	UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER OCAÑA			
	Documento	Código	Fecha	Revisión
	FORMATO HOJA DE RESUMEN PARA TRABAJO DE GRADO	F-AC-DBL-007	10-04-2012	A
Dependencia	Aprobado		Pág.	
DIVISIÓN DE BIBLIOTECA	SUBDIRECTOR ACADEMICO		1(1)	

RESUMEN – TRABAJO DE GRADO

AUTORES	FELIX ANDRES SEPULVEDA SANCHEZ
FACULTAD	INGENIERIAS
PLAN DE ESTUDIOS	INGENIERA MECANICA
DIRECTOR	FERNANDO DE JESUS REGINO UBARNES
TÍTULO DE LA TESIS	DESARROLLO DE UNA ESTRATEGIA DE CONTROL PID PARA EL SISTEMA BOLA Y VIGA.

RESUMEN

EN EL ACTUAL TRABAJO, SE DESARROLLA UNA ESTRATEGIA DE CONTROL PID APLICADA A UN MECANISMO BOLA Y VIGA, EL CUAL ES UN SISTEMA DE LAZO CERRADO. CON LA IMPLEMENTACION DEL SISTEMA DE CONTROL AL MECANISMO SE LOGRA QUE LA POSICION DE LA BOLA SOBRE LA VIGA SEA CONTROLADA EN EL LUGAR DESEADO, RECHACE LAS PERTURBACIONES QUE SE PRESENTEN Y OBSERVAR LA RESPUESTA DEL CONTROLADOR EN EL SISTEMA.

CARACTERÍSTICAS

PÁGINAS: 84	PLANOS: 0	ILUSTRACIONES: 53	CD-ROM: 1
----------------	--------------	----------------------	--------------



**DESARROLLO DE UNA ESTRATEGIA DE CONTROL PID PARA EL
SISTEMA BOLA Y VIGA.**

Autor

FÉLIX ANDRÉS SEPÚLVEDA SÁNCHEZ COD. 181210

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al título de Ingeniero Mecánico

Director

M.Sc. FERNANDO JESÚS REGINO UBARNES

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER OCAÑA

FACULTAD DE INGENIERÍAS

INGENIERÍA MECÁNICA

Ocaña, Colombia

Febrero, 2021

CONTENIDO

Capítulo 1: Desarrollo de una estrategia de control PID para el sistema Bola y viga.....	1
1.1. Formulación del problema.....	1
1.2. Planteamiento del problema.....	1
1.3. Objetivos.....	3
1.3.1. <i>Objetivo general</i>	3
1.3.2. <i>Objetivos específicos</i>	3
1.4. Justificación.....	3
1.5. Delimitaciones.....	4
1.5.1. <i>Operativas</i>	4
1.5.2. <i>Conceptual</i>	4
1.5.3. <i>Geográfica</i>	4
1.5.4. <i>Temporal</i>	4
Capítulo 2: Marco referencial.....	5
2.1. Marco histórico.....	5
2.2. Marco conceptual:.....	8
2.2.1. <i>Definiciones de un sistema de control</i> :.....	8
2.2.2. <i>Definiciones del sistema Bola y viga</i>	15
2.2. Marco teórico.....	18
2.2.1. <i>Transformada de Laplace</i>	18
2.2.1.1. <i>Transformada de una función simple</i>	20
2.2.2. <i>Métodos de la energía y la cantidad de movimiento para cuerpos rígidos</i> ..	24
2.3. Marco legal.....	26
Capítulo 3: Diseño metodológico.....	28
3.1. Tipo de investigación.....	28
3.2. Población.....	28
3.3. Muestra.....	28
3.4. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información.....	28
3.5. Metodología.....	29
3.5.1. <i>Planteamiento</i> :.....	29
3.5.2. <i>Diseño y desarrollo de soluciones</i>	29
3.5.3. <i>Validación</i>	29
Capítulo 4: Resultados.....	30
4.1. Desarrollo del modelo matemático para el sistema Bola y viga.....	30
4.1.1. <i>Linealización del sistema</i>	32
4.1.2. <i>Función de transferencia</i>	34
4.2. Diseñar una estrategia de control PID para el sistema Bola y viga basado en el modelo matemático.....	35
4.2.1. <i>Componentes electrónicos</i>	37
4.2.2. <i>Estructura y montaje del sistema bola y viga</i>	43
4.2.3. <i>Programación</i>	57
4.3. Implementar la estrategia de control PID en el sistema Bola y viga.....	66
Capítulo 5. Conclusiones.....	74
Referencias	75

TABLA DE FIGURAS

Figura 1. Sistema de control.....	8
Figura 2. Sistema de lazo cerrado.....	12
Figura 3. Sistema de lazo abierto.	12
Figura 4. Sistema de bola y viga.	16
Figura 5. Partes de un servo motor a) carcasa; b) motor DC; c) potenciómetro; d) circuito de control; e) tren reductor; f) brazo.	17
Figura 6. Placa Arduino Uno.....	18
Figura 7. Gráficas de la transformada de Laplace.....	23
Figura 8. Análisis vectorial de las fuerzas en un cuerpo rígido.....	25
Figura 9 Modelo sistema bola y viga.	30
Figura 10 Diagrama sistema Bola y viga.	33
Figura 11 Sistema en lazo abierto.	35
Figura 12 Diseño del controlador en APP PID TUNER.	36
Figura 13 Reporte del diseño en la APP PID TUNER.....	36
Figura 14 Diagrama de bloques sistema Bola y viga en Simulink de Matlab.....	37
Figura 15 Partes Arduino Uno.....	38
Figura 16 Sensor Sharp 2Y0A21.....	39
Figura 17 Conexiones sensor Sharp 2Y0A21.	40
Figura 18 Grafica Salida vs Medida hoja de datos del sensor.....	40
Figura 19 Servomotor Hitech HS-485HB	41
Figura 20 Conexiones servomotor.....	42
Figura 21 Ancho de pulsos para cambiar de posición el eje del servomotor (180°, 135°, 90°, 45° y 0°).....	43
Figura 22 Sistema bola y viga.	43
Figura 23 Proceso impresión 3D.....	44
Figura 24 Diseño piezas en Solidworks.	45
Figura 25 Archivo STL.	46
Figura 26 Software de laminado –.....	47
Figura 27 G-Code.....	48
Figura 28 Base montaje sistema Bola y viga.....	49
Figura 29 Viga.....	49
Figura 30 Soporte del servomotor.	50
Figura 31 Soporte del sensor.	51
Figura 32 Topes.....	51
Figura 33 Soporte viga	52
Figura 34 Instalación sensor en el soporte.	53
Figura 35 Eje de la viga.....	54
Figura 36 Instalación sensor y mecanismo biela-manivela.....	55
Figura 37 Conexión circuito electrónico.	56
Figura 38 Sistema Bola y viga.....	56
Figura 39 Instalación paquete LINX.	58
Figura 40 Proceso instalación Firmware LINX en el Arduino.....	58

Figura 41 Programación sensor infrarrojo.....	61
Figura 42 Programación del servomotor.	62
Figura 43 Diagrama de bloques programación control PID.....	64
Figura 44 Diagrama de bloques control PID para el sistema Bola y viga.....	64
Figura 45 Panel frontal sistema bola y viga.	65
Figura 46 Referencia vs. Salida K_p , K_i , K_d resultado de Simulación modelo matemático.....	66
Figura 47 Referencia vs. Salida ajuste K_p	67
Figura 48 Referencia vs. Salida ajuste K_p y K_i	68
Figura 49 Referencia vs Salida ajuste K_d	69
Figura 50 Referencia vs. Salida.	70
Figura 51 Panel frontal Control PID sistema Bola y viga.	71
Figura 52 Referencia vs. Salida con una perturbación.	72
Figura 53 Cambio de Referencia vs. Salida.	73

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Características técnicas Sensor Sharp 2Y0A21.....	39
Tabla 2 Características técnicas Servomotor Hitech HS-485HB.....	42
Tabla 3 Error de seguimiento.	71

Capítulo 1: Desarrollo de una estrategia de control PID para el sistema Bola y viga.

1.1. Formulación del problema.

¿Es posible desarrollar una estrategia de control PID que logre estabilizar el sistema no lineal Bola y viga?

1.2. Planteamiento del problema.

Los procesos industriales se ven en la necesidad de implementar técnicas y modelos de control automatizados para obtener un alto rendimiento de producción a un bajo costo, logrando una mayor eficiencia. Las teorías de control usadas normalmente son; teoría de control clásico que hace referencia a los procesos donde el sistema cuenta con una salida y una entrada (SISO), la teoría de control moderno es usado para manejar lo complejo de las plantas de producción modernas las cuales se caracterizan por ser sistemas de múltiples entradas y salidas (MIMO); esta teoría facilitó el diseño de los diferentes sistemas de control; la estabilidad del sistema de control va ligado al error entre el sistema o planta real y el sistema modelado, lo que indica que al aplicar el modelo al sistema real este puede ser inestable. La teoría de control robusto es un método el cual complementa la teoría moderna analizando el rango de posibles errores y con estos datos se diseña el controlador, luego, esta teoría es matemáticamente muy compleja.

(Ogata, 2010, p. 1)

Estas teorías utilizan algoritmos complejos para ejecutar tareas que implican mayor rigurosidad; la implementación de estrategias de control ha brindado una suma de soluciones a procesos y

sistemas que requerían más de un operario para finalizar labores tales como la supervisión, adquisición y control de datos en diferentes tareas como el control de flujo en sistemas de tuberías y otras técnicas de autonomía más avanzadas como el control de sistemas de suspensiones hidroneumáticas pilotadas, sistemas electromecánicos e hidráulicos. Estos sistemas reales implican una relación no lineal entre sus variables, los procesos en sistemas de control no lineales suelen ser complejos ya que, al momento de tener múltiples entradas al sistema, estos carecen de obtener la salida total del sistema como la suma de las salidas parciales, que resultan de aplicar cada entrada por separado, haciendo las demás entradas ceros. (Perez et al., 2008, p. 2) Según Ogata, (2010) un estudio profundo de los sistemas físicos reveló que los sistemas lineales solo lo son en rangos limitados de operación. (p. 42)

Tener una planta física donde se puedan aplicar y experimentar estas técnicas de control mencionadas, ayuda a la comprensión de la teoría y se puede llevar a la práctica estos conceptos (Ionescu et al., 2013) cabe destacar, que son limitadas las plantas en las que se pueden realizar aplicaciones de las estrategias de control para el aprendizaje ya que su construcción se considera dispendiosa, por lo tanto su estudio se limita a una simulación en software y no en una planta física que es donde se puede evidenciar los reales problemas de implementar una estrategia de control tales como tiempos de respuesta del actuador, perturbaciones y ruidos en el proceso de sensado.

1.3.Objetivos.

1.3.1. Objetivo general.

Desarrollar una estrategia de control PID para un sistema Bola y viga.

1.3.2. Objetivos específicos.

- Desarrollo del modelo matemático para el sistema Bola y viga.
- Diseñar una estrategia de control PID para el sistema Bola y viga.
- Implementar la estrategia de control PID en el sistema Bola y viga.

1.4.Justificación.

El control automático se ha convertido en una parte importante e integral en los sistemas de vehículos espaciales, sistemas robóticos, en los procesos modernos de fabricación y en cualquier operación industrial que requiera el control de temperatura, presión, humedad, flujo, entre otros.

En la práctica, muchos sistemas electromecánicos, hidráulicos, neumáticos, entre otros, involucran relaciones no lineales entre las variables; en donde la señal de salida de un componente puede saturarse por señales de entrada grandes. Puede haber una zona muerta que afecte a las señales pequeñas. (Ogata, 2010, p. 42) por lo tanto, el sistema se vuelve no estable al momento de llevar a cabo su operación.

Comprendiendo las aplicaciones de las teorías de control en el campo de la industria, las variantes por las cuales un sistema no es estable, y la necesidad de transmitir la información estudiada, hemos decidido tomar como objeto de estudio la línea de control y automatización de sistemas no lineales para llevar a cabo el desarrollo de una estrategia control en un sistema Bola y viga, el cual es un modelo no lineal y que a su vez es un ejemplo para el estudio teórico - práctico de sistemas dinámicos y matemáticos presentes en la línea de automatización.

El sistema Bola y viga es un mecanismo simple en el cual existen dos grados de libertad, uno es el giro de la viga sobre su eje y el otro el balanceo de la bola a través de la viga. El mecanismo Bola y viga es un sistema de lazo cerrado, el cual requiere técnicas de control para estabilizar el sistema; la posición de la bola se conocerá utilizando un sensor ubicado en uno de los extremos la viga, la inclinación de la viga estará a cargo de un servo motor de corriente continua el cual transmitirá el movimiento a través de un par de barras.

La implementación del sistema de control al mecanismo Bola y viga es lograr que la posición de la bola sea controlada en un lugar deseado, que logre rechazar las perturbaciones que se puedan presentar, tales como mover la bola con la mano o algunas propias del sistema, la rapidez del controlador y permitir observar en una planta física el comportamiento del controlador.

1.5.Delimitaciones.

1.5.1. Operativas.

El prototipo Bola y viga ha de ser realizado como objeto de estudio de evaluación y aprendizaje que se puede obtener sobre un proceso de control.

1.5.2. Conceptual.

El conocimiento de este proyecto está dirigido a toda aquella persona con conocimiento acerca de fundamentos de automatización.

1.5.3. Geográfica.

La presente investigación se llevará a cabo en la Universidad Francisco De Paula Santander Ocaña ubicada en el municipio de Ocaña, departamento del Norte De Santander.

1.5.4. Temporal.

El proyecto se desarrollará en un tiempo aproximado de cuatro (4) meses.

Capítulo 2: Marco referencial

2.1. Marco histórico

El control automático ha sido el pilar de los sistemas en la industria aeronáutica, automovilística, naval, entre otros; se dice que el primer trabajo significativo del control automático fue desarrollado por James Watt, un regulador de velocidad centrífugo que permitió el control de la velocidad de una máquina de vapor, en el siglo XVIII. Otros protagonistas en esta historia como Nicolas Minorsky, Harry Nyquist, Harold Locke Hazen y otros, aportaron importantes trabajos en las etapas iniciales del desarrollo de la teoría de control. (Ogata, 2010, pp. 1, 2)

En 1922, Minorsky realizó un trabajo en controladores automáticos para ser utilizados en la guía de embarcaciones, y demostró que la estabilidad del sistema se puede determinar a partir de las ecuaciones diferenciales que lo describen, este trabajo con título “Directional Stability of Automatic Steered Boats” en 1922, reconoce la no linealidad de los sistemas y aplica la linealización mediante la aplicación de la serie de Taylor a sistemas no lineales que correspondían al movimiento angular de un buque; resumiendo, Minorsky estudia la estabilidad y los efectos de retrasos de la información sobre las salidas de los sistemas. Nyquist diseñó un procedimiento relativamente simple para determinar la estabilidad de sistemas en lazo cerrado, a partir de la respuesta en lazo abierto a entradas sinusoidales en estado estacionario. En 1934, Hazen, quien introdujo el término servomecanismos para los sistemas de control de posición, analizó el diseño de los servomecanismos con relé, capaces de seguir con precisión una entrada cambiante, todo esto visto en la publicación “Theory of Servomechanism”, en donde Hazen

estudia el funcionamiento de los servomecanismos utilizando para su análisis conceptual el concepto de entradas típicas de escalón y rampa. (Ogata, 2010, p. 2)

Los primeros controladores de temperatura dieron cabida a la implementación de los reguladores con acción proporcional, pero en estos reguladores se manifestaba claramente el dilema: “precisión frente a estabilidad”. En los años 30 aparece el término acción integral, implementado en el regulador de temperatura Foxboro Stabilog planteado por Mason en 1931. A finales de los 30 se introdujo la acción derivativa dando así lugar al regulador PID de tres términos (Proporcional, Integral y Derivativa). (Moreno, 1999, p. 19)

A mediados de los años 40 se logró que los sistemas de lazo cerrado cumplieran sus requisitos de comportamiento, es en ese entonces cuando aparecen en las industrias los controladores PID para el control de temperatura, presión, locomoción, entre otros; para ello Ziegler y Nichols establecieron reglas para sintonizar controladores PID, las cuales son las reglas de sintonía de Ziegler-Nichols, luego a finales de los años cuarenta y principios de los cincuenta, se desarrolló por completo el método del lugar de las raíces propuesto por Evans. Las reglas dichas anteriormente conducen a sistemas estables que satisfacen un conjunto más o menos arbitrario de requisitos de comportamiento. (Moreno, 1999, p. 20)

Hacia 1960, debido a la disponibilidad de las computadoras digitales fue posible el análisis en el dominio del tiempo de sistemas complejos. La teoría de control moderna, basada en el análisis en el dominio del tiempo y la síntesis a partir de variables de estados, se ha desarrollado para manejar la creciente complejidad de las plantas modernas y los requisitos cada vez más exigentes sobre precisión, peso y coste en aplicaciones militares, espaciales e industriales. (Moreno, 1999, p. 26)

Durante los años comprendidos entre 1960 y 1980, se investigó a fondo el control óptimo tanto de sistemas determinísticos como estocásticos, así como el control adaptativo y con aprendizaje de sistemas complejos. Desde la década de los ochenta hasta la de los noventa, los avances en la teoría de control moderna se centraron en el control robusto y temas relacionados. (Ogata, 2010, p. 2)

En la actualidad, la teoría de control robusto es el “padre de la era informática”; el desarrollo del control automático se ha convertido en el pilar funcional de la industria aeronáutica, espacial, automovilística y naval, todo esto encaminado a perfeccionar la operación de tal modo que se pueda brindar calidad en razón a un rendimiento óptimo, por lo que se supone la necesidad de abordar teórica y prácticamente sistemas con mayor complejidad, la cual se manifiesta en las descripciones matemáticas, criterios de comportamiento, así como en la elaboración y ejecución de acciones conducentes a alcanzar ese comportamiento deseado, basado en el diseño de controladores convencionales, adaptativos y evolutivos en la inteligencia artificial, entre otros, (Grajales et al., 2007), para ello hoy en día existen estrategia de control tales como: estrategias de control son G.P.I (control Proporcional Integral Generalizado), control de lógica difusa, LQR (Regulador Lineal Cuadrático).

2.2. Marco conceptual:

2.2.1. Definiciones de un sistema de control:

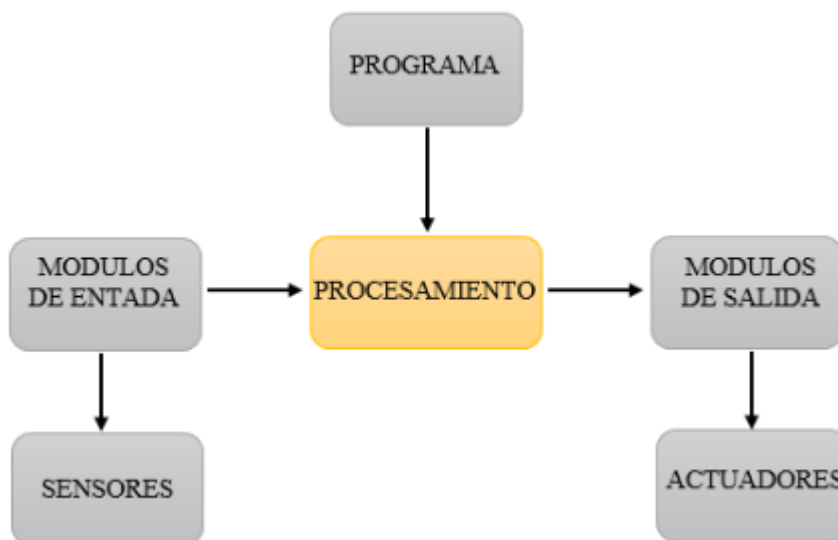


Figura 1. Sistema de control.
Autor (2020)

2.2.1.1. Estrategia de control. Determina la estructura o circuito que sigue la información o señales en el lazo. Dependiendo de la aplicación (entorno de trabajo, máquina) a gobernar se debe definir el actuar de las variables de proceso (presión, flujo, temperatura, entre otros). En función de esta información se incorporan los instrumentos y/o equipos y se organizan de manera jerárquica a fin de que puedan dar respuesta a los datos de entrada presentes en el sistema.

(Villalobos, s.f., p. 1)

2.2.1.2. Control automático. “El control automático consiste en sustituir la acción del elemento humano por un dispositivo llamado controlador o regulador, el cual gobierna el elemento final de regulación”. (Roca, 2014, p. 6)

2.2.1.3. Sensor. El término sensor se refiere a un elemento de medición que detecta la magnitud de un parámetro físico y lo cambia por una señal que puede procesar el sistema. Al elemento activo de un sensor se le conoce comúnmente como transductor. El diseño de sensores y transductores siempre involucra alguna ley o principio físico o químico que relaciona la cantidad de interés con algún evento medible. Los sistemas de monitorización y control requieren sensores para medir cantidades físicas tales como posición lineal, posición angular, desplazamiento, deformación, aceleración, presión, caudal, fuerza, velocidad lineal y velocidad angular, temperatura, intensidad lumínica, distancia y vibración. (*Sensores, s/f*)

2.2.1.3.1. Sensores de proximidad.

Pueden determinar la presencia o ausencia de un objeto, se producen mediante una simple salida digital de encendido/apagado. También pueden proporcionar la posición a lo largo del tiempo de una manera continua mediante una señal eléctrica proporcional a la posición. (Barbera, 2018, p. 7)

Los sensores de proximidad más comunes son:

- Sensores de proximidad ultrasónicos:

El principio de funcionamiento del sensor de proximidad ultrasónico se basa en la transmisión y recepción de ondas ultrasónicas de alta frecuencia de aproximadamente 200 kHz. El retorno de la onda puede detectar la presencia de un objeto y medir su distancia: su aplicación se da en sectores que requieran alta precisión en la medida como en procesos industriales especializados y en procesos médicos. (Tonsuk, 2011)

- Sensores de proximidad inductivos:

Los sensores de proximidad inductivos son detectores de posición electrónicos, capaces de detectar cualquier objeto ferroso (metálico, o conductor eléctrico) a una cierta distancia sin necesidad de contacto. En el caso de los sensores magnéticos el elemento a detectar tendría que tener la fuente del magnetismo, en este caso de los inductivos el propio sensor el que emite una señal magnética. (Barbera, 2018, p. 23)

- Sensores de proximidad fotoeléctricos:

El sensor fotoeléctrico, también llamados óptico, basa su funcionamiento en la emisión de un haz de luz que es interrumpido o reflejado por el objeto a detectar. En otras palabras, detectan la presencia de un objeto por medio de un haz de luz. Tienen muchas aplicaciones en el ámbito industrial y son ampliamente utilizados. Típicamente están compuestos por una fuente de luz, un receptor de luz, dispositivos ópticos para guiar el haz de luz (lentes) y un circuito de salida. (Estrada, 2019, p. 1)

- Sensores de proximidad capacitivos:

Estos funcionan de forma similar a los sensores basados en la inducción electromagnética. El condensador de la superficie principal del sensor genera un campo electromagnético. Cuando una pieza se acerca, la intensidad y la frecuencia de la oscilación cambian. A diferencia de los sensores inductivos, los sensores capacitivos no se limitan a piezas metálicas, sino que también pueden detectar elementos de cualquier naturaleza y material. (Tonsuk, 2011)

- Sensores de proximidad magnéticos:

Los sensores magnéticos detectan una variación en el campo magnético en respuesta a la variación de alguna magnitud física. Están basados en el efecto Hall, por lo que se conocen como sensores de efecto Hall. Se caracterizan principalmente por ser dispositivos de estado sólido, no tener partes móviles, compatibilidad con otros circuitos analógicos y digitales, margen de temperatura amplio, buena repetibilidad y frecuencia de funcionamiento relativamente alta (100 kHz). (Fernández, 2005, p. 106)

- Sensores de proximidad final de carrera:

Los finales de carrera son el sensor más típico de los sensores de proximidad con contacto. Estos dispositivos pueden tener un funcionamiento mecánico, eléctrico o neumático, dependen si la respuesta que ocasione el contacto con el obstáculo (objeto a detectar) ocasiona una respuesta mecánica (leva que realiza algún accionamiento), una respuesta neumática (provocando un cambio de presión), o una respuesta eléctrica (provocando una circulación de corriente eléctrica). (Barbera, 2018, p. 21)

2.2.1.4. Actuador. “Un actuador es un dispositivo con capacidad de generar una fuerza que ejerce un cambio de posición, velocidad o estado de algún tipo sobre un elemento mecánico, a partir de la transformación de energía”. (Corona et al., 2014, p. 25)

2.2.1.5. Lazo cerrado. Los sistemas de control realimentados se denominan también sistemas de control en lazo cerrado. En la práctica, los términos control realimentado y control en lazo cerrado se usan indistintamente. En un sistema de control en lazo cerrado, se alimenta al controlador la señal de error de actuación, que es la diferencia entre la señal de entrada y la señal de realimentación (que puede ser la propia señal de salida o una función de la señal de salida y

sus derivadas y/o integrales), con el fin de reducir el error y llevar la salida del sistema a un valor deseado. El término control en lazo cerrado siempre implica el uso de una acción de control realimentado para reducir el error del sistema. (Ogata, 2010, p. 7)

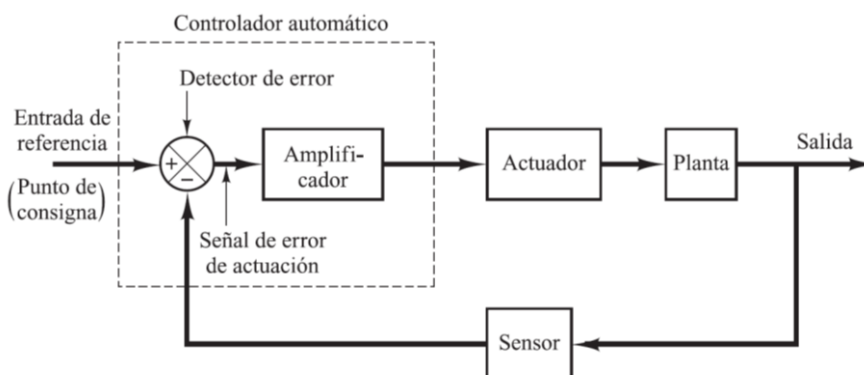


Figura 2. Sistema de lazo cerrado.
Ogata (2010)

2.2.1.6. Lazo abierto. Los sistemas en los cuales la salida no tiene efecto sobre la acción de control se denominan sistemas de control en lazo abierto. En otras palabras, en un sistema de control en lazo abierto no se mide la salida ni se realimenta para compararla con la entrada. Un ejemplo práctico es una lavadora. El remojo, el lavado y el centrifugado en la lavadora operan con una base de tiempo. La máquina no mide la señal de salida, que es la limpieza de la ropa. (Ogata, 2010, p. 8)

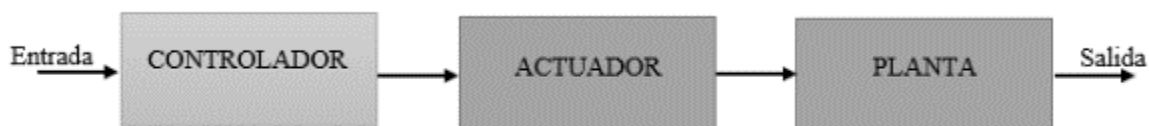


Figura 3. Sistema de lazo abierto.
Autor (2020)

2.2.1.7. Planta. Una planta puede ser una parte de un equipo, tal vez un conjunto de los elementos de una máquina que funcionan juntos, y cuyo objetivo es efectuar una operación particular. Planta puede ser cualquier objeto físico que se va a controlar (como un dispositivo mecánico, un horno de calefacción, un reactor químico o una nave espacial). (Ogata, 2010, p. 3)

2.2.1.8. Función de transferencia. En los sistemas de control, las funciones son utilizadas para caracterizar las relaciones de entrada-salida de los componentes de un sistema; matemáticamente, una función de transferencia es una ecuación diferencial definida como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero, todo lo dicho anterior es con el fin de representar la dinámica y comportamiento que tiene un sistema. (Ogata, 2010, p. 15)

2.2.1.9. Sistemas no lineales. Son aquellos sistemas que en su controlador carecen de un comportamiento estable alrededor de un punto de referencia, al saturarse con señales de entradas grandes. Por ejemplo, los amortiguadores que se utilizan en los sistemas físicos pueden ser lineales para operaciones a baja velocidad, pero pueden volverse no lineales a altas velocidades. (Ogata, 2010, p. 42)

2.2.1.10. Sistemas lineales. Un sistema se denomina lineal si se aplica el principio de superposición. Este principio establece que la respuesta producida por la aplicación simultánea de dos funciones de entradas diferentes es la suma de las dos respuestas individuales. Por tanto, para el sistema lineal, la respuesta a varias entradas se calcula tratando una entrada cada vez y

sumando los resultados. Este principio permite desarrollar soluciones complicadas para la ecuación diferencial lineal a partir de soluciones simples. (Ogata, 2010, p. 14)

2.2.1.11. Control proporcional integral derivativos (PID).

El control PID es la estrategia de control más usada en las aplicaciones industriales; se estima que más del 90% de los lazos de control utilizan control PID, dado que es una estrategia simple, efectiva y no requiere una gran fundamentación teórica para su utilización en los procesos cotidianos. Es por esto que, a pesar del desarrollo de estrategias de control más inteligentes y con mejores resultados experimentales, no se ha logrado desplazar al control PID de la aplicación en los procesos donde es deseable y a la vez suficiente que las operaciones que se realizan sean sencillas y sobre todo económicas, especialmente cuando se tienen limitaciones en la obtención de equipos para ejecutar estrategias más complejas o donde no se cuenta con operarios capacitados. El control PID proporciona un tratamiento tanto para la respuesta de estado estacionario como la respuesta transitoria, y ofrece una solución genérica y eficiente a los problemas de control del mundo real. Muchos ingenieros están familiarizados con el control PID, y su uso se ha convertido en una práctica estándar. En la actualidad, la introducción del control digital ha mejorado las capacidades del PID, como son la adaptación, la sintonización automática, y la planificación de ganancia, las cuales pueden ser fácilmente introducidas en el control PID. El diseño de controladores PID se puede lograr desde diferentes enfoques, que van desde métodos de ensayo y error, como acercamientos basados en el modelo del sistema. (Lozano et al., 2012, p. 3)

El controlador PID básico es aquel que combina las acciones proporcional, derivativa e integral mediante el algoritmo de control:

$$u(t) = K_c \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) = P + I + D$$

Como es bien sabido, el término proporcional contribuye a la reducción del error en régimen permanente. Ahora bien, la ganancia requerida para que dicho error se reduzca hasta los niveles deseados con la aplicación de un mero control proporcional puede ser incompatible con las especificaciones de sobre oscilación y estabilidad relativa del sistema. La acción integral tiene un efecto cualitativo sobre el error en régimen permanente, ya que aumenta el tipo del sistema y garantiza la anulación de este cuando la referencia es de tipo escalón. El término derivativo permite una cierta predicción del futuro error y por tanto juega un papel anticipativo. (Álamo, s/f, p. 7)

2.2.2. Definiciones del sistema Bola y viga.

El sistema de viga y bola es un importante y clásico modelo de laboratorio para enseñar ingeniería de control y sistemas. Es muy popular porque es un sistema simple y fácil de entender que puede ser utilizado para estudiar muchos de los métodos clásicos y modernos de diseño en ingeniería de control. Posee una propiedad muy interesante para el ingeniero de control: es inestable en lazo abierto. (Oporto, 2015, p. 25)

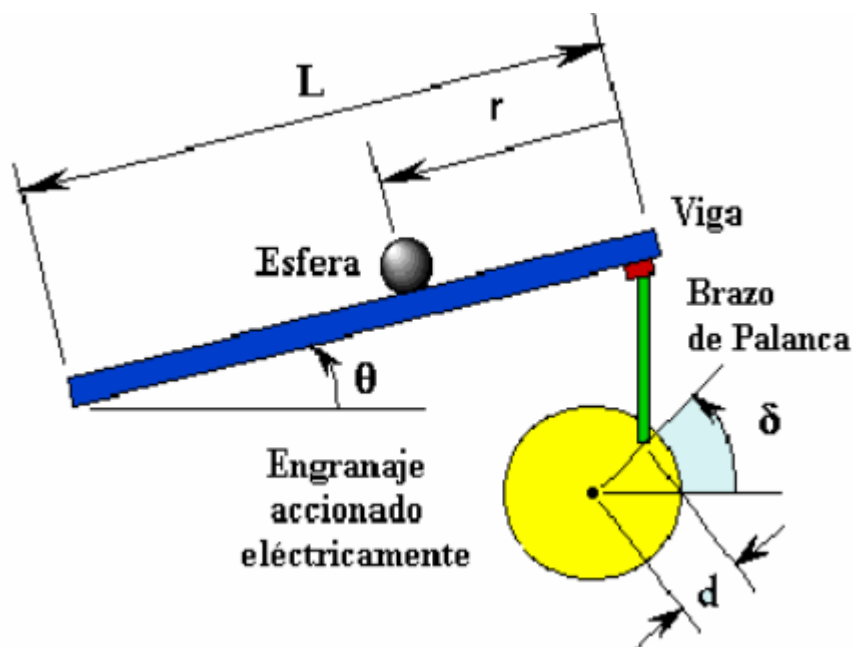


Figura 4. Sistema de bola y viga.

Obtenido <http://servicio.bc.uc.edu.ve/ingenieria/revista/v10n1/10-1-8.pdf>

2.2.2.1. Grados de libertad. El grado de libertad es el número de entradas independientes requeridas para posicionar con exactitud todos los eslabones de un mecanismo con respecto al suelo. También se puede definir como el número de actuadores necesarios para operar el mecanismo. Un mecanismo actuador podría ser el movimiento manual de un eslabón hacia otra posición, la conexión de un motor al eje de un eslabón o el empuje del pistón de un cilindro hidráulico. El número de grados de libertad de un mecanismo también se conoce como movilidad, el cual se identifica con el símbolo M . Cuando la configuración de un mecanismo está completamente definida con el posicionamiento de un eslabón, el sistema tiene un grado de libertad. La mayoría de los mecanismos comerciales tienen un grado de libertad. En contraste, los brazos robóticos suelen tener tres grados de libertad o incluso más. (Myszka, 2012, p. 8)

2.2.2.2. Unión. Es una conexión móvil entre los eslabones que permite el movimiento relativo entre ellos. Las dos uniones principales, llamadas también uniones totales, son la unión de revoluta y la unión prismática. La unión de revoluta, conocida también como unión de perno o

de bisagra, permite la rotación pura entre los dos eslabones que conecta. La unión de corredera, conocida también como unión de pistón o prismática, permite el deslizamiento lineal entre los eslabones que conecta. (Myszka, 2012, p. 3)

2.2.2.3. Servo motor. Un servomotor (o servo) es un motor de corriente continua que tiene la capacidad de ser controlado en posición. Es capaz de ubicarse en cualquier posición dentro de un rango de operación (generalmente de 180°) y mantenerse estable en dicha posición. Los servos se suelen utilizar en robótica, automática y modelismo (vehículos por radio-control, RC) debido a su gran precisión en el posicionamiento. (Candelas & Corrales, 2007, p. 1)

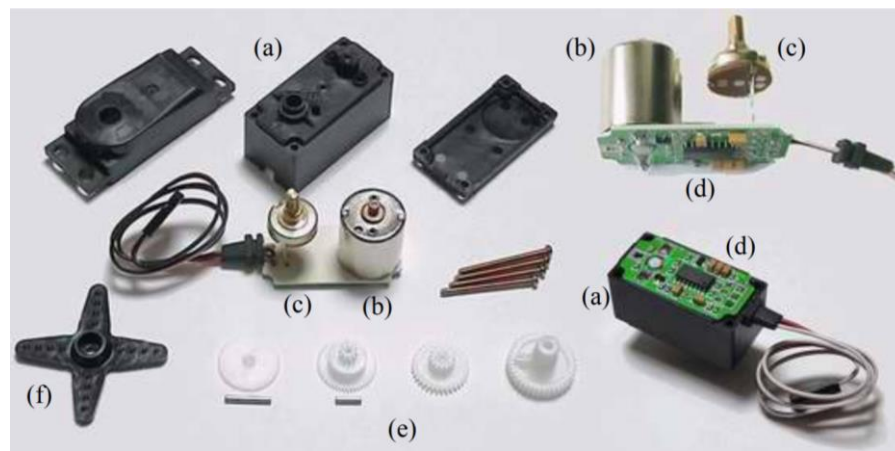


Figura 5. Partes de un servo motor a) carcasa; b) motor DC; c) potenciómetro; d) circuito de control; e) tren reductor; f) brazo.

Candelas & Corrales (2007)

2.2.2.6. P.W.M (Modulación por Ancho de Pulso). La modulación por ancho de pulso, PWM (Pulse Width Modulation), es una de las técnicas más empleadas para el control de servomotores. Consiste en generar una onda cuadrada en la que se varía el tiempo que el pulso

está a nivel alto, manteniendo el mismo periodo, con el objetivo de modificar la posición del eje según se desee. (Corona et al., 2014, p. 287)

2.2.2.7. Arduino. Arduino es una plataforma open-hardware (diseño de libre distribución) basada en el diseño de una placa sencilla de entradas y salidas (analógicas y digitales) y un entorno de desarrollo que implementa el lenguaje Processing/Wiring. Existen varias versiones de Arduino según la interfaz de conexión al PC: serie, USB, Bluetooth y ZigBee. Esta placa presenta una gran comunidad de desarrollo y permite la conexión de sensores y actuadores variados. (Candelas & Corrales, 2007, p. 6)

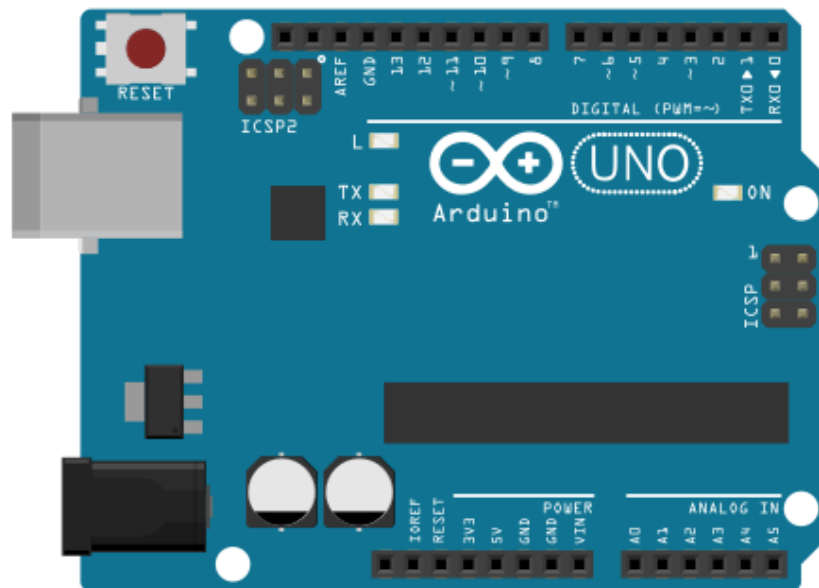


Figura 6. Placa Arduino Uno.
Obtenido <https://arduino.cl/que-es-arduino/>

2.2. Marco teórico.

2.2.1. Transformada de Laplace

La transformada de Laplace de una función $f(s)$ esta definida por $F(s)$, luego la ecuación.

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1)$$

Abreviando la ecuación quedaría:

$$F(s) = L\{f(t)\}$$

Donde el operador L está definido por la ecuación (1)

$$f(t) = 1$$

Reemplazando en la ecuación (1)

$$F(s) = \int_0^{\infty} (1)e^{-st} dt = \frac{1}{s}$$

Entonces:

$$L\{1\} = \frac{1}{s}$$

Hay varios hechos que vale la pena señalar en este punto:

La transformada de Laplace $F(s)$ no contiene información sobre el comportamiento de $f(t)$ para $t < 0$. Esto no es una limitación para el estudio del sistema de control porque t representará la variable de tiempo y nos interesará el comportamiento de los sistemas solo para positivo hora. De hecho, las variables y los sistemas generalmente se definen de manera que $f(t) = 0$ para $t < 0$. El tiempo que designamos como $t = 0$ es arbitrario. En general vamos a definir $t = 0$ como el momento en que el proceso se altera desde el estado estable (es decir, cuando una entrada es cambiada). Nuestro punto de partida habitual será un sistema o proceso de estado estable, y estará interesado en examinar qué sucede cuando el sistema está perturbado. Esta se aclarará a medida que estudiemos ejemplos específicos. Dado que la transformada de Laplace se define en la ec. (1) por una integral impropia, No existirá para cada función $f(t)$.

La transformación de Laplace es lineal. En notación matemática, esto quiere decir que:

$$L\{af_1(t) + bf_2(t)\} = aL\{f_1(t)\} + bL\{f_2(t)\}$$

Donde a y b son constantes y f_1 y f_2 son dos funciones de t.

Ahora usando la definición anterior se tiene que:

$$\begin{aligned} L\{af_1(t) + bf_2(t)\} &= \int_0^{\infty} aL\{f_1(t)\} + bL\{f_2(t)\}e^{-st} dt \\ &= a \int_0^{\infty} f_1(t)e^{-st} dt + b \int_0^{\infty} f_2(t)e^{-st} dt \\ &= aL\{f_1(t)\} + bL\{f_2(t)\} \end{aligned}$$

La transformada de Laplace transforma el operador de una función de la variable t a una función de las variables. La variable t es eliminada por la integración.

(Coughanowr & LeBlanc, 2009, p. 18,19)

2.2.1.1. Transformada de una función simple. Ahora procedemos a derivar las transformaciones de algunas funciones simples y útiles. Deberíamos ver estas funciones comunes repetidamente durante nuestros futuros estudios.

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

Esta función importante se conoce como la función de unidad de paso y será en adelante denotado por u (t). Luego:

$$L\{u(t)\} = \frac{1}{s}$$

Como era de esperar, el comportamiento de la función para t, 0 no tiene efecto en la transformada de Laplace. Tenga en cuenta que como consecuencia de la linealidad, la

transformación de cualquier constante A, es decir, $f(t) = Au(t)$, es solo $F(s) = A/s$. (Coughanowr & LeBlanc, 2009, p. 19)

2.2.1.2. La función exponencial es:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ e^{-at} & t > 0 \end{cases} = u(t)e^{-at}$$

Ahora:

$$L\{u(t)e^{-at}\} = \int_0^{\infty} (1)e^{-(s+a)t} dt = \frac{1}{s+a}$$

Siempre que $s + a > 0$, es decir, $s > -a$. En este caso, la convergencia de la integral.

Depende de una elección adecuada de s . En el caso de que s sea un número complejo, puede ser demostrado que esta condición se convierte. (Coughanowr & LeBlanc, 2009, p. 20)

$$Re(s) > -a$$

2.2.1.3. La función rampa es:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t > 0 \end{cases} = tu(t)$$

$$L\{tu(t)\} = \int_0^{\infty} te^{-(s)t} dt$$

Integrando por partes y luego evaluando la solución de la integral se tiene que:

$$L\{tu(t)\} = \frac{1}{s^2}$$

2.2.1.4. La función seno es:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \text{sen}(kt) & t > 0 \end{cases} = u(t)\text{sen}(kt)$$

$$L\{u(t)\text{sen}(kt)\} = \int_0^{\infty} (\text{sen}(kt))e^{-(s)t} dt$$

Integrando por partes y evaluando la solución de la integral se tiene que:

$$L\{u(t)\text{sen}(kt)\} = \frac{k}{s^2 + k^2}$$

A continuación, se muestra la gráfica respectivamente para cada forma de la función:

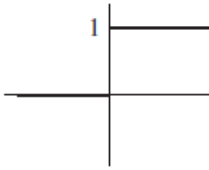
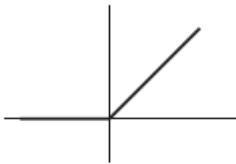

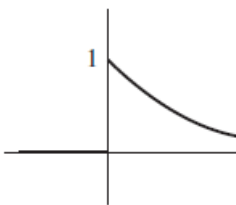
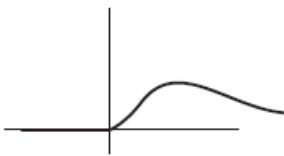
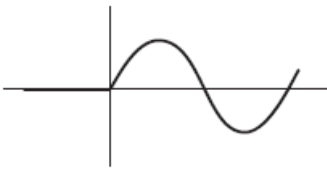
Function	Graph	Transform
$u(t)$		$\frac{1}{s}$
$tu(t)$		$\frac{1}{s^2}$
$t^n u(t)$		$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{-at} u(t)$		$\frac{1}{s+a}$
$t^n e^{-at} u(t)$		$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\sin kt u(t)$		$\frac{k}{s^2 + k^2}$

Figura 7. Gráficas de la transformada de Laplace.
Coughanowr, LeBlanc, 2009

2.2.2. Métodos de la energía y la cantidad de movimiento para cuerpos rígidos.

Para aplicar el principio del trabajo y la energía en el análisis del movimiento de un cuerpo rígido, se supondrá otra vez que el cuerpo rígido está compuesto por un gran número n de partículas de masa, (Beer et al., 2010, p. 765) luego:

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$$

Donde:

T_1, T_2 = valores inicial y final de la energía cinética total de las partículas que forman al cuerpo rígido

$U_{1 \rightarrow 2}$ = trabajo de todas las fuerzas que actúan sobre las diversas partículas del cuerpo

La energía cinética total está dada por:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \Delta m_t v_t^2$$

2.2.2.1. Trabajo de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo rígido.

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 F \cdot dr$$

O

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 (F \cos \alpha) ds$$

Donde F es la magnitud de la fuerza, α es el ángulo que forma con la dirección de movimiento de su punto de aplicación A y s es la variable de integración que mide la distancia recorrida por A a lo largo de su trayectoria. (Beer et al., 2010, p. 762)

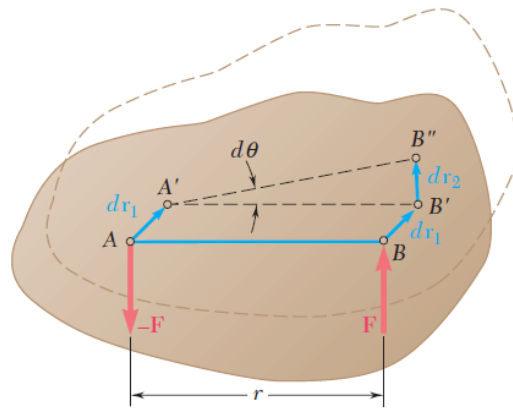


Figura 8. Análisis vectorial de las fuerzas en un cuerpo rígido.
Beer, Johnston, Cornwell, (2010)

2.2.2.2. Energía cinética de un cuerpo rígido en movimiento plano.

La energía cinética del sistema de partículas que forman al cuerpo rígido puede escribirse en la forma:

$$T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \Delta m_1 v_1'^2$$

Donde la magnitud v_1' de la velocidad relativa de P_1 es igual al producto $r_1' \omega$, luego;

$$T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} \left(\sum_{t=1}^n \Delta m_1 \right) \omega^2$$

Por lo tanto:

$$T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} (\bar{I}) \omega^2$$

Hay que observar que en el caso particular de un cuerpo en traslación ($\omega = 0$), la expresión que se obtiene se reduce a $\frac{1}{2} m \bar{v}^2$, en tanto que en el caso de una rotación centroidal ($v = 0$), se reduce a $\frac{1}{2} (\bar{I}) \omega^2$. (Beer et al., 2010, p. 765)

2.3. Marco legal.

La base jurídica que conforma el soporte legal del proyecto, por el cual está regido y restringido, está basado en las normas del gobierno de la constitución política colombiana de 1991 y el Reglamento de Software libre

Ley 11723: es una ley compuesta por 89 artículos, sancionada en 1933 (y todavía vigente), conocida como "Ley de Propiedad Intelectual" o también como "Ley de Propiedad Científica, Literaria y Artística".

Decisión 351 de 1993 Acuerdo de Cartagena. Derechos de autor.

Tratado de la OMPI –Organización Mundial de la Propiedad Intelectual– sobre Derechos de Autor (WCT), adoptado en Ginebra el veinte (20) de diciembre de mil novecientos noventa y seis (1996).

Ley 33 de 1987. Aprobatoria del Convenio de Berna (Derecho de Autor).

Ley 44 de 1993. Por la cual se modifica y adiciona la Ley 23 de 1982.

Convención Universal sobre el Derecho de Autor, firmada en Ginebra en 1952 y revisada en París en 1971, al cual adhirió Colombia por medio de la Ley 48 de 1975.

Convenio de Berna para la Protección de las Obras Literarias y Artísticas de 1886, cuya última modificación se firmó en París en 1971, al cual adhirió Colombia a través de la Ley 33 de 1987.

Decreto 1360 de 1989, declara el software como un bien protegido por los derechos de autor.

Ley 23 de 1982. Derechos de autor.

Tratado OMPI sobre Derecho de Autor, suscrito en Ginebra en 1996, al cual adhirió Colombia mediante la Ley 565 de 2000.

Ley 565 de 2000. Aprobatoria del tratado OMPIWCT, sobre derechos de autor.

Capítulo 3: Diseño metodológico

3.1. Tipo de investigación.

La investigación que se desarrollará en el presente proyecto será de tipo descriptiva cuantitativa. Debido a que los datos obtenidos en la modelación del diseño del controlador permitirán un análisis cuantitativo de estos, con los cuales se generara un diseño optimo del controlador que se aplicara al sistema Bola y viga.

3.2. Población.

La población de estudio será la estrategia de control PID presente en el área de fundamentos de control y automatización.

3.3. Muestra.

En la presente investigación se considera como muestra, a la estrategia de control PID seleccionada para implementarla en el sistema Bola y viga.

3.4. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información.

El presente proyecto parte de una investigación bibliográfica para el diseño de un controlador para el sistema Bola y viga. Además del trabajo comprendido en el diseño de la plataforma y el controlador, el modelamiento del sistema, la selección de los instrumentos para la planta. Así mismo se realizarán pruebas que permitan determinar el comportamiento del controlador bajo diferentes estados. Finalmente se hará un análisis comparativo entre el modelo y los datos obtenidos en la planta física.

3.5. Metodología.

El presente proyecto se desarrollará por medio de fases, en las cuales cada fase cuenta con una serie de actividades, que se realizarán en la ejecución del proyecto de investigación, con el fin de cumplir cada objetivo específico:

3.5.1. Planteamiento:

En esta fase se hace la relación de los conceptos teóricos y científicos correspondientes al problema planteado.

- ✓ Recopilación de información científica
- ✓ Revisión del estado del arte.
- ✓ Clasificación de la información recopilada.
- ✓ Estudio de estrategias de control existentes aplicadas al sistema Bola y viga que puedan servir como punto de partida.
- ✓ Familiarización con las herramientas de desarrollo y simulación a trabajar (Hardware y Software)

3.5.2. Diseño y desarrollo de soluciones.

- ✓ Diseño y modelamiento de la lógica y estructura física del sistema Bola y viga

3.5.3. Validación.

En esta fase se establece la puesta en marcha y evaluación del sistema

- ✓ Ejecución de pruebas para validar teorías
- ✓ Evaluación de la estrategia de control seleccionada

Capítulo 4: Resultados

4.1. Desarrollo del modelo matemático para el sistema Bola y viga.

El sistema bola y viga (figura 9) trata de una bola de radio R la cual rueda libremente con 1 grado de libertad sin deslizarse a lo largo una viga compuesta por dos rieles puestos en paralelo y que están separados a una distancia menor que 2 veces R .

La bola tiene dos puntos de contacto con la viga, por lo tanto hay dos fuerzas de rozamiento F_r y dos reacciones N del riel, la fuerza de rozamiento F_r tiene la dirección del riel, la reacción N es perpendicular al riel pasando por el centro de la bola.

Un brazo está unido a la viga por un extremo y en el otro se encuentra adaptado a un servo motor, a medida que el servo motor gira variando el ángulo β , el brazo cambia el ángulo θ de la viga. Cuando ángulo cambia de la posición horizontal la gravedad hace que la bola ruede a lo largo de la viga.

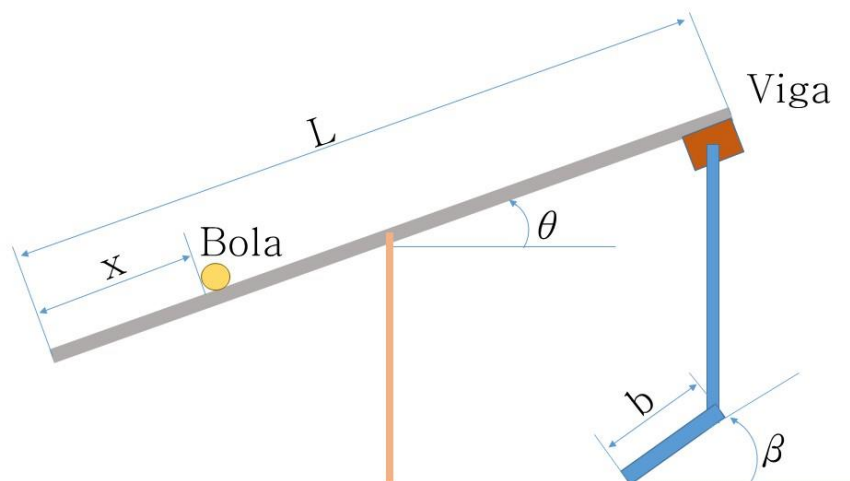


Figura 9 Modelo sistema bola y viga.
Autor (2020)

*La fuerza de rozamiento resultante es $F_1 = 2F_r$

*La resultante de las dos reacciones iguales y simétricas es $N_1 = 2N_r/R$

Siendo r la distancia entre el plano que contiene los dos rieles y el centro de la esfera

$$r^2 = R^2 - d^2/4.$$

Las fuerzas que actúan sobre la bola son:

El peso (mg)

La resultante de las reacciones N_1

La resultante de las fuerzas de rozamiento F_1

Las ecuaciones del movimiento de la esfera son:

Movimiento de traslación del centro de masas:

$$m g \sin \theta - F_1 = m a = m \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} \quad (\text{I})$$

Equilibrio en la dirección perpendicular al plano inclinado

$$m g \cos \theta = N_1 \quad (\text{II})$$

Suponiendo que la bola rueda sin deslizar, tenemos la siguiente ecuación:

$$a = \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} = r \alpha = r \frac{\partial^2 \theta(t)}{\partial t^2}$$

Despejando se obtiene la relación entre x y θ $\frac{\partial^2 \theta(t)}{\partial t^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2}$ (III)

Nos queda tratar la ecuación de rotación de la esfera

$$F_1 r = I_{esfera} \frac{\partial^2 \theta(t)}{\partial t^2} \quad (\text{IV}) \quad \text{siendo} \quad I_{esfera} = \frac{2}{5} m R^2$$

Despejando de (III) y (IV) :

$$F_1 = \frac{2}{5} m \frac{R^2}{r^2} \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2}$$

Sustituyendo la F_1 en la ecuación (I):

$$m g \sin \theta - \frac{2}{5} m \frac{R^2}{r^2} \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} = m \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2}$$

Operando:

$$m g \sin \theta = \left(1 + \frac{2}{5} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right) m \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} = \frac{g}{1 + \frac{2}{5} \left(\frac{R}{r} \right)^2} \sin \theta$$

Se trata de una ecuación no lineal, por lo que se estudiara si es posible su Linealización aplicando la aproximación para pequeños ángulos $\sin \theta \approx \theta$.

4.1.1. Linealización del sistema.

Para ver el ángulo máximo de inclinación de la barra, es necesario saber cuál es la relación entre el ángulo de inclinación de las barras (θ) y el ángulo del brazo del servomotor (β).

Debido a la geometría de la estructura como se muestra en la Figura 10 podemos relacionar ambos ángulos mediante la siguiente ecuación:

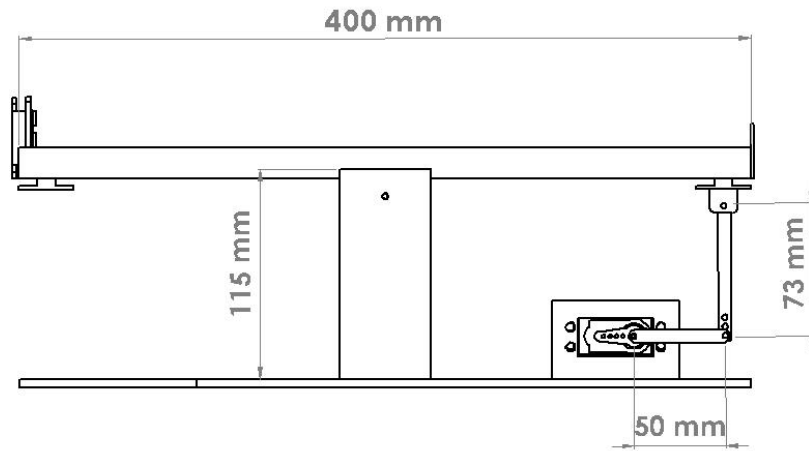


Figura 10 Diagrama sistema Bola y viga.
Autor (2020)

$$b * \sin \beta = L * \sin \theta$$

Siendo:

b: Longitud brazo del servomotor = 0.05 m

L: Longitud de la viga = 0.4 m

Teniendo en cuenta que el brazo del servomotor en el punto de equilibrio se encuentra ubicado en la mitad de su recorrido. El recorrido del servomotor es de un total de 180° por lo cual en la posición central podrá realizar un giro máximo de 90° en sentido horario y 90° en sentido anti horario, por lo cual el $\beta_{max} = 90^\circ$.

El apoyo de la viga se encuentra ubicado en el centro, por lo tanto, para el cálculo de la relación de los ángulos se toma la distancia como $L/2$ (0,2 m).

Aplicando la ecuación con los datos de la que conocemos, se obtendrá el valor de θ_{max} .

$$\sin \theta_{max} = \frac{b * \sin \beta_{max}}{L/2}$$

$$\sin \theta_{max} = \frac{0.05 \text{ m} * \sin(90)}{0.2}$$

$$\sin \theta_{max} = 0.25$$

$$\theta_{max} = 14.48^\circ$$

El error máximo que se puede producir al realizar la aproximación de pequeños ángulos $\sin \theta \approx \theta$ es:

$$\frac{\theta_{max} - \sin \theta_{max}}{\sin \theta_{max}} * 100 = \frac{0.25 - 0.249}{0.249} = 0.4 \%$$

4.1.2. Función de transferencia.

Para hallar la función de transferencia suponemos las condiciones iniciales iguales a cero:

$$S^2 X(s) = \frac{g}{1 + \frac{2}{5} \left(\frac{R}{r}\right)^2} \theta(s)$$

Reorganizando los términos

$$\frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{g}{1 + \frac{2}{5} \left(\frac{R}{r}\right)^2} \frac{1}{S^2}$$

Introduciendo función de transferencia se obtiene la respuesta del sistema en bucle abierto antes una entrada en escalón unitaria.

Como se puede apreciar en la Figura 11 el sistema es inestable en lazo abierto. Por lo tanto, se requiere algún método para controlar la posición de la pelota en este sistema.

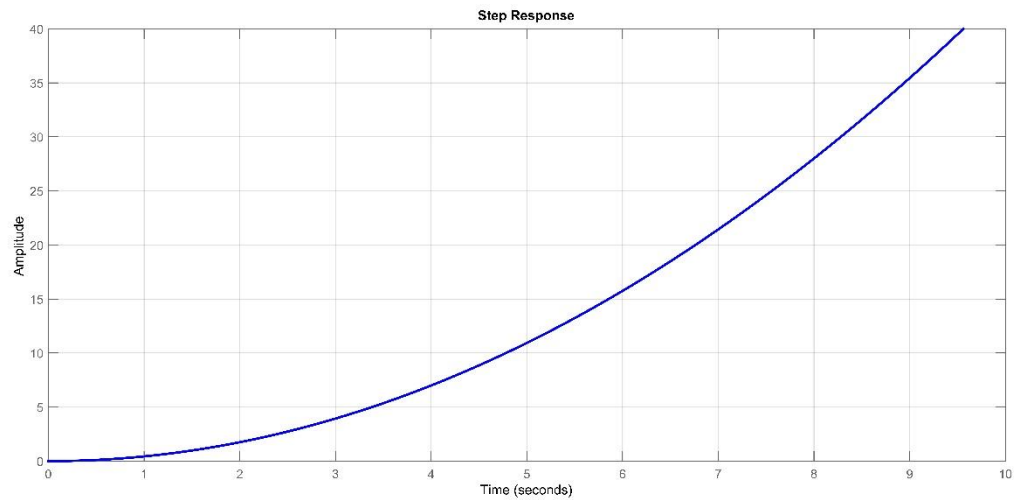


Figura 11 Sistema en lazo abierto.
Autor (2020)

4.2. Diseñar una estrategia de control PID para el sistema Bola y viga basado en el modelo matemático.

Para el diseño del control PID se utilizó la APP de Matlab PID TUNER (figura 12), en la cual se establecen los parámetros de comportamiento del sistema, este se diseñó para que tenga un sobre pico menor al 14% y un tiempo de establecimiento de 7.88 segundos. Los resultados del diseño del control PID se muestran en la figura 13, donde se puede evidenciar el valor correspondiente para las constantes proporcional (K_p), integral (K_i) y derivativa (K_d), así como el tiempo de subida, tiempo de establecimiento, sobre pico, entre otros. En la figura 14 se puede visualizar el diagrama de bloques del sistema bola y viga en Simulink.

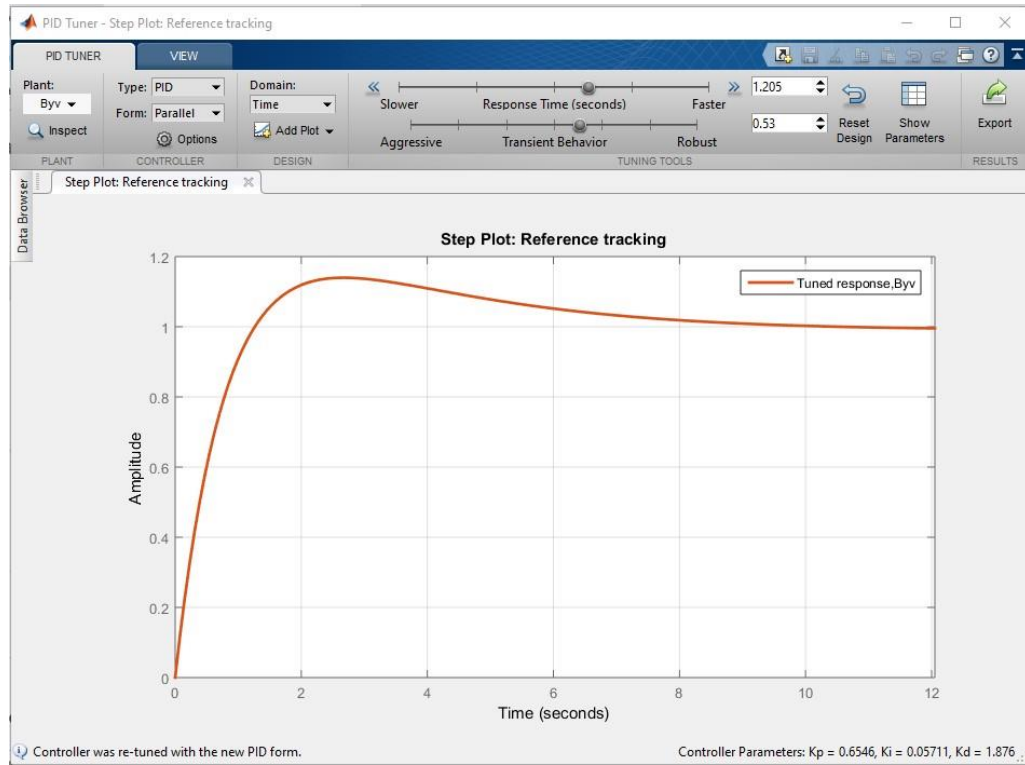


Figura 12 Diseño del controlador en APP PID TUNER.
Autor (2020)

Controller Parameters	
	Tuned
Kp	0.65465
Ki	0.057113
Kd	1.8759
Tf	

Performance and Robustness	
	Tuned
Rise time	0.917 seconds
Settling time	7.88 seconds
Overshoot	14 %
Peak	1.14
Gain margin	-25.5 dB @ 0.174 rad/s
Phase margin	78 deg @ 1.66 rad/s
Closed-loop stability	Stable

Figura 13 Reporte del diseño en la APP PID TUNER.
Autor (2020)

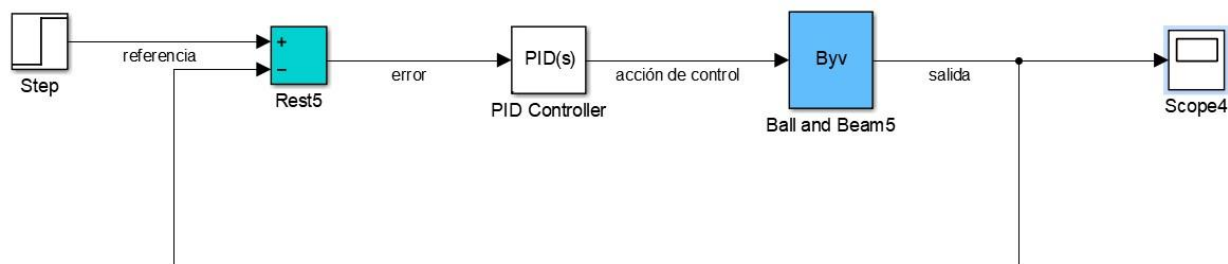


Figura 14 Diagrama de bloques sistema Bola y viga en Simulink de Matlab.
Autor (2020)

Para realizar la identificación del sistema bola y viga este se subdividirá en los siguientes aspectos:

Componentes electrónicos utilizados

Estructura y montaje del sistema bola y viga

Programación

4.2.1. Componentes electrónicos.

Para el desarrollo de la planta física del sistema bola y viga se utilizó:

Un sensor que permita determinar la posición de la bola sobre la viga

Un actuador que permita inclinar la viga de manera controlada.

Un controlador que procese los datos del sensor y genere la señal actuador

4.2.1.1. Controlador. Para la realización de este proyecto se usó una placa Arduino UNO R3 teniendo en cuenta que es una placa de desarrollo de Software y Hardware libre, su entorno de programación multiplataforma le permite ser usada en diferentes sistemas operativos y no se limita a ser programada solo con el IDE de Arduino. La placa Arduino UNO R3 cuenta con un microcontrolador Atmel AT-Mega 328P. Cuenta con un total de 13 salidas/entradas digitales de las cuales 6 de ellas pueden ser utilizadas con salidas de tipo Modulación por ancho de pulso o

PWM, 6 entradas de señal analógicas, un puerto de conexión USB, una conexión para alimentación hembra tipo Jack y un botón de Reset. Además de estos pines el Arduino cuenta con una sección de “Power” las cuales permiten tomar unas salidas de 5 y 3.3 V. El voltaje de funcionamiento de la placa Arduino UNO R3 es de 5 V, este voltaje le es suministrado a través del puerto USB, si se desea alimentar de manera externa se puede realizar a través del conector tipo Jack con un voltaje entre los 7 – 12 V, este voltaje es reducido por la placa a 5 V a través de un circuito regulador integrado el cual viene incorporado.

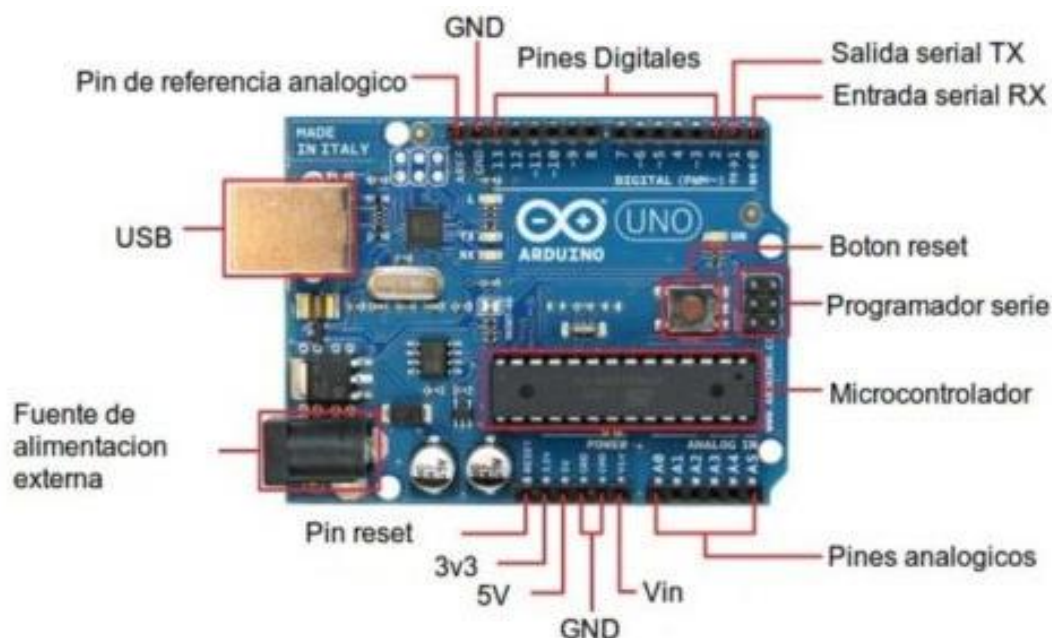


Figura 15 Partes Arduino Uno.

Obtenido. <https://www.ingmecafenix.com/electronica/arduino/>

4.2.1.2. Sensor. Para realizar la medición de la distancia a la cual se encuentra la bola sobre la viga se utilizó un sensor infrarrojo Sharp 2Y0A21 (figura 16), el cual realiza la medición basado en la emisión de rayos infrarrojos directos sobre un objeto, el cual refleja los rayos y son

recibidos por un receptor, con este proceso se obtiene una salida de voltaje como señal analógica según la distancia a la que se encuentre el objeto.



Figura 16 Sensor Sharp 2Y0A21.

Obtenido <http://msrobotics.net/index.php/laboratorio-ard/131-sensor-sharp-2y0a21-2y0a02y-con-arduino>

Tabla 1 Características técnicas Sensor Sharp 2Y0A21.

Voltaje de trabajo	4.5 – 5 V
Corriente de trabajo	30 mA
Rango distancia de medición	10 a 80 cm
Dimensiones	29.5*13*13.5 mm
Masa	3.6 gr aproximadamente
Temperatura de operación	-10 a +60 °C

Autor (2020)

Este sensor cuenta con tres terminales (figura 17) de diferentes colores que se conectaron de la siguiente manera:

Rojo: 5 VDC

Negro: GND

Amarillo: Voltaje analógico - Salida

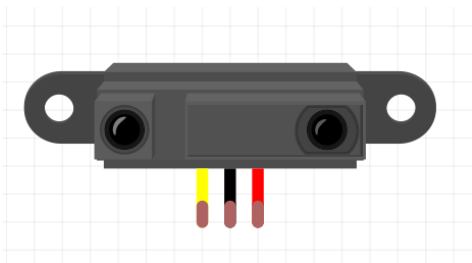


Figura 17 Conexiones sensor Sharp 2Y0A21.
Autor (2020)

El comportamiento de la salida del sensor se registra en la hoja de datos del fabricante descrito con la gráfica de la figura 18, donde se evidencia que es de forma exponencial negativa a partir del rango mínimo de medición.

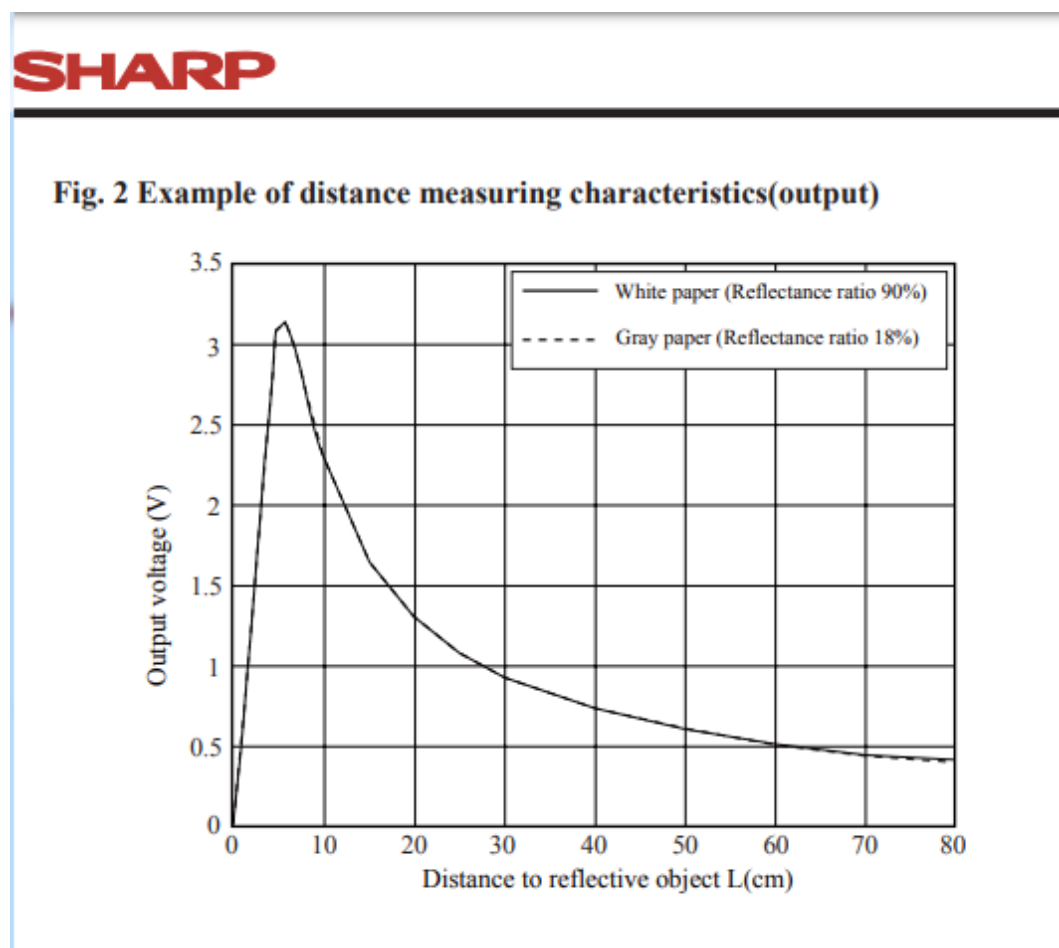


Figura 18 Grafica Salida vs Medida hoja de datos del sensor.
Obtenido https://www.naylampmechatronics.com/blog/55_tutorial-sensor-de-distancia-sharp.html

4.2.1.3 Actuador. El actuador que se empleó para el movimiento de la viga es un servomotor HITECH HS – 485 HB (figura 19), que está unido a través de un mecanismo biela – manivela. El servomotor consiste en un motor de corriente directa con un juego de engranajes los cuales disminuyen su velocidad y aumentan el par de torsión, tienen incorporado además un sistema de control y unos topes los cuales permiten establecer una posición del eje de manera precisa. De esta manera el eje no gira de manera libre, sino que sus movimientos están limitados a determinados ángulos, indicados por medio de una señal de control. Es por esto que se seleccionó el servomotor como actuador, ya que tiene la capacidad de mover el mecanismo y se le puede ordenar que gire una cantidad de grados específica, teniendo en cuenta que los servomotores tienen un límite en su giro en el rango de 0° a 180° .



Figura 19 Servomotor Hitec HS-485HB

Obtenido <https://www.ptrobotics.com/servomotor/4248-hitec-hs-485hb-servo-motor.html>

Tabla 2 Características técnicas Servomotor Hitech HS-485HB.

Voltaje de trabajo	4.8 – 6 V
Torque	4.8 V -- 4,82 kg-cm 6 V -- 5,98 Kg-cm
Velocidad	4.8 V -- 0,22 seg/60° 6 V -- 0,18 seg/60°
Peso	45.1 gr
Dimensiones	39.88 x 19.81 x 37.85 mm
Rango de rotación	180°
Tipo de engranaje	Plástico
Consumo de corriente de funcionamiento sin carga	200 mA
Consumo de corriente de bloqueo	1200 mA

Autor (2020)

El servomotor consta de tres terminales de conexión (figura 20) que se pueden distinguir por sus colores de la siguiente manera:

Rojo: Para realizar la conexión a la alimentación eléctrica. Este cable se conecta a una fuente de alimentación que pueda proporcionar 5 VDC y al menos 1 Amp.

Negro: Este permite realizar la conexión a tierra.

Amarillo: Este pin permite realizar la conexión entre el servo y el microcontrolador y transmitirá los pulsos eléctricos que indicaran la posición del eje del servomotor.



Figura 20 Conexiones servomotor.
Autor (2020)

El cambio de posición del eje del servomotor se puede obtener al ingresar una señal PWM (modulación por ancho de pulso) al controlador, durante un lapso de tiempo como se muestra en la figura 21.

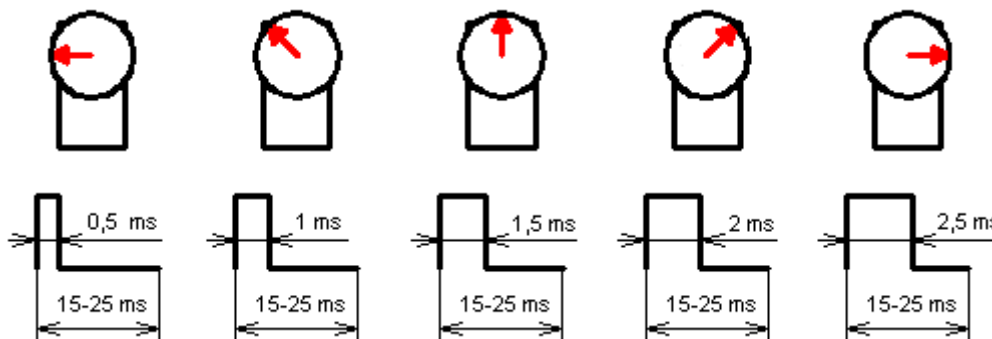


Figura 21 Ancho de pulsos para cambiar de posición el eje del servomotor (180°, 135°, 90°, 45° y 0°)

Obtenido <http://panamahitek.com/que-es-y-como-funciona-un-servomotor/>

4.2.2. Estructura y montaje del sistema bola y viga. Para el desarrollo de la planta física del sistema bola y viga se realizó un diseño previo (figura 22) en el software SolidWorks, en el cual se establecieron dimensiones y selección de materiales de las piezas que conforman el sistema.

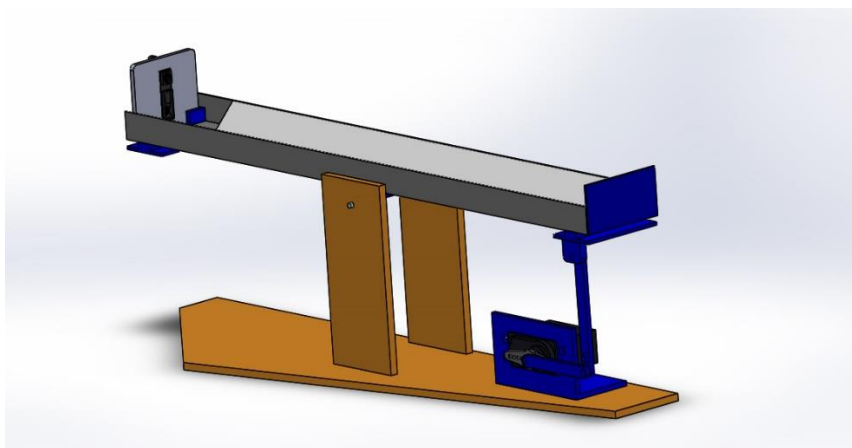


Figura 22 Sistema bola y viga.
Autor (2020)

4.2.2.1. Impresión 3d. Para la realización de las piezas necesarias en el sistema bola y viga se usó el método de deposición por extrusión o fabricación por filamento fundido, siendo este método el más común, económico y sencillo de usar. Consiste en el suministro de material con un diámetro de 1.75 mm a través de una bobina enrollada hacia una boquilla de extrusión que puede iniciar o detener el flujo de filamento fundido. El material usado es ABS (Acrílico butadieno estireno), un polímero con propiedades termoplásticas, usando una temperatura de fundición de 220° C.

Por el método de impresión 3D se desarrollaron las piezas base del servomotor, soporte del sensor, uniones de la viga, topes para la bola, biela, manivela y la unión entre la viga y la manivela, el proceso de impresión se realiza siguiendo los pasos que se muestran en la figura 23.

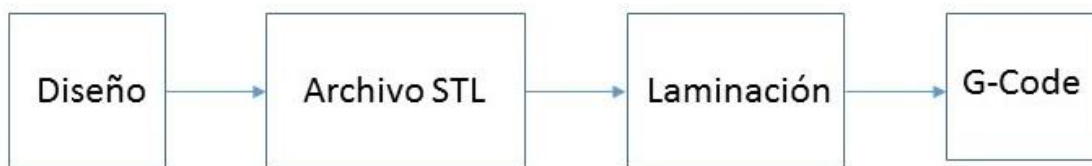


Figura 23 Proceso impresión 3D.
Autor (2020)

4.2.2.1.1. Diseño. El diseño de las piezas para el sistema Bola y viga (figura 24) se realizó con el software Solidworks, programa de diseño asistido por computador (CAD). Las piezas se diseñan teniendo en cuenta que la impresora 3D tiene algunas limitaciones para realizar los objetos como son:

La pieza debe tener un contorno cerrado

El área máxima de impresión es de 20*20*20 cm

Para piezas que deban encajar se deben tener en cuenta tolerancias, esto debido a que, aunque en el software CAD las piezas encajen correctamente, las piezas impresas podrían tener dificultades ya que el material tiende a tener una leve dilatación al momento de enfriarse de igual manera se debe tener presente que el diámetro de la boquilla permite la salida de material es de 0,2mm.

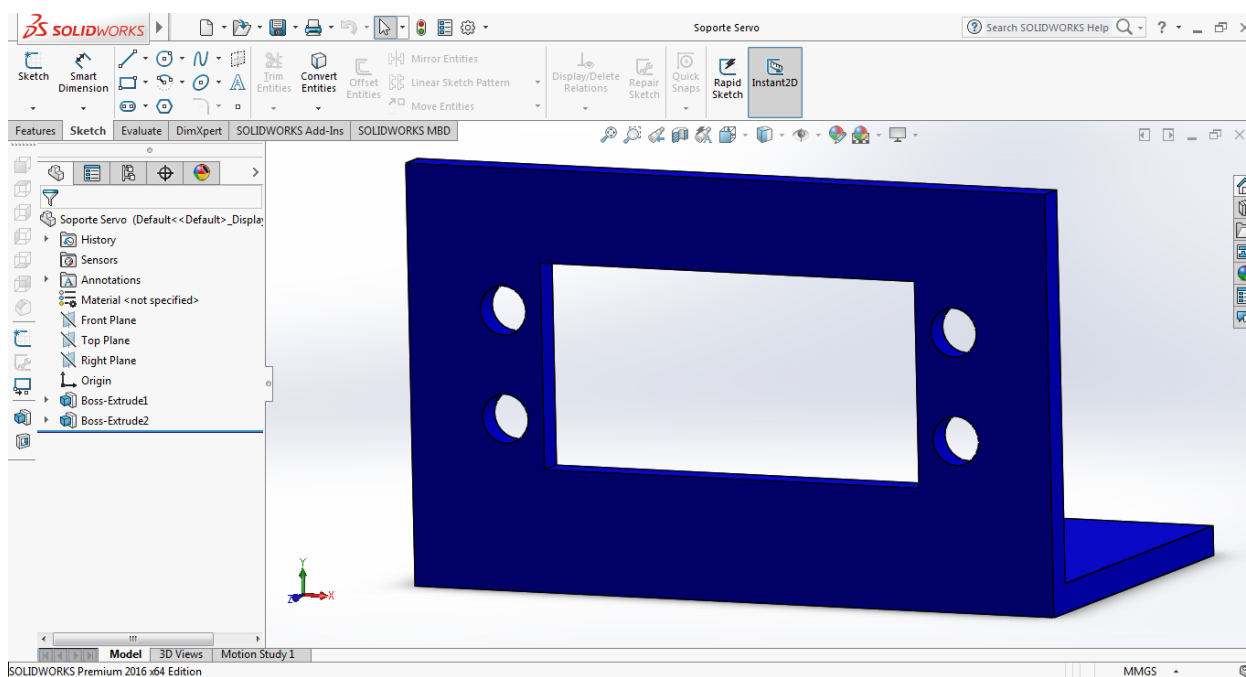


Figura 24 Diseño piezas en Solidworks.
Autor (2020)

4.2.2.1.2. *Generación archivo STL.* La extensión para los archivos compatible para el reconocimiento de las piezas por el software de la impresora 3D es “. STL”, por esto una vez diseñada la pieza el software CAD deben se guardados con esta extensión. Este tipo de archivos define una geometría de los objetos 3D sin tener en cuenta información como color, texturas o propiedades físicas. Este es el formato usado en las impresoras con tecnología de fabricación por filamento fundido, consiste en generar un enmallado de triángulos cerrados para definir la forma

del objeto (figura 25), entre más pequeños sean los triángulos, mayor será la resolución del objeto final.

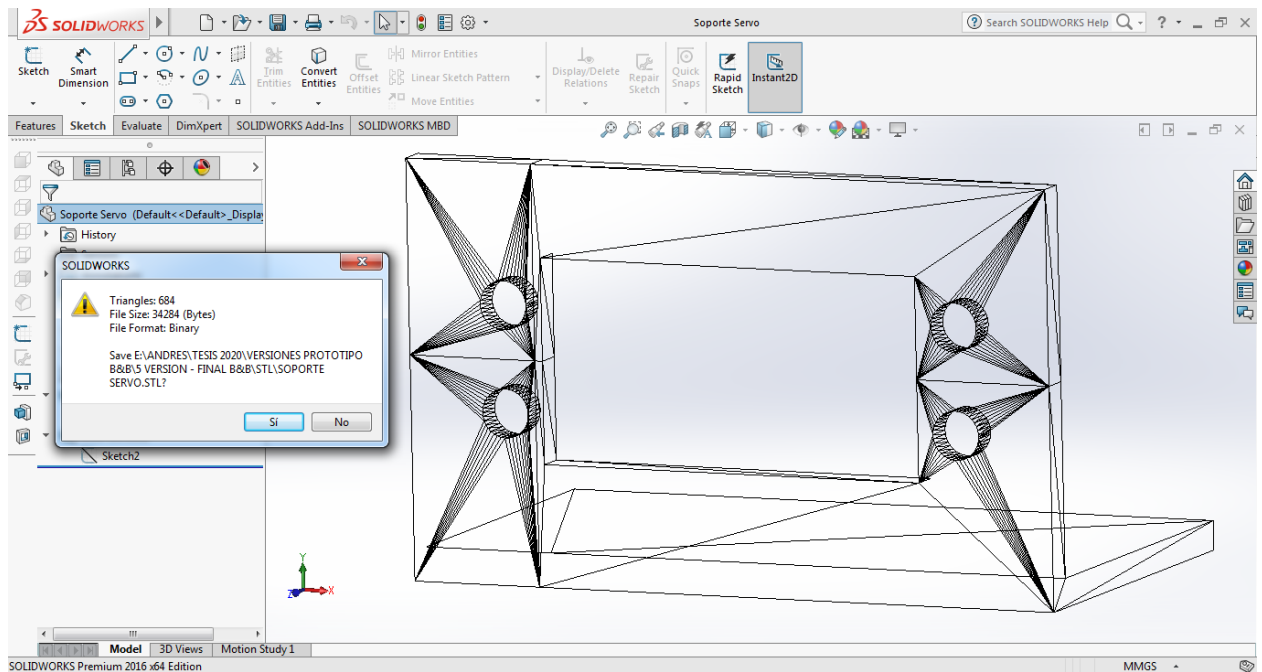


Figura 25 Archivo STL.
Autor (2020)

4.2.2.1.3. *Software de laminado.* Para realizar el laminado de los archivos “.STL” se usa el software Repetier Host (figura26). Este programa realiza una descomposición de la pieza en capas alineadas. Con la imagen generada de esta descomposición se genera la ruta que debe seguir el cabezal de la impresora 3D depositando el material fundido en el lugar correspondiente para ir dando forma a la pieza.

Este programa de laminado permite asignar características que reflejan la calidad de la impresión como permitir configurar la velocidad a la cual se moverá el cabezal de impresión y la extrusión de material, cuanto retraer el material y la velocidad para cambiar de posición en trayecto donde no debe imprimir, modificar el valor de la altura de capa de impresión, entre más pequeña mejor definición tendrá, ubicar la pieza de la mejor manera, se procura colocar la pieza

en la dirección en la cual quede de forma estable y sobre una cara plana, elegir el porcentaje de relleno que se quiere para la pieza posea (densidad). Permitiendo piezas totalmente macizas hasta piezas huecas.

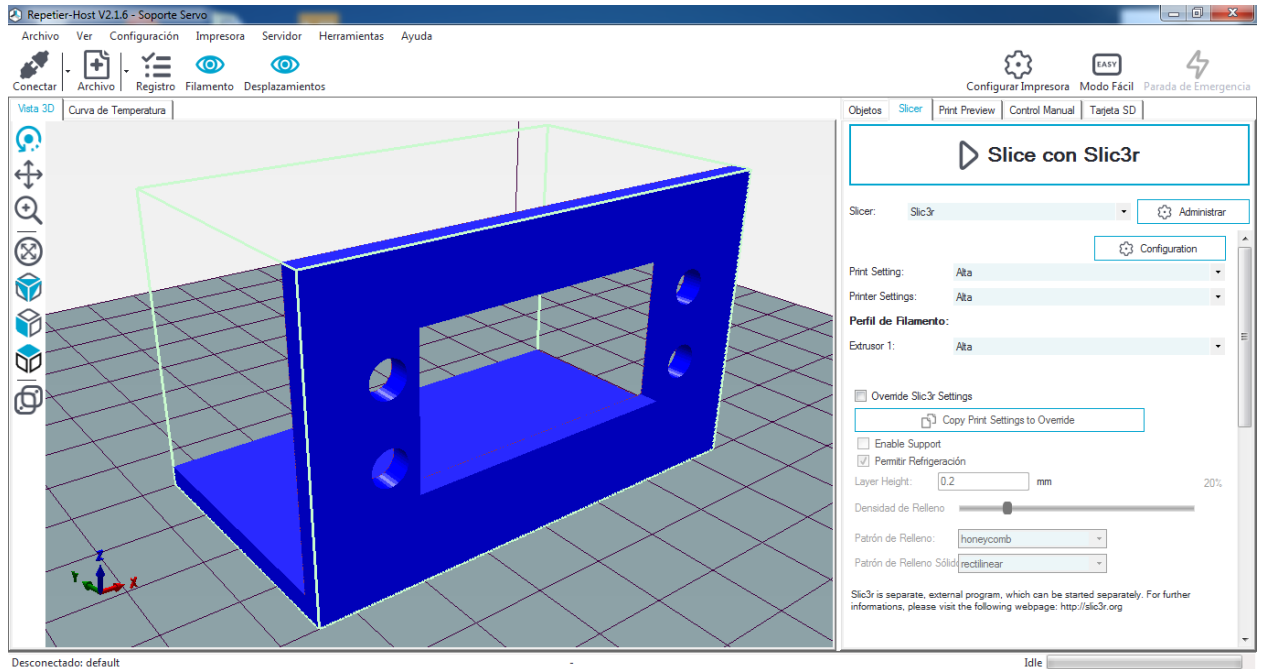


Figura 26 Software de laminado – Repetier Host. Autor (2020)

4.2.2.1.4. *Generación G-Code*. Después de haber seleccionado las diferentes características del laminado de la pieza se genera un fichero con el “G-Code” (figura 27). Este tipo de archivo es el nombre que reciben el lenguaje de programación usado en las máquinas de control numérico, el cual se usa principalmente en el área de automatización.

El “G-Code” es un lenguaje a través del cual se le da indicaciones a las máquinas controladas por computador. Estas indicaciones están definidas por instrucciones sobre donde moverse, a qué velocidad y las trayectorias que deben seguir.

```

16
17 M107
18 M104 S225 ; set temperature
19 G28 ; home all axes
20 G1 Z5 F5000 ; lift nozzle
21
22 ; Filament gcode
23
24 M109 S225 ; set temperature and wait for it to be reached
25 G21 ; set units to millimeters
26 G90 ; use absolute coordinates
27 M82 ; use absolute distances for extrusion
28 G92 E0
29 G92 E0
30 G1 E-1.00000 F1800.00000
31 G92 E0
32 G1 Z0.300 F4800.000
33 G1 X60.993 Y76.181 F4800.000
34 G1 E1.00000 F1800.00000
35 G1 F1800

```

Figura 27 G-Code.
Autor (2020)

4.2.2.2. Piezas constitutivas del sistema bola y viga

4.2.2.2.1. *Base y viga.* Para la base de todo el sistema bola y viga se usó madera MDF de 5 mm de espesor, sobre esta se instaló dos secciones rectangulares de madera verticales para realizar el montaje de la viga a través de su eje (figura 28).



Figura 28 Base montaje sistema Bola y viga.
Autor (2020)

La viga consta de dos secciones de ángulo de aluminio de 17*17 mm y con un espesor de 1mm y una longitud de 40 centímetros (figura 29).

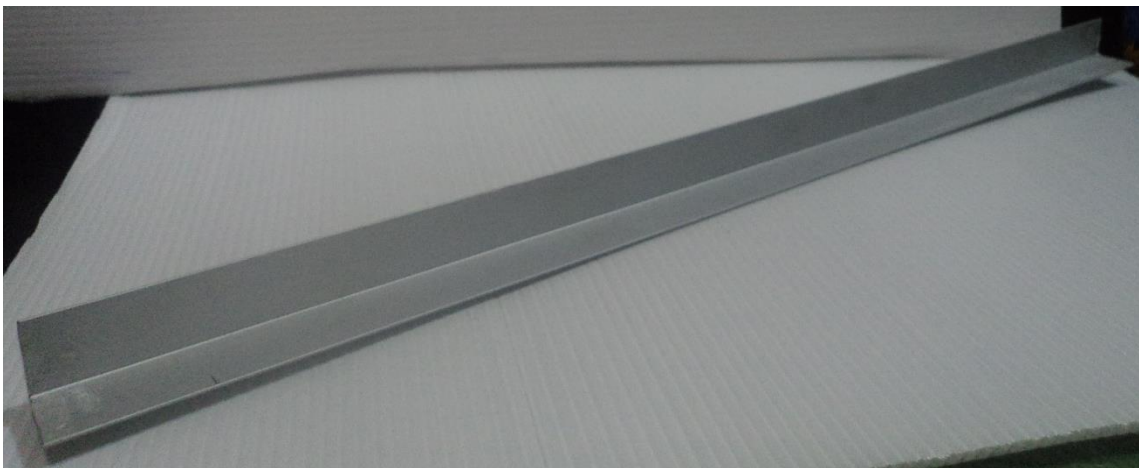


Figura 29 Viga.
Autor (2020)

El eje que permite el movimiento y apoyo de la viga sobre la estructura es una varilla de acero galvanizado de 3 milímetros de diámetro por 6 centímetros de longitud.

4.2.2.2.2. *Soporte del servomotor.* Para realizar el diseño del soporte del servomotor, se tomaron las dimensiones usando un calibrador pie de rey, con estos datos se procede a realizar el dibujo con las ranuras y perforaciones que coincidan con la forma del servomotor (figura 30). Teniendo en cuenta las limitaciones de la impresora este soporte se imprimió en dos piezas y después se unieron manteniendo entre ellas un ángulo recto.



Figura 30 Soporte del servomotor.
Autor (2020)

4.2.2.2.3. *Base del sensor.* La base que sostiene el sensor Sharp 2Y0A21, consiste en un rectángulo con una ranura en la cual se ubica el sensor de manera vertical, con un espesor de 3mm y chaflanes en las esquinas (figura 31). Para sostener esa base se realizaron dos soportes en forma de “C” que se ubicaron fijos en un extremo de la viga y que permitirá retirar de manera fácil la base del sensor.



Figura 31 Soporte del sensor.
Autor (2020)

4.2.2.2.4. Topes y soportes de viga. Para limitar el movimiento de la bola sobre la viga se instaló una pieza rectangular en el extremo de la viga contrario a la ubicación del sensor, para evitar que la bola salga de la superficie de los rieles. Teniendo en cuenta que el sensor tiene un rango de medición de 10 a 80 cm, se ubicó unos topes entre la bola y el sensor para conservar la distancia mínima requerida a la cual la lectura es fiable (figura 32).



Figura 32 Topes.
Autor (2020)

Para realizar la unión de los rieles de la viga se diseñó unas piezas rectangulares con dos bloques sobresalientes (figura 33) que evitaran que la bola tenga contacto con los soportes mientras rueda por lo viga.



Figura 33 Soporte viga .
Autor (2020)

4.2.2.2.5. Bola. Por último, la bola que recorrerá la viga y de la cual sabremos su posición en todo momento será de ESPUMA (poliuretano), la cual tiene una masa de 150 gr y 6 centímetros de diámetro. Para evitar que rayos de luz se reflejen en ella y esto afecte la medición del sensor se le aplicó vinilo negro en su superficie, de esta manera se obtuvo una apariencia opaca.

4.2.2.3. Construcción y ensamble. Con todos los elementos necesarios para realizar la estructura del sistema bola y viga se inicia el ensamble:

4.2.2.3.1. Montaje de la viga. Para realizar el ensamble y unión de la viga se toman 3 soportes de viga impresos y manteniendo una separación de 55 milímetros se unieron aplicando pegamento instantáneo. En la parte superior de la viga en uno de los extremos se ubicaron y pegaron los soportes tipo “C” que sostienen la base del sensor. En el extremo contrario a la ubicación del sensor por la parte inferior de la viga se instaló una junta que permite la unión de

manivela para la transmisión del movimiento, en ese mismo extremo se instala el tope de forma rectangular que evitara que la bola salga de la viga cuando esta se incline. A una distancia de 10 centímetros del sensor se ubican los topes que limitan el movimiento de la bola hacia el sensor.

4.2.2.3.2. Instalación del sensor. El sensor se asegura usando los orificios que tiene la estructura a su base por medio de tornillos. Después se instala en los soportes tipo “C” ubicándolo en la viga de forma vertical ubicando el emisor en la parte superior (figura 34), con esto se busca que el rayo infrarrojo tenga contacto con el punto más cercano al centro de la bola posible.

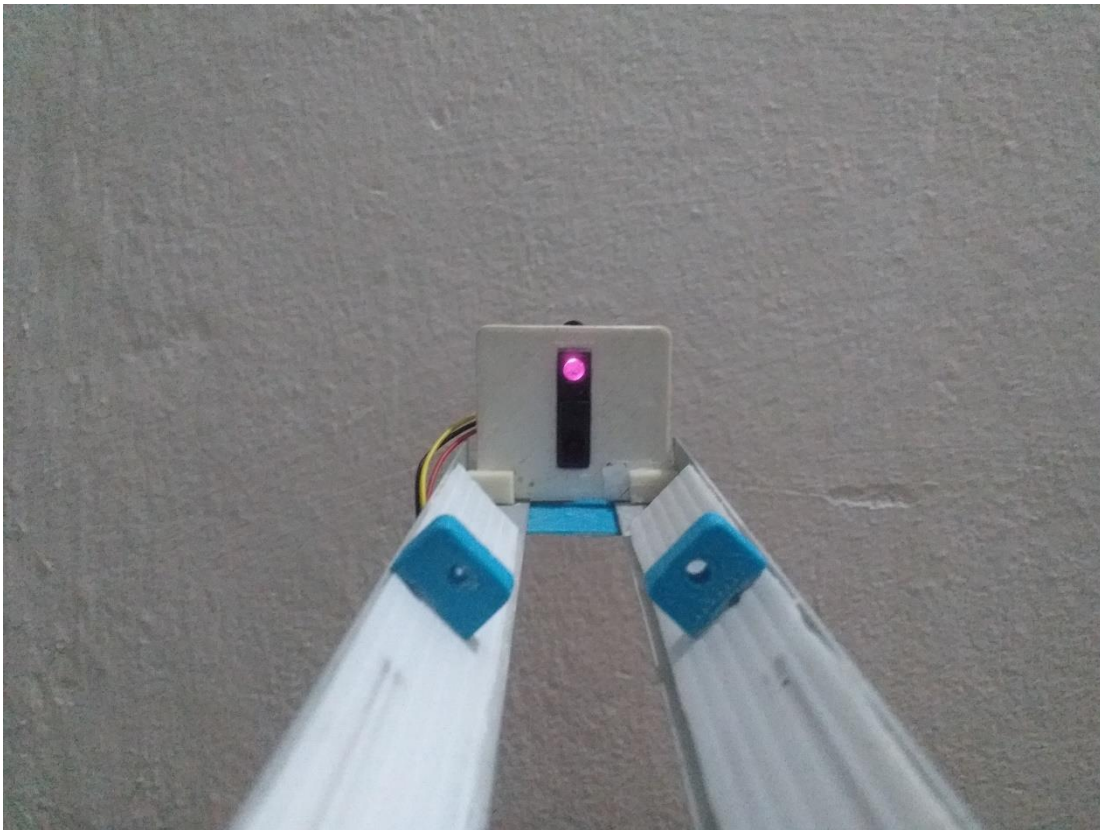


Figura 34 Instalación sensor en el soporte.
Autor (2020)

4.2.2.3.3. *Eje de la viga.* En las columnas de la base se realizan unas perforaciones de 1/8 de pulgada (permitiendo una tolerancia), para introducir el eje que permite dar soporte a la viga (figura 35).

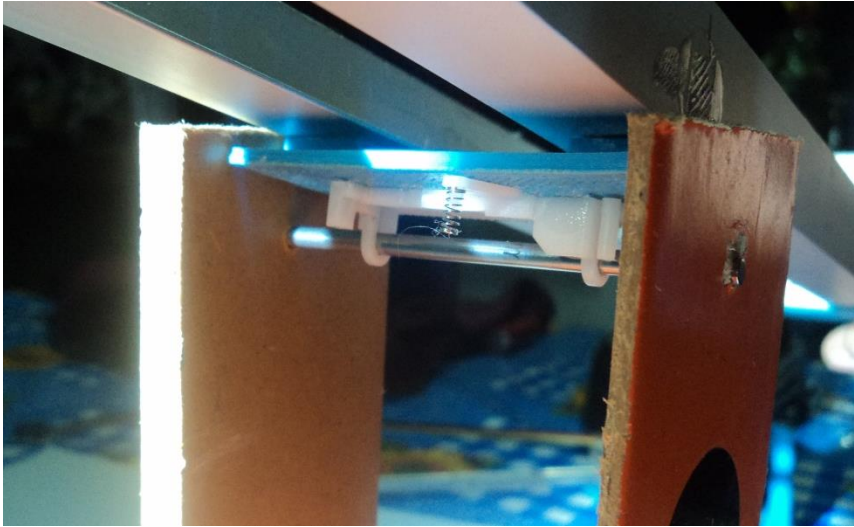


Figura 35 Eje de la viga.
Autor (2020)

4.2.2.3.4. *Ubicación mecanismo biela – manivela y servomotor.* Como se planteó en el modelo matemático el mecanismo biela – manivela deben formar un ángulo de 90° . Usando el Arduino como controlador y sin ajustar el servomotor al soporte se ubica el eje a la posición de 90° , esta será la posición central (el giro completo del servomotor es de $0 - 180^\circ$), con esto se asegura el mismo recorrido en los dos sentidos.

Se encaja el conjunto formado por la biela con la hélice al eje del servo, y se asegura usando un tornillo que suministra el fabricante del servo. Se une la biela por un lado a la junta ubicada en el extremo de la viga y por el otro se une a la manivela, las dos uniones se realizan usando tornillos M3 (figura 36), estas deben permitir que giren libre sin que exista mayor rozamiento. Finalmente se asegura el servo al soporte y se alinea con la viga para asegurar a la base.

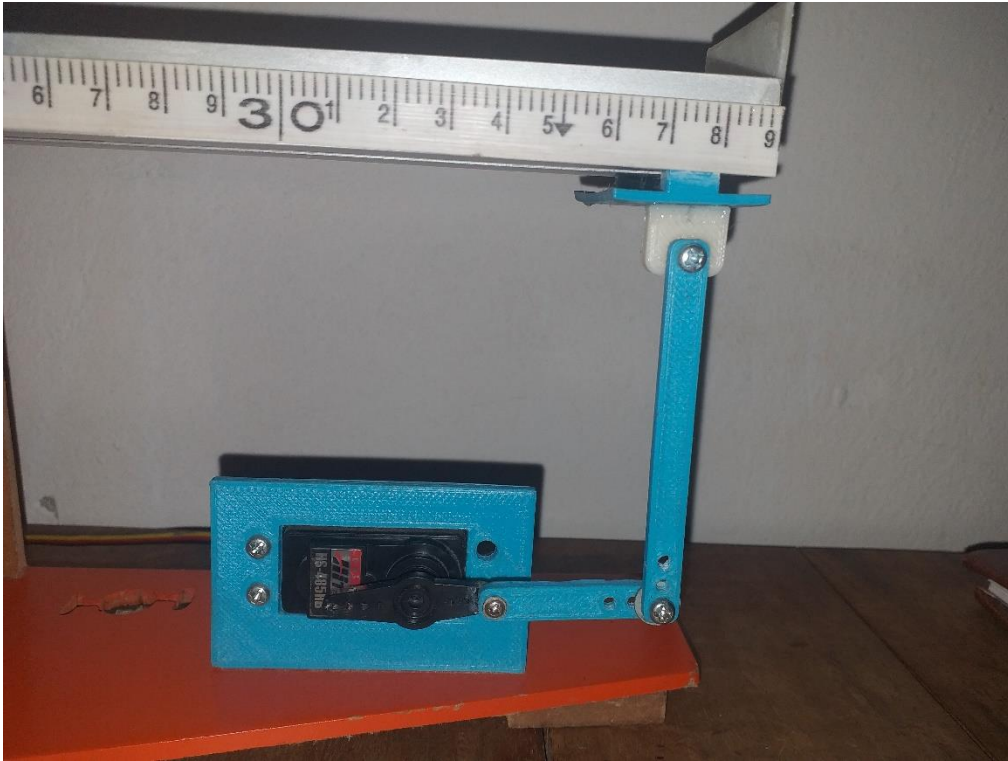


Figura 36 Instalación sensor y mecanismo biela-manivela.
Autor (2020)

4.2.2.3.5. Conexión circuito electrónico. Utilizando cables de conexión tipo macho – macho se realiza la conexión a los terminales del sensor y el servomotor con el Arduino, de igual manera la conexión de la fuente externa para la alimentación de potencia del servomotor como se muestra en la figura 37.

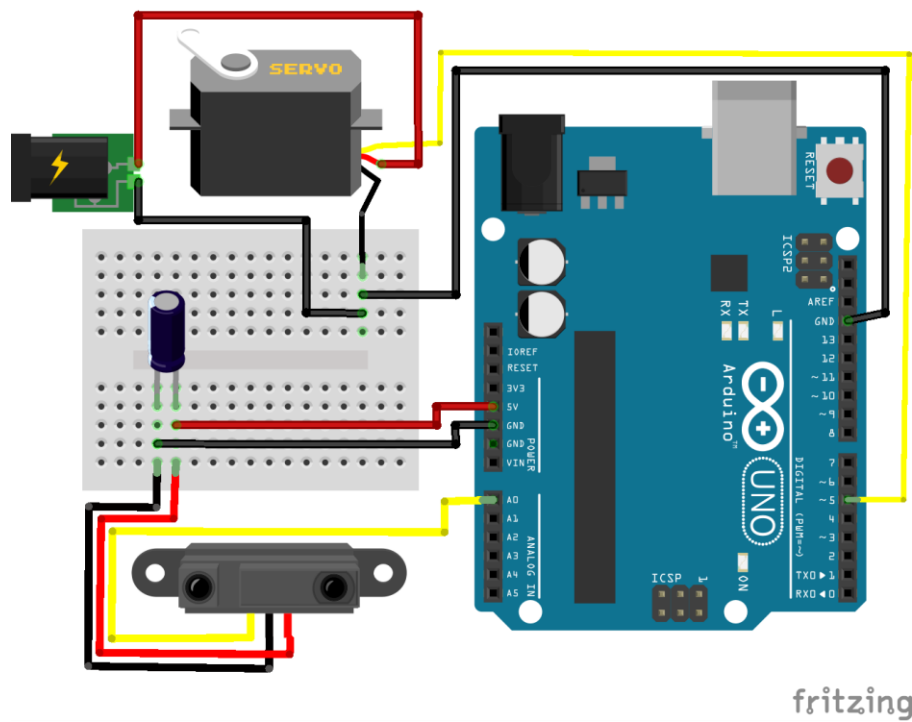


Figura 37 Conexión circuito electrónico.
Autor (2020)

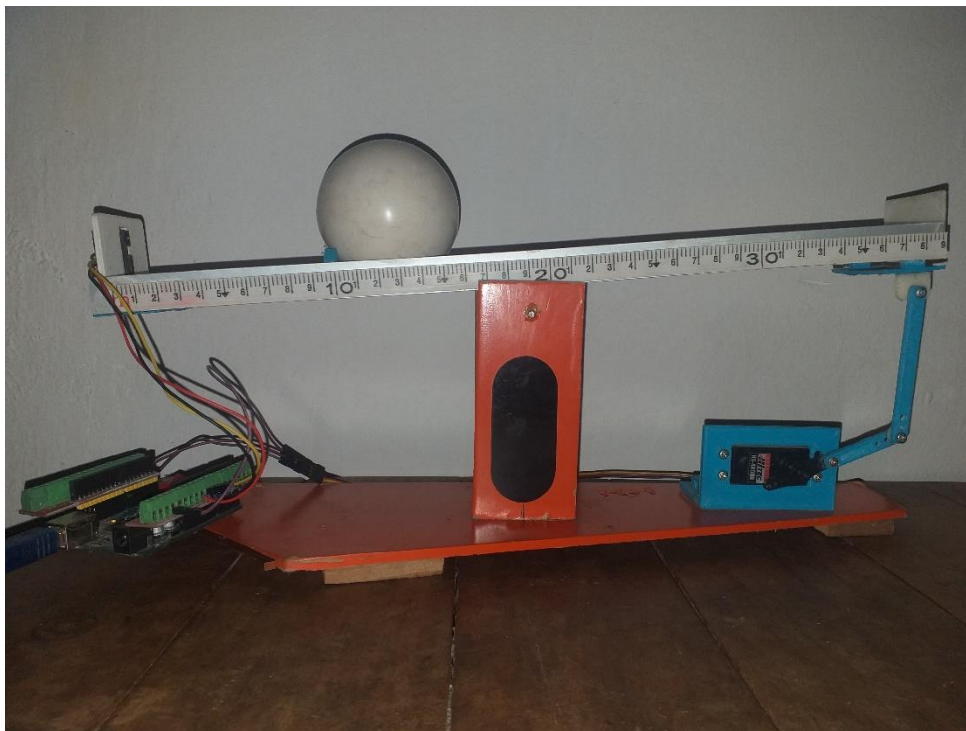


Figura 38 Sistema Bola y viga.
Autor (2020)

4.2.3. Programación. La programación que controla el sistema bola y viga será realizado a través del software Labview, de National Instruments. El cual consiste en un lenguaje de programación visual gráfico que permite desarrollar y diseñar sistemas de software vinculando Hardware para realizar pruebas, controles o simulaciones, los programas creados por medio de Labview se denominan Instrumentos Virtuales o VI's.

El lenguaje de programación visual gráfico hace referencia a que la programación no se realiza con líneas de código escrito, sino que se dibujan, Labview tiene prediseñados bloques que permiten realizar la programación de una manera más ágil y de fácil entendimiento. Un VI consta de un panel frontal que es la ventana la cual será visible para el usuario final y un diagrama de bloques que es donde se realiza toda la programación de los elementos que componen el sistema.

Para realizar un sistema usando la comunicación entre Arduino y Labview se pueden usar el paquete de Arduino (Lifa Base) o la herramienta de Makerhub por medio del paquete LINX. Para hacer uso de cualquiera de estas herramientas es necesario hacer una instalación en el Arduino de un Firmware que permite la comunicación entre Labview y Arduino.

Para realizar el VI para controlar el sistema bola y viga se usó el paquete de LINX, en este se puede instalar el Firmware directamente desde Labview, a diferencia del paquete de Arduino que se debe realizar desde el IDE de Arduino.

El paquete de LINX se instala desde VI Package Manager (figura 39), el cual es un Software que permite buscar e instalar los complementos de Labview.

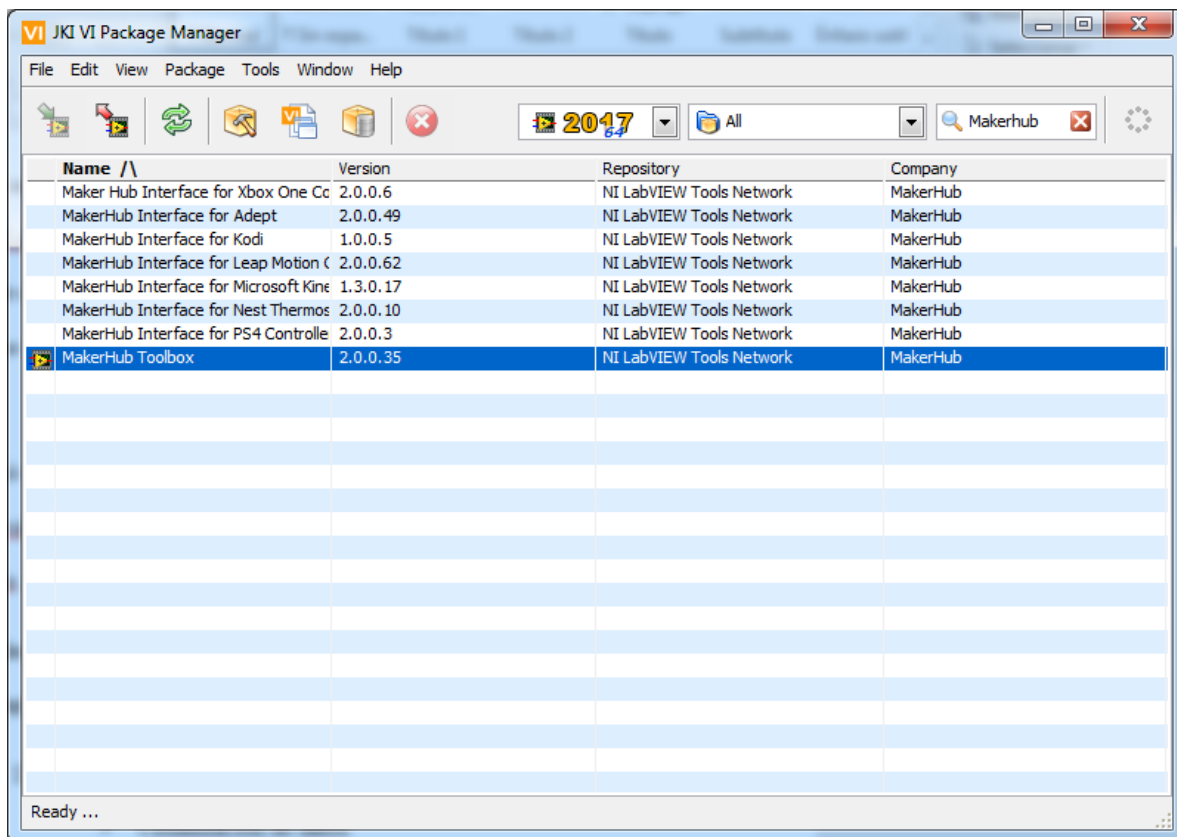


Figura 39 Instalación paquete LINX. .
Autor (2020)

Luego desde la ventana principal de Labview y conectado el Arduino por USB al computador se realiza la instalación del Firmware como se muestra en la figura 40.



Figura 40 Proceso instalación Firmware LINX en el Arduino.
Autor (2020)

4.2.3.1. Diagrama de bloques.

4.2.3.1.1. *Programación Sensor.* El sensor Sharp 2Y0A21 genera como salida una señal analógica con la que se calcula la distancia a la cual se encuentra la bola, esta señal será leída por el programa a través de una entrada analógica del Arduino.

Se usó el bloque “Analog Read” con el cual se realizó la lectura del puerto Analógico “0” donde se encuentra conectado el sensor y con esto se obtiene un valor de voltaje en el rango de 0 a 5 Voltios.

La operación que permite pasar el voltaje medido a distancia se escribió en una “Formula Node”, la cual permite realizar procesos matemáticos y solución de ecuaciones indicándole los datos de entrada y el tipo de dato, como respuesta se obtiene el valor de la operación deseada. Para obtener la ecuación con la que se calculara la distancia se realizó mediciones fijas a distancias de 10 y 30 centímetros, obteniendo de esta manera los valores analógicos correspondientes de 2.3 y 0.9 voltios. En la hoja de datos del sensor describe el comportamiento de la gráfica como exponencial, siendo la forma de la ecuación de la siguiente manera:

$$d = a * x^b$$

Donde:

d: distancia medida

x: el valor del voltaje analógico leído

a y b: las constantes de la ecuación

Se utilizaron los puntos (2.3, 10) y (0.9,30), donde el primer término es el voltaje leído (x) y el segundo la distancia (d).

$$d = a * x^b$$

$$10 = a * (2.3)^b$$

$$a = \frac{10}{(2.3)^b}$$

$$d = a * x^b$$

$$30 = a * (0.9)^b$$

Se reemplaza la ecuación 1 en la ecuación 2 obteniendo:

$$30 = a * (0.9)^b$$

$$30 = \frac{10}{(2.3)^b} * (0.9)^b$$

Se resuelve para obtener el valor de $b = -1.17089$, y este valor se reemplaza en 1 para obtener el valor de a:

$$a = \frac{10}{(2.3)^b}$$

$$a = \frac{10}{(2.3)^{-1.17089}}$$

$$a = 26,518$$

Siendo la ecuación aproximada:

$$d = 26.518 * x^{-1.17089}$$

Para ingresar la ecuación en la Formula Node (figura 41) se reescribe de la siguiente manera:

$$d = \frac{26.518}{x^{1.17089}}$$

$$d = \frac{\sqrt[1.17089]{26.518}}{x^{1.17089}}$$

$$d = \frac{16.4388^{1.17089}}{x^{1.17089}}$$

$$d = \left(\frac{16.4388}{x} \right)^{1.17089}$$

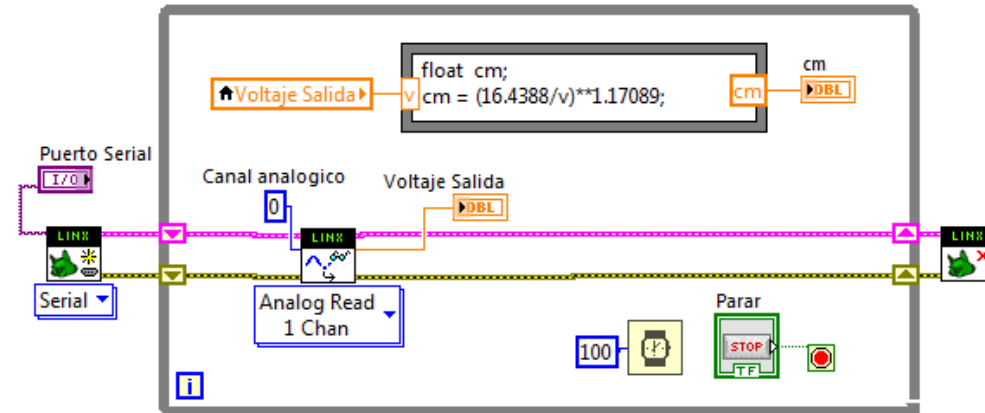


Figura 41 Programación sensor infrarrojo.
Autor (2020)

4.2.3.1.2. *Programación del Servomotor.* Para iniciar la comunicación con el servomotor se utilizó el bloque “Servo open” que permite seleccionar el canal digital del Arduino donde se tiene conectado la salida de señal del servomotor.

El cambio de la posición del eje del servomotor se genera un pulso con una duración en microsegundos (μs), utilizando un rango desde 500 a 2500. Para esto se utilizó el bloque “Servo set pulse width” que permite ingresar el canal donde esté conectado el servo y el valor del ancho del pulso.

Finalmente se utiliza el bloque “Servo close” el cual permite terminar la comunicación con el servomotor, seleccionando el pin digital donde se encuentra conectado. Ver figura 42.

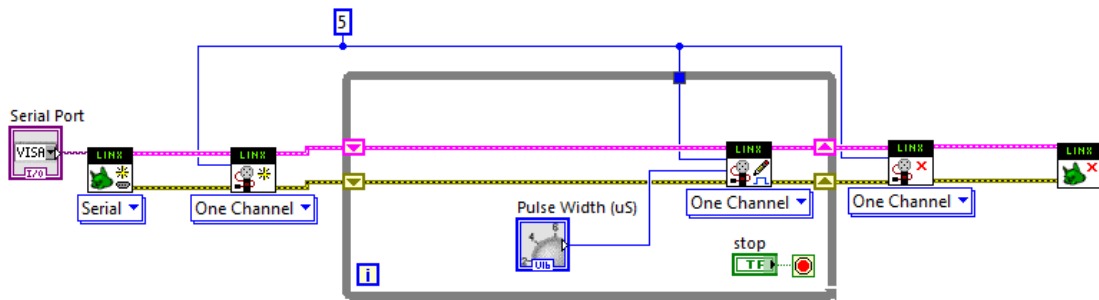


Figura 42 Programación del servomotor.
Autor (2020)

4.2.3.1.3. *Programación PID*. El valor que se desea alcanzar con la bola lo recibe el controlador a través de un dato externo. Este dato se denomina Set point o Referencia, debe ser del mismo tipo de dato y en el mismo rango que el valor que nos proporciona el sensor. El programa que controla el sistema calcula la diferencia entre el valor de la lectura tomada por el sensor con el de referencia, el resultado de esta operación se toma con el dato de error (e).

El valor de la señal de error es utilizado para calcular la acción de control PID y la señal de salida del sistema.

Control proporcional: La acción de control proporcional (k_p) genera una salida del controlador proporcional al error:

$$u(t) = K_p * e(t)$$

Control integral: La acción del control integral (K_i) genera una salida del controlador correspondiente al error acumulado del sistema, lo que lleva que tenga un modo de controlar lento:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

El control integral permite eliminar el error en régimen permanente.

Control derivativo: La acción de control derivativa (Kd), genera una salida del controlador que es proporcional a la diferencia del error entre el ciclo actual y el anterior:

$$u(t) = Kd \frac{de(t)}{dt}$$

Siendo:

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{\text{error Actual} - \text{error Anterior}}{\text{tiempo Muestreo}}$$

El control derivativo proporciona cierta anticipación sobre la respuesta del sistema, lo que hace más rápida la acción de control, aunque tiene como desventaja que amplifica las señales de ruido y esto puede provocar que se sature el actuador.

Se utilizó el bloque “PID” (figura 43) que permite calcular las ganancias del controlador.

Como datos de entrada se debe indicar:

Referencia: Valor de la posición en centímetros que se desea alcanzar con la bola.

Variable del proceso: Valor leído por el sensor en el cual se encuentra ubicada la bola.

Ganancia PID: Permite ingresar el valor de las variables para cada uno de los componentes del controlador PID.

Rango de salida: Define el rango en el cual se moverá el eje del servomotor, este valor está dado en microsegundos, es utilizado por el controlador para poner los límites en los cuales se calcula la salida del proceso.

El dato de salida es la acción de control que se le enviara al actuador.

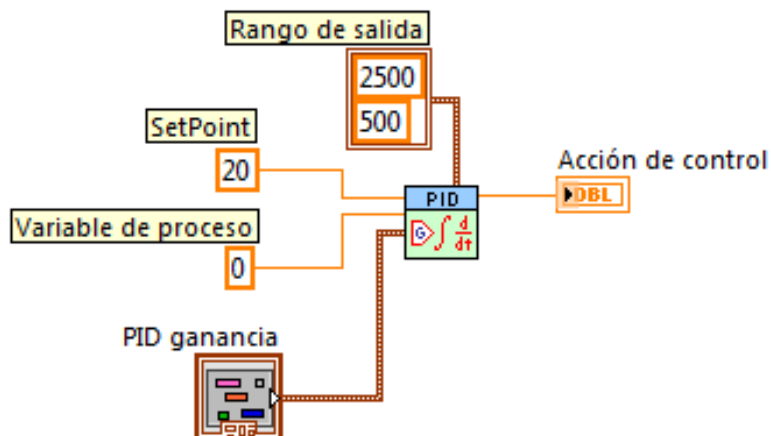


Figura 43 Diagrama de bloques programación control PID.
Autor (2020)

En el diagrama de bloques que se muestra en la figura 44 se consolidó todos los elementos que se necesitan para que funcione todo el sistema de control PID para el mecanismo bola y viga, además de esto se utilizó dos graficas que permiten visualizar el comportamiento de la Salida del sistema con respecto a la Referencia y la acción de control y la instrucción para que se concatenen las variables más importantes del sistema y sean almacenadas en un documento de Excel.

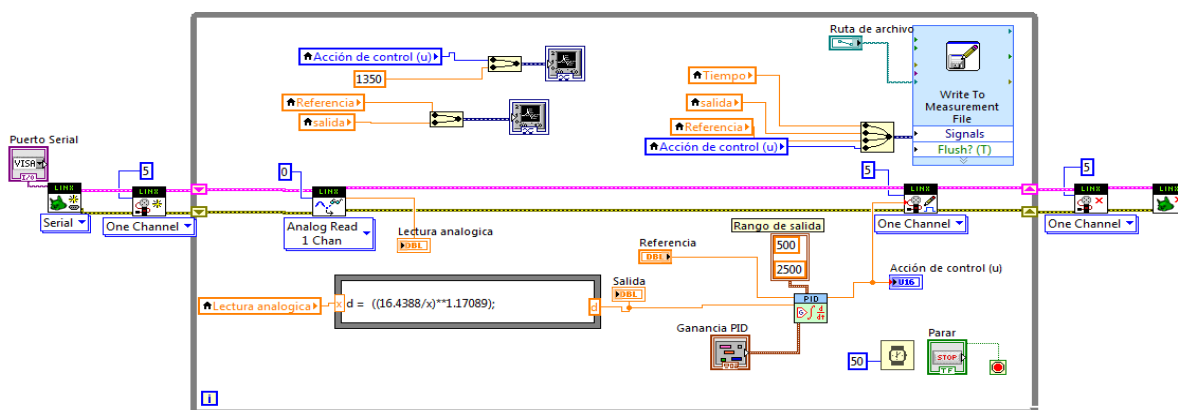


Figura 44 Diagrama de bloques control PID para el sistema Bola y viga.
Autor (2020)

4.2.3.2. Panel frontal. En el panel frontal (figura 45) se encuentran los controles para seleccionar el puerto Serial donde se encuentra conectado el Arduino, la referencia que indicará el punto al cual debe llegar a posicionarse la bola, los valores de las constantes PID que se usarán para calcular la ganancia del control PID.

También se encuentran los indicadores, que muestran la distancia medida en centímetros a la cual se encuentra la bola y el valor correspondiente a la lectura analógica, las gráficas del comportamiento de la posición de la bola con respecto a la referencia, y el valor de la salida (u) del controlador, la ruta donde se almacenarán los datos que se obtienen en la ejecución del programa en un documento de Excel (.xlsx) para su posterior análisis.

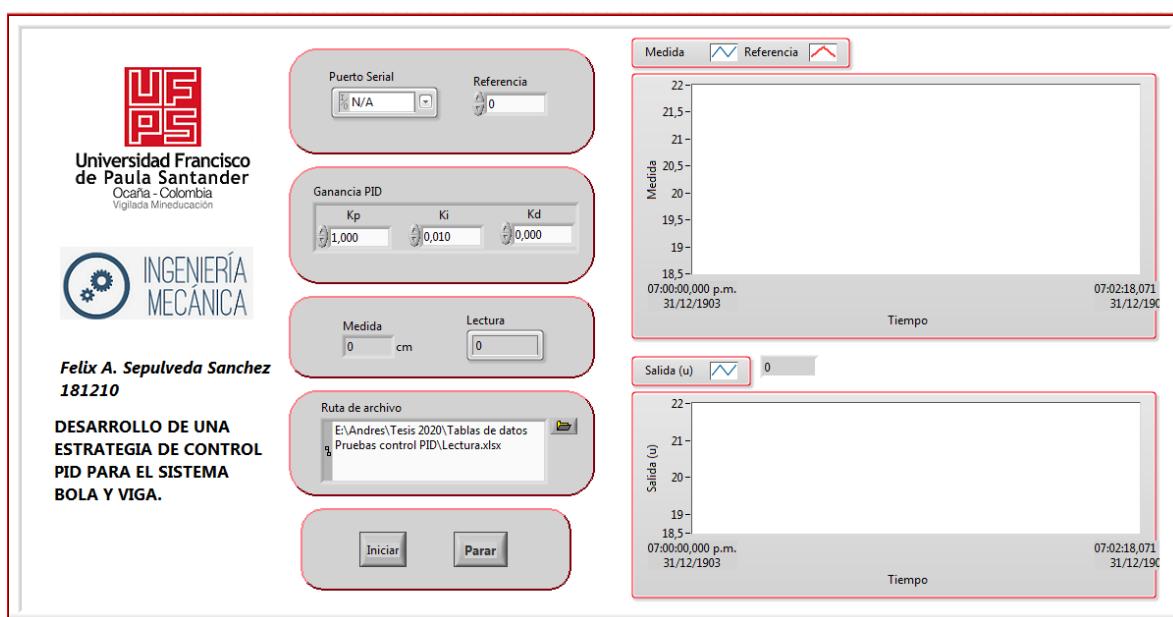


Figura 45 Panel frontal sistema bola y viga.
Autor (2020)

4.3. Implementar la estrategia de control PID en el sistema Bola y viga.

En la figura 46 se muestra los resultados del control en el sistema Bola y viga con las constantes PID obtenidas del diseño en la aplicación PID TUNER de Matlab ($K_p = 0,6546$; $K_i = 0,0571$; $K_d = 1,8759$). En dicha figura se ve claramente que el comportamiento del sistema no es estable, ya que el sobre pico y las oscilaciones en el sistema son muy altas, y no llega al nivel deseado de referencia, esto debido a que en el estudio y simulación en la aplicación no se tienen en cuenta todas las variables que afectan al sistema, tales como el modelo matemático del servomotor, fluctuaciones en los voltajes, ruido en el actuador y sensor, e imperfecciones del mecanismo. Por esta razón tomando como base las constantes calculadas se realizó ajustes manuales para encontrar el valor de estas que permita llegar al nivel de referencia deseado y estabilizar el sistema.

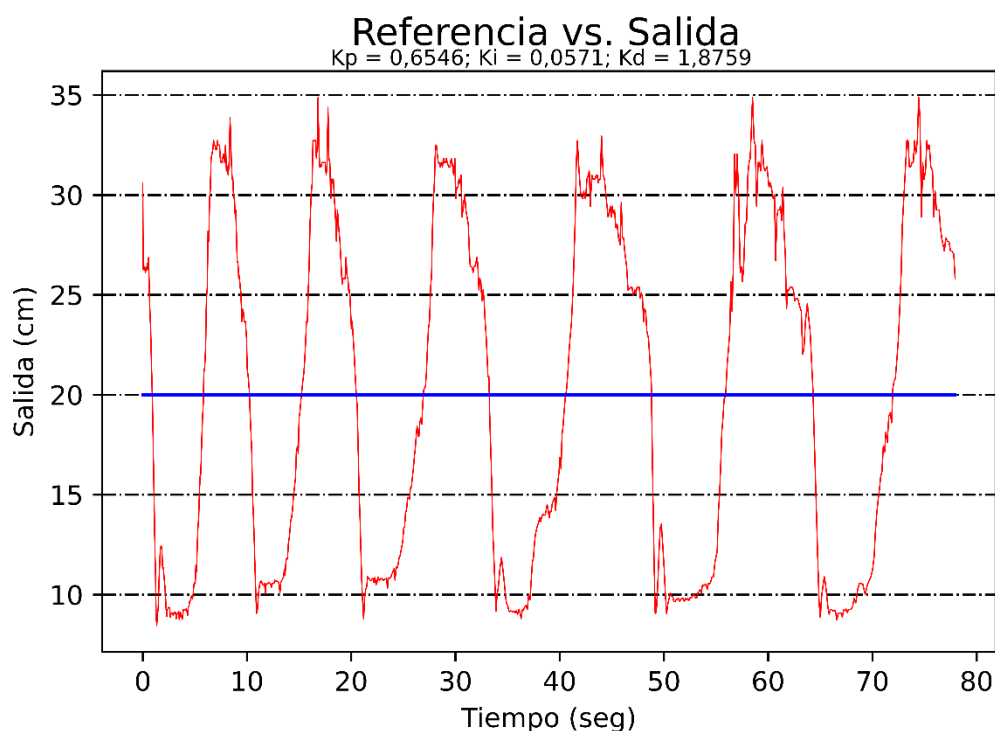


Figura 46 Referencia vs. Salida K_p , K_i , K_d resultado de Simulación modelo matemático. Autor (2020)

En la Figura 47 se muestra el comportamiento del sistema con un aumento de la constante de la acción proporcional $K_p = 1,6546$, se puede decir que este valor de K_p influye directamente en la rapidez con la que responde el sistema, ya que para el valor de $K_p = 0,6546$ el sistema era más lento, también se puede observar que el sistema no se estabiliza ni corrige el error estacionario.

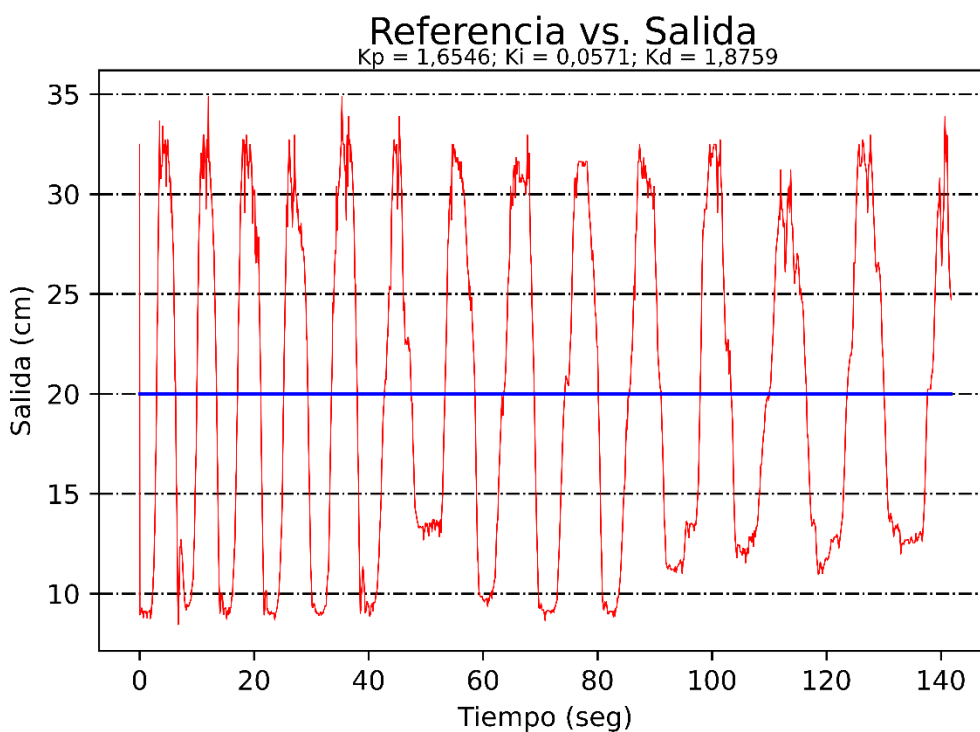


Figura 47 Referencia vs. Salida ajuste K_p ..
 Autor (2020)

En la siguiente grafica (Figura 48) se muestra la salida del sistema con un ajuste de las constante $K_p = 2,6546$ y $K_i = 0,571$ y conservando el valor inicial de K_d , se puede evidenciar que la velocidad de respuesta del sistema es buena, ya que se acerca más el seguimiento a la señal de referencia

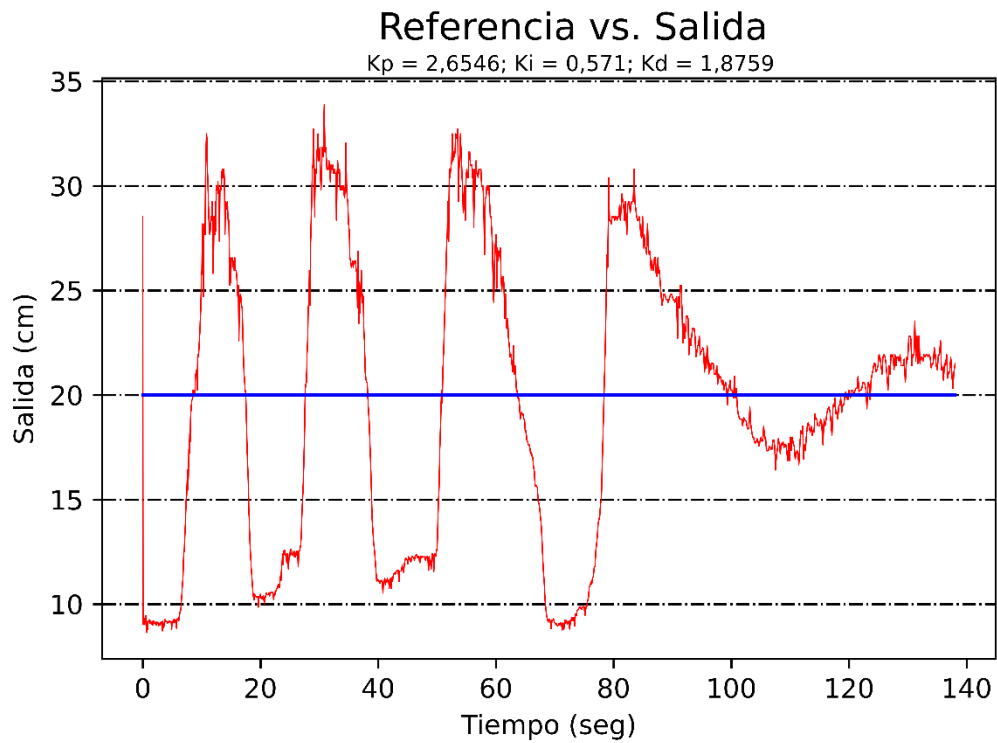


Figura 48 Referencia vs. Salida ajuste K_p y K_i .
 Autor (2020)

La figura 49 muestra el comportamiento del sistema con un aumento en el valor de la acción derivativa $K_d = 4,8759$ y la acción integral $K_i = 1,571$ manteniendo las constante K_p como en la figura 47, en la salida del sistema se observa que esta variación hace que el sistema tenga una respuesta más agresiva y se acerque al seguimiento de la referencia con un error menor al 10%.

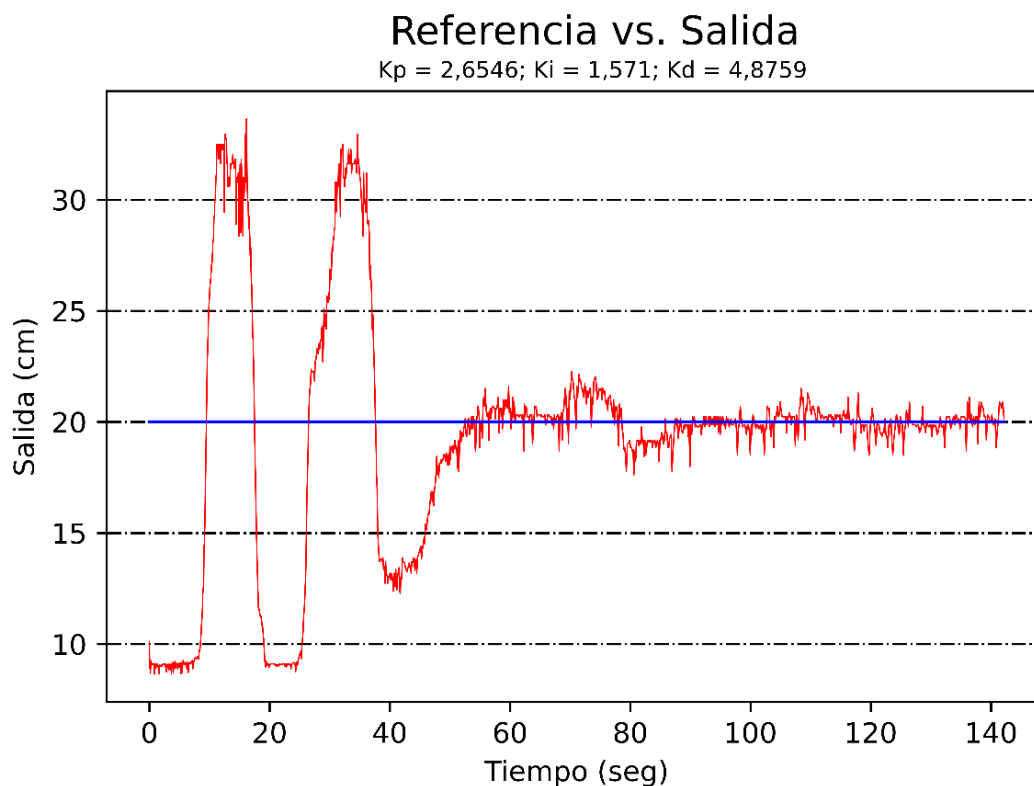


Figura 49 Referencia vs Salida ajuste Kd.
Autor (2020)

En la figura 50 se muestra los resultados del control PID en el sistema Bola y viga, con las constantes ajustadas $K_p = 2.650$, $K_i = 1.510$ y $K_d = 5.3$. En la figura se ve como la velocidad de respuesta es buena y el comportamiento ante la señal de Referencia es la esperada, ya que corrige el error en estado estacionario y alcanza el valor deseado con un error de seguimiento aproximado al 2.21 %, característica del controlador PID.

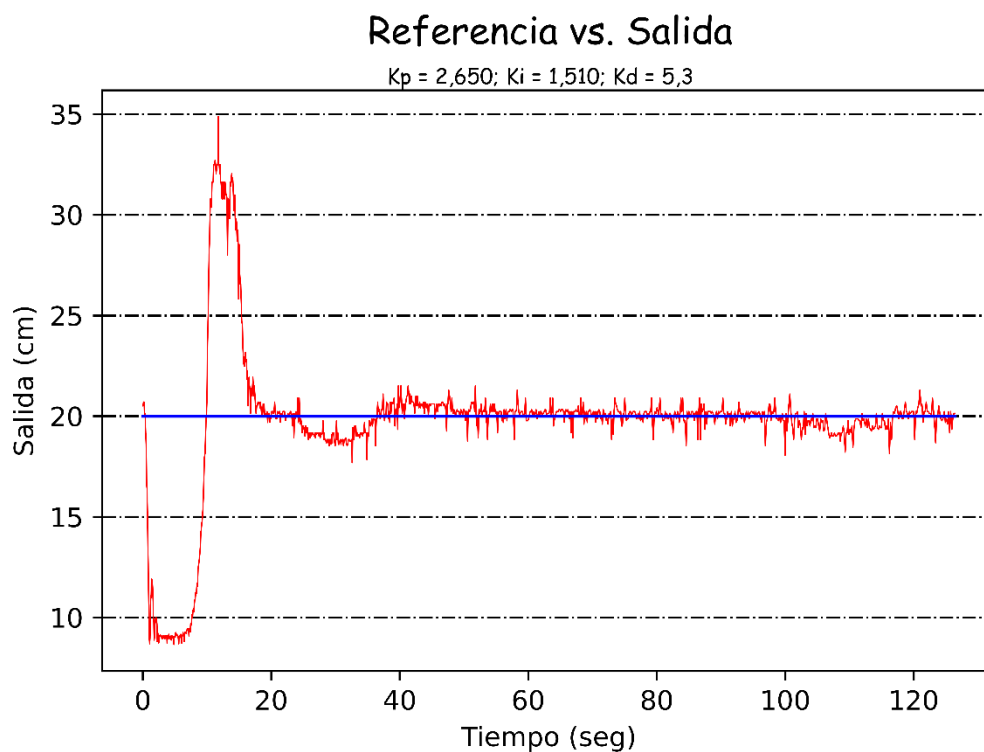


Figura 50 Referencia vs. Salida.
Autor (2020)

En la figura 51 se muestra el panel frontal del control PID del sistema Bola y viga donde se puede ver el programa en ejecución y con los valores correspondientes a las constantes y el diagrama del comportamiento de la Salida vs. Referencia.

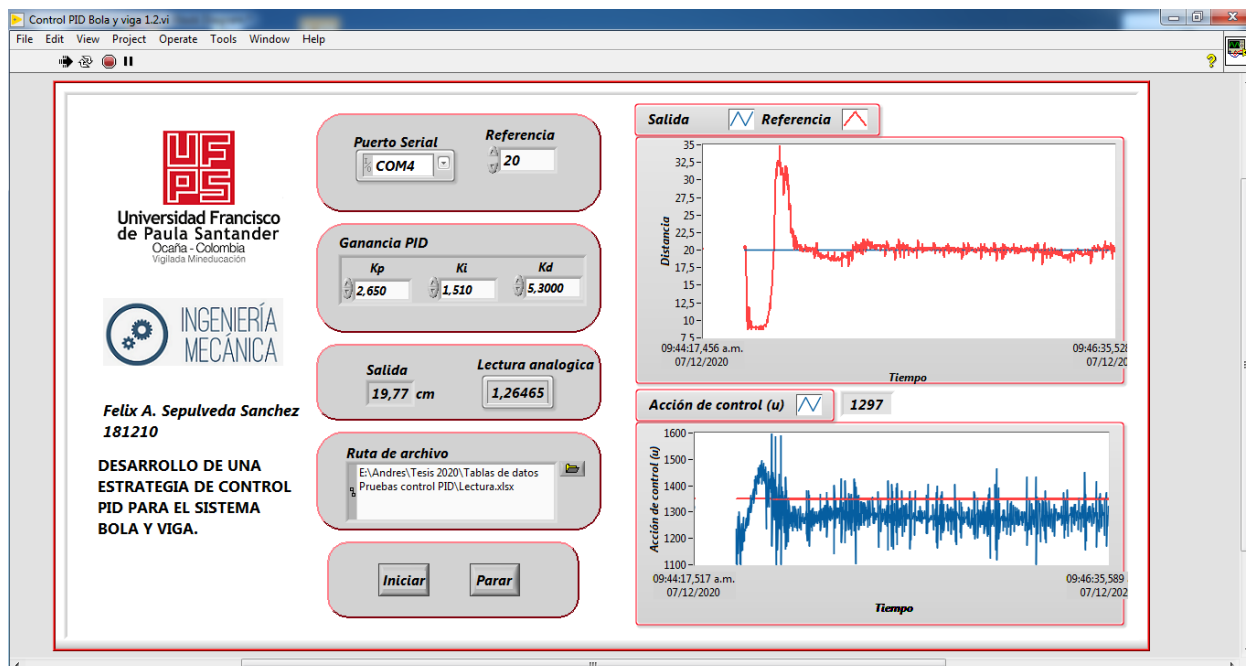


Figura 51 Panel frontal Control PID sistema Bola y viga.
Autor (2020)

En la tabla 3 se muestra el consolidado para los diferentes valores de las constantes (K_p , K_i , K_d), con el respectivo error de seguimiento, se evidencia como disminuye el error en estado estacionario a medida que se realizan los ajustes.

Tabla 3 Error de seguimiento.

Constantes	Error de seguimiento (cuadrático medio)
$K_p = 0.6546$; $K_d = 0.0571$; $K_i = 1.8759$	43.42%
$K_p = 1.6546$; $K_d = 0.0571$; $K_i = 1.8759$	39.79%
$K_p = 2.6546$; $K_d = 0.571$; $K_i = 1.8759$	26.50%
$K_p = 2.6546$; $K_d = 1.571$; $K_i = 4.8759$	8.05%
$K_p = 2.650$; $K_d = 1.510$; $K_i = 5.3$	2.21%

Autor (2020)

En la figura 52 se muestra los resultados del sistema control PID, al cual se le aplicó una perturbación, esta perturbación consistió en impulsar la bola con la mano hacia el extremo final

de viga, simulando una función paso. La respuesta del sistema ante una perturbación externa con las constantes PID encontradas fue satisfactoria, ya que la acción de control reguló el sistema y este llegó nuevamente al nivel de referencia.

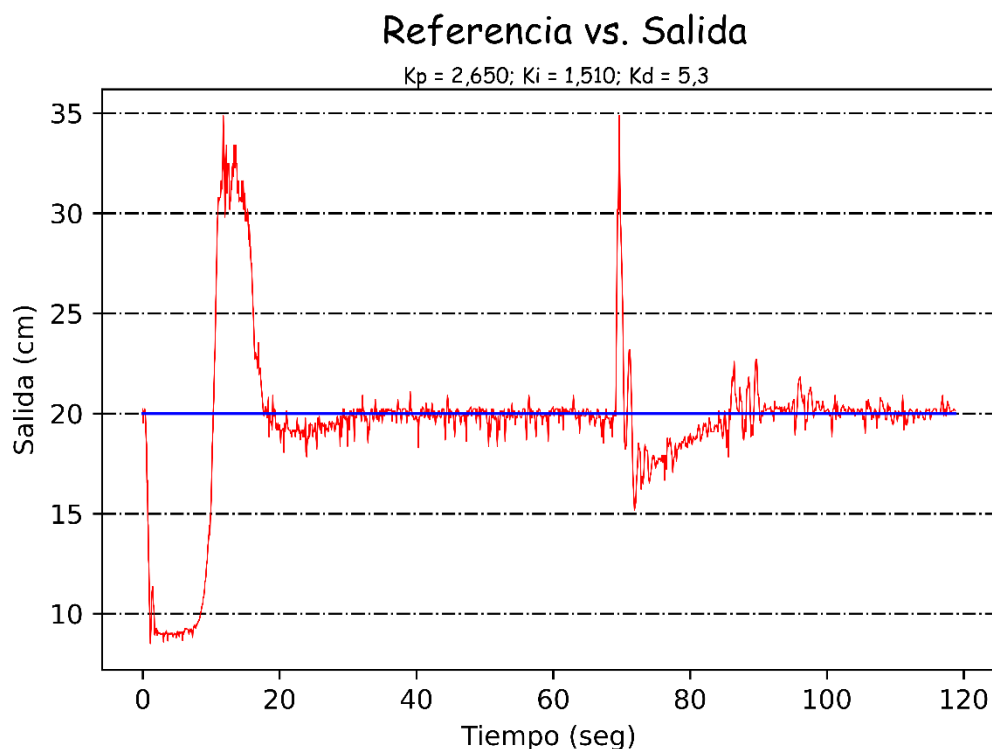


Figura 52 Referencia vs. Salida con una perturbación.
Autor (2020)

En la figura 53 se muestra el sistema siguiendo una señal de referencia que inicia a 20 centímetros, se cambia a 15 centímetros, y se regresa a los 20 centímetros, esto para ver cómo responde el sistema ante un cambio en la señal de entrada. Como se observa en la gráfica el sistema trata de seguir la señal, cuando hay un cambio el sistema tiene un transitorio, pero vuelve a seguir la señal.

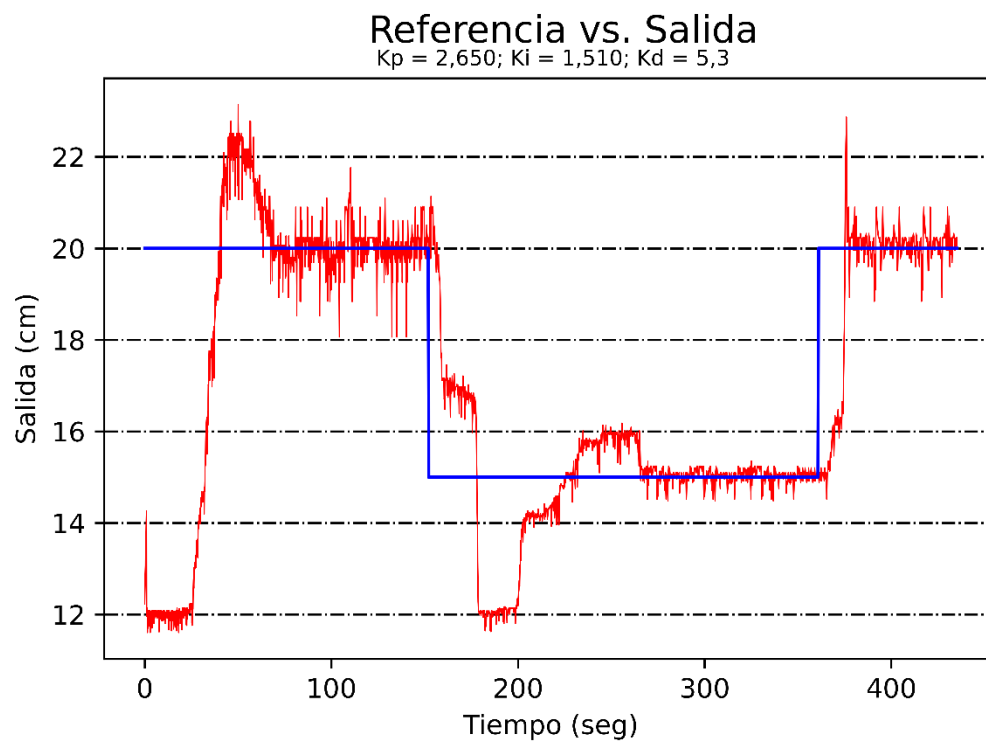


Figura 53 Cambio de Referencia vs. Salida.
Autor (2020)

Capítulo 5. Conclusiones

Con el prototipo de la planta física del sistema Bola y viga se logró realizar diferentes pruebas para la implementación de la estrategia de control PID, iniciando por los valores obtenidos por medio de la simulación del modelo matemático del sistema en MATLAB, con los cuales se pudo observar que el comportamiento del sistema en la planta física difiere de los resultados obtenidos con la simulación, ya que en la simulación no se tienen en cuenta todos los factores que están presentes en el sistema, , tales como el modelo matemático del servomotor, fluctuaciones en los voltajes, ruido en el actuador y sensor, e imperfecciones del mecanismo, basado en esos valores iniciales se realizó una variación de la constante K_p , K_d y K_i , donde se pudo evidenciar el efecto que genera cada una de las constantes en la planta física, llegando a unos valores con los cuales se logró obtener resultados satisfactorios para el sistema, con un buen comportamiento del controlador PID, llevándolo al punto de referencia aun cuando se le aplica perturbaciones externas.

Referencias

- Álamo, T. (s/f). *Diseño del controlador PID*. Universidad de Sevilla.
- Barbera, J. C. (2018). *Estudio de los sensores para la detección de obstáculos aplicables a robots móviles*. 79.
- Beer, F., Johnston, R., & Cornwell, P. (2010). *Mecánica vectorial para ingenieros dinámica* (Novena). McGraw-Hill.
- Candelas, F., & Corrales, J. (2007). *Servomotores*. Universidad de Alicante.
- Corona, L., Abarca, G., & Mares, J. (2014). *Sensores y actuadores aplicaciones con Arduino* (Primera). Grupo editorial Patria.
- Coughanowr, D., & LeBlanc, S. (2009). *Process system analysis and control* (Tercera). McGraw-Hill.
- Estrada, J. (2019). Sensores Fotoeléctricos. *Logicbus SA de CV*.
<https://www.logicbus.com.mx/Sensores-Fotoelectricos-logicbus.php>
- Fernández, G. (2005). *Sensores magnéticos e inductivos*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.
- Grajales, J. D., López, D. F., Muñoz, J. E., & Maldonado, R. (2007). Control en cascada por métodos difusos. *Revista Escuela de Ingeniería de Antioquia*, 8, 181–193.
- Ionescu, C., Fabregas, E., Cristescu, S., Dormido, S., & De Keyser, R. (2013). A Remote Laboratory as an Innovative Educational Tool for Practicing Control Engineering Concepts. *IEEE Transactions on education*, 56(4), 436–442.
<https://doi.org/10.1109/TE.2013.2249516>

- Lozano, L., Rodríguez, L., & Giraldo, D. (2012). Diseño, implementación y validación de un controlador PID autosintonizado. *Tecno Lógicas*, 28, 33–53.
- Moreno, R. P. (1999). *Evolución Histórica de la Ingeniería de Control*. 63.
- Myszka, D. (2012). *Máquinas y mecanismos* (Cuarta). PEARSON Educación S.A.
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna: Vol. I* (S. Dormino & R. Dormino, Trads.; Quinta). PEARSON Educación S.A. https://www.u-cursos.cl/usuario/78303fe04da8e4eb340eae09f1840b2/mi_blog/r/Ingenieria_de_Control_Moderna_Ogata_5a_ed.pdf
- Oporto, M. (2015). *Diseño de control para una planta Bola y Viga* [Universidad de Cantabria]. <https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6366/374763.pdf?seque>
- Perez, M., Perez, A., & Perez, E. (2008). *Introducción a los sistemas de control y modelo matemático para sistemas lineales invariantes en el tiempo*. Universidad Nacional de San Juan. <http://dea.unsj.edu.ar/control1b/teoria/unidad1y2.pdf>
- Roca, A. (2014). *Control automatizado de procesos industriales*. Díaz de Santos.
- Sensores*. (s/f). Mecatrónica LATAM. Recuperado el 6 de junio de 2020, de <https://www.mecatronicalatam.com/es/tutoriales/sensores/>
- Tonsuk, D. (2011). *Sistema de almacenamiento*. <https://doi.org/1059/g4.2011.07.016>
- Villalobos, A. (s.f.). *El ABC de la automatización*.