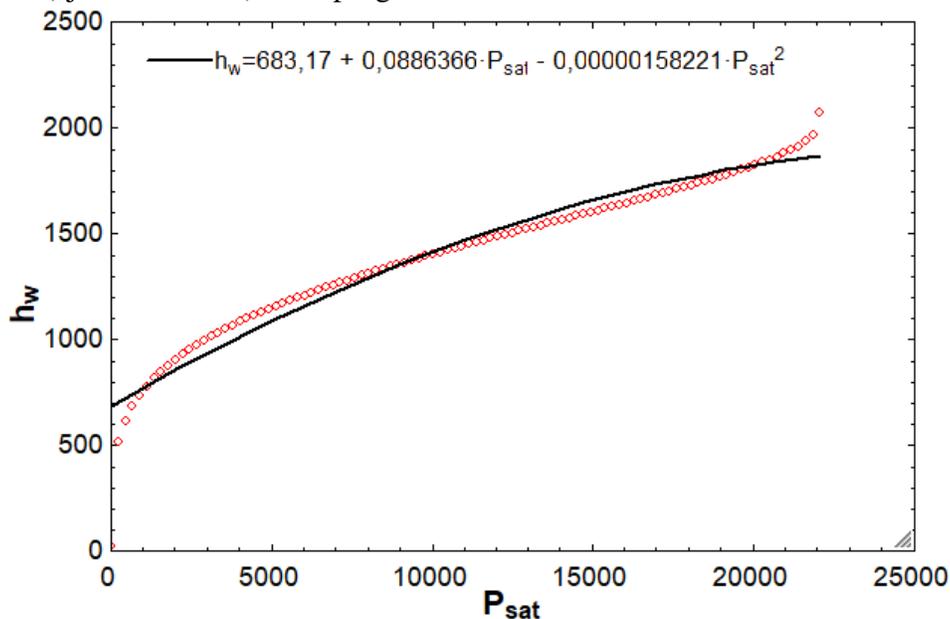
Apéndices

Anexo A. Grafica utilizada para determinar los polinomios de densidad del agua y de vapor mediante regresión lineal (ajuste de curva) en el programa EES®.



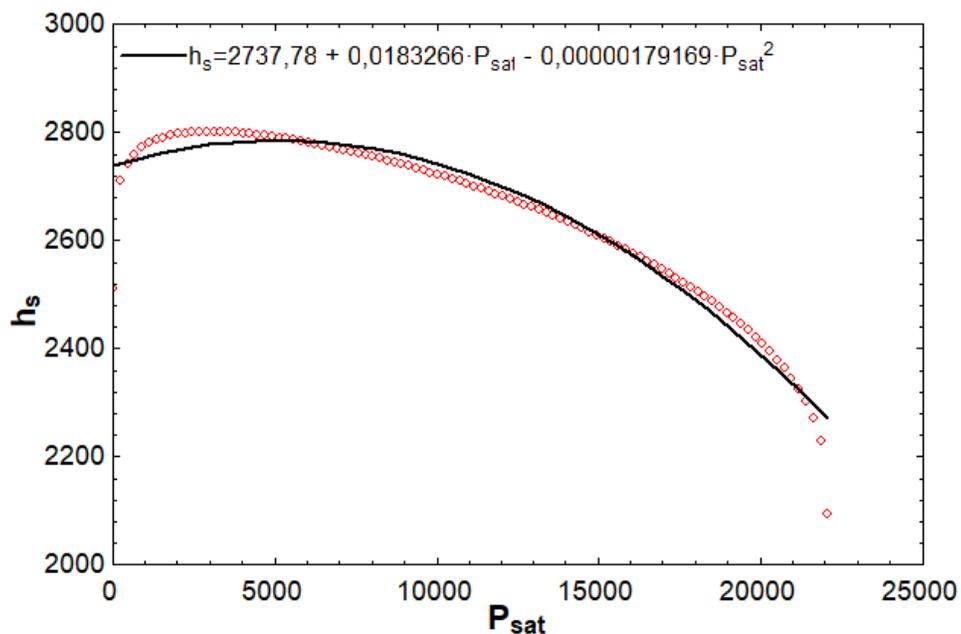
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo B. Grafica utilizada para determinar el polinomio de la entalpia del agua mediante regresión lineal (ajuste de curva) en el programa EES®.



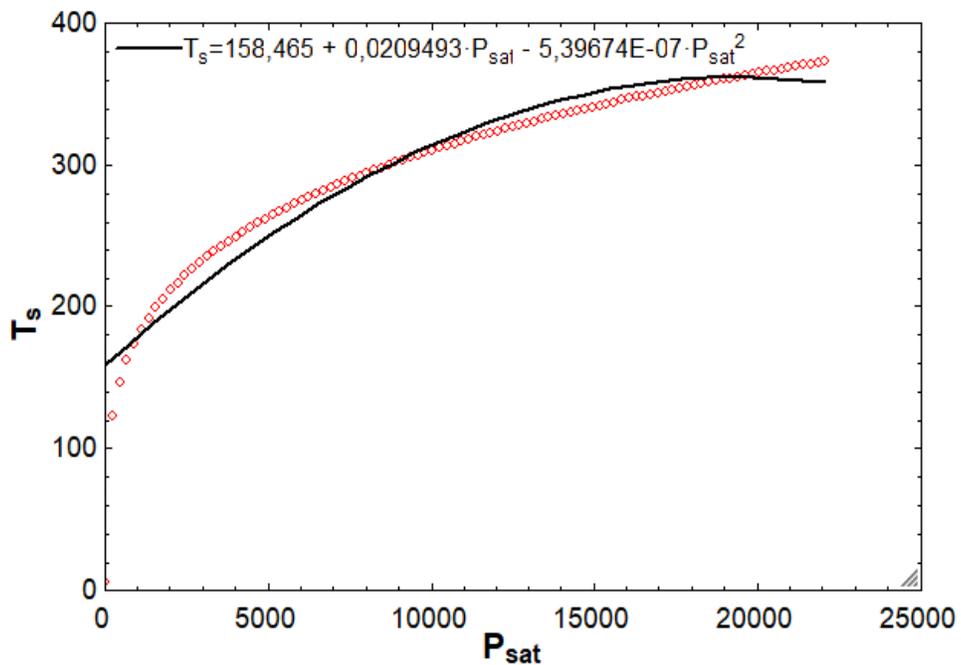
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo C. Grafica utilizada para determinar el polinomio de la entalpia del vapor mediante regresión lineal (ajuste de curva) en el programa EES®.



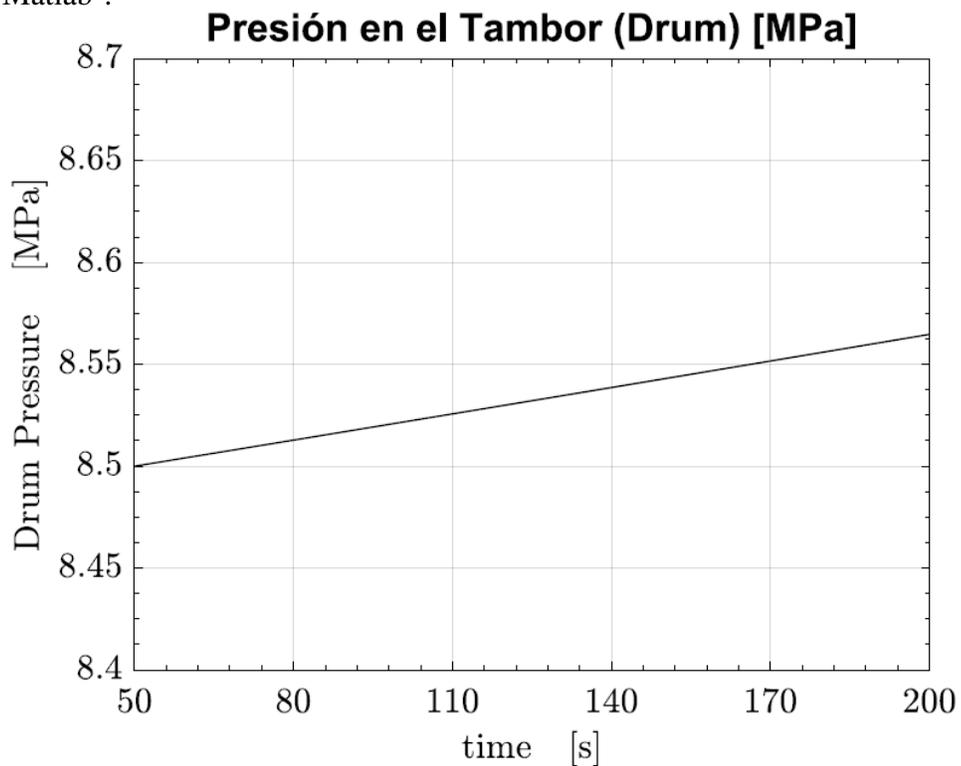
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo D. Grafica utilizada para determinar el polinomio de la temperatura de saturación mediante regresión lineal (ajuste de curva) en el programa EES®.



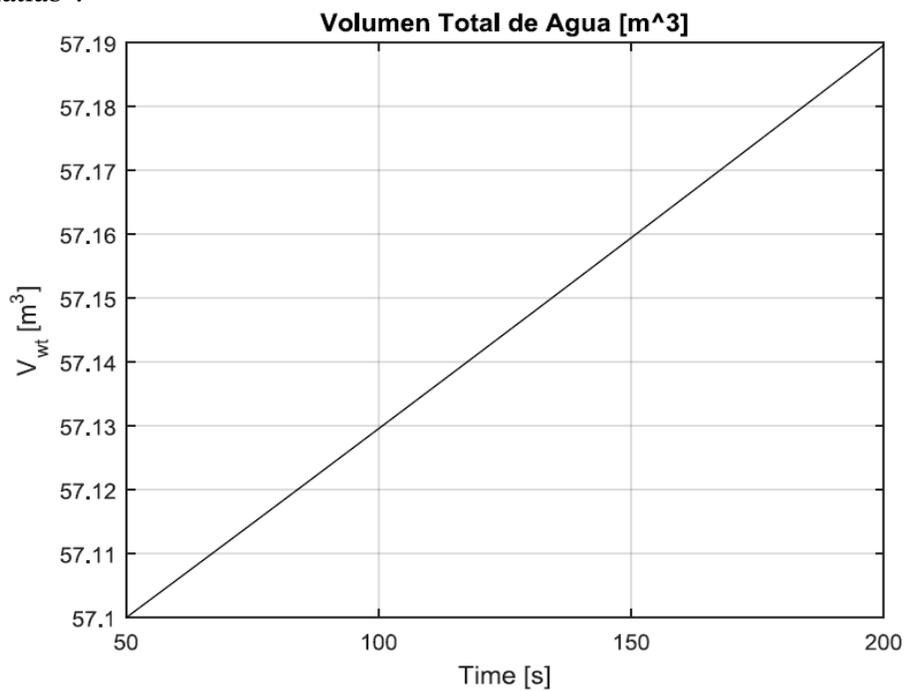
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo E. Gráfica de la presión en el tambor utilizada para realizar la validación del modelo, obtenida en Matlab®.



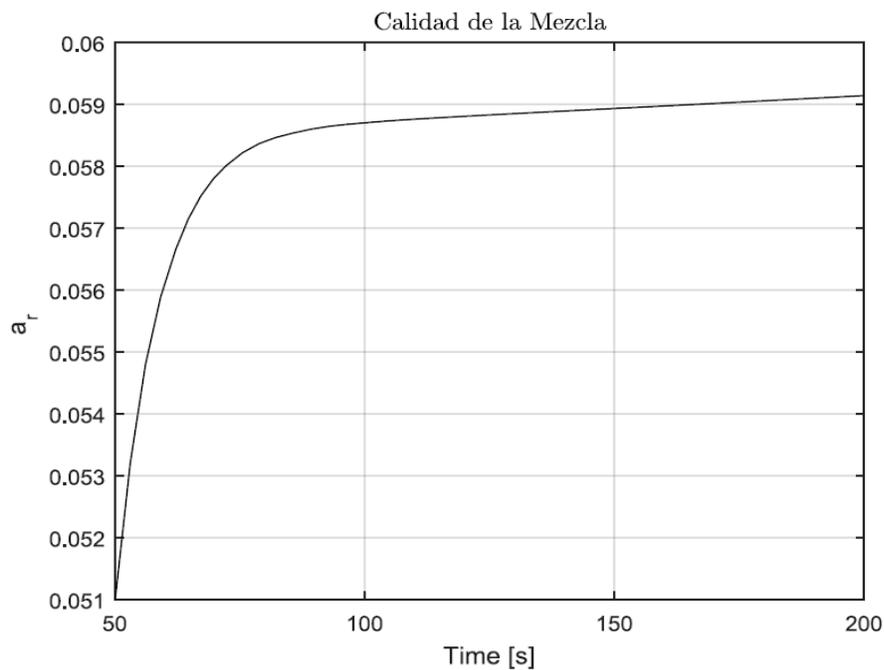
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo F. Gráfica del volumen total de agua utilizada para realizar la validación del modelo, obtenida en Matlab®.



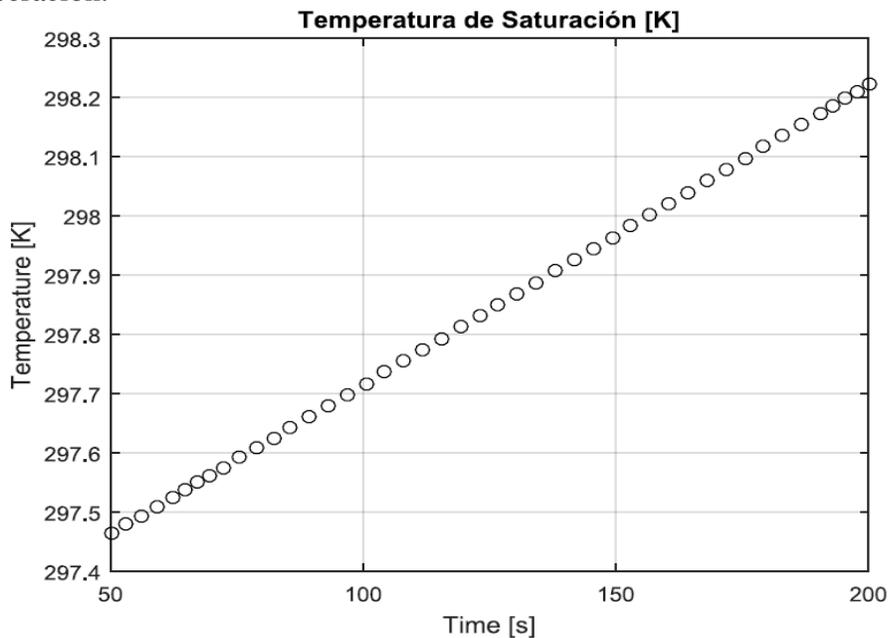
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo G. Gráfica de la calidad de la mezcla utilizada para realizar la validación del modelo, obtenida en Matlab®.



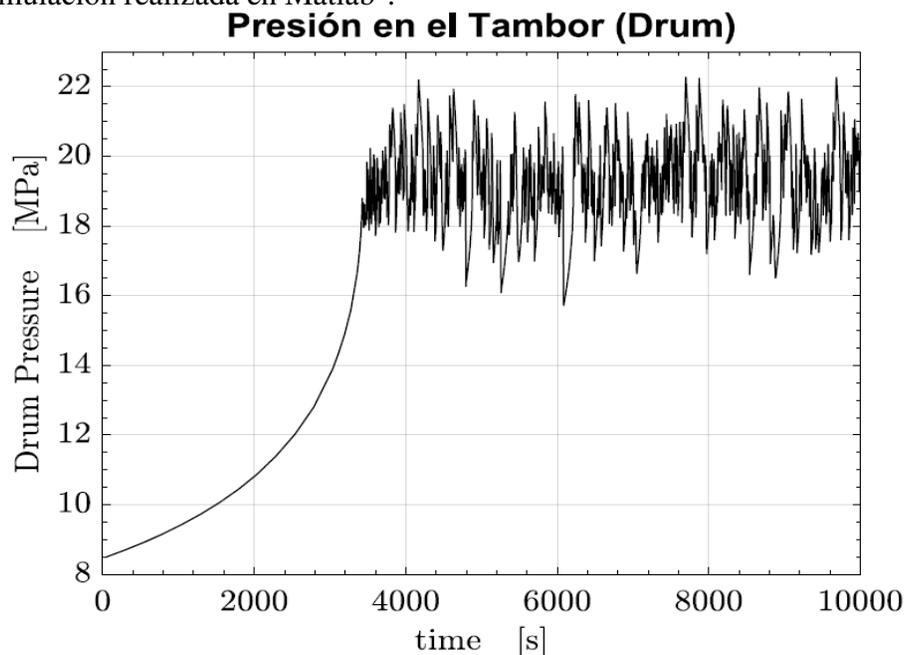
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo H. Gráfica de temperatura de saturación que muestra el comportamiento en 200 segundos de operación.



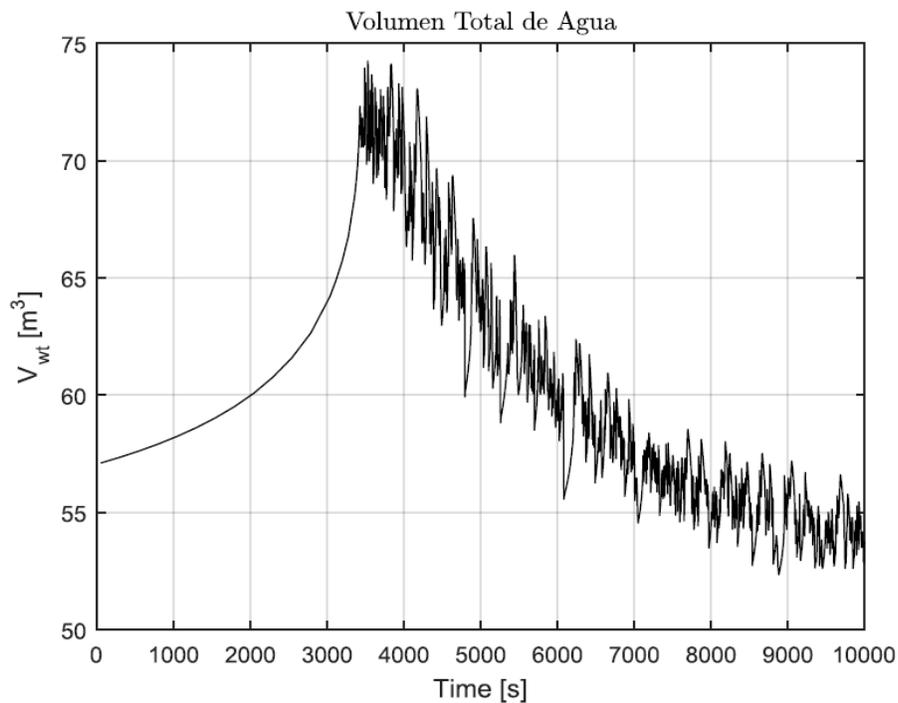
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo I. Comportamiento de la presión en 10000 segundos de operación. Grafica obtenida mediante la simulación realizada en Matlab®.



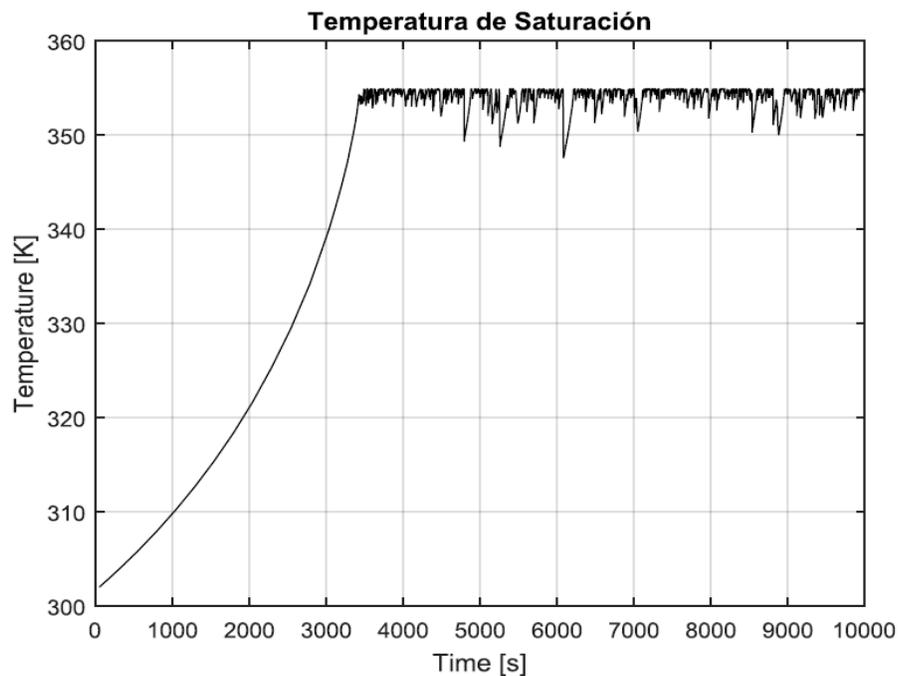
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo J. Comportamiento del volumen total de agua en 10000 segundos de operación. Grafica obtenida mediante la simulación realizada en Matlab®.



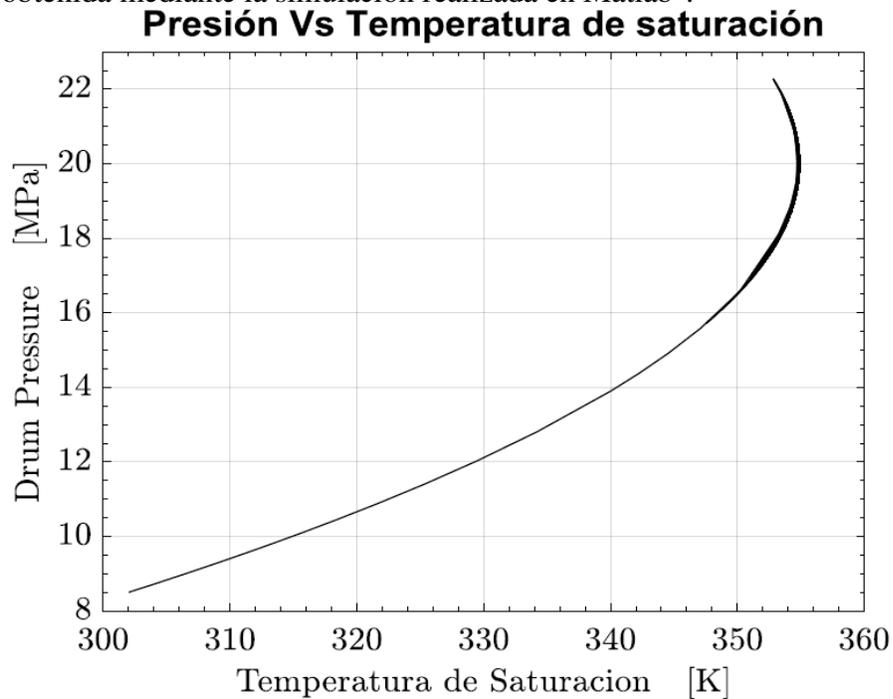
Fuente: Elaboración Propia.

Anexo K. Comportamiento de la temperatura de saturación en 10000 segundos de operación. Grafica obtenida mediante la simulación realizada en Matlab®.



Fuente: Elaboración Propia.

Anexo L. Comportamiento de la presión Vs temperatura de saturación en el generador de vapor. Grafica obtenida mediante la simulación realizada en Matlab®.



Fuente: Elaboración Propia.