

DISEÑO DE LEVAS PLANAS CON SEGUIDORES DE RODILLO Y DE ZAPATA PLANA



Universidad Francisco
de Paula Santander
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación

Ismael Duván Pabón León
Moisés Sarabia Duque
Eder Norberto Flórez Solano

**DISEÑO DE LEVAS
PLANAS CON SEGUIDORES
DE RODILLO Y DE ZAPATA
PLANA**

ISMAEL DUVÁN PABÓN LEÓN
MOISÉS SARABIA DUQUE
EDER NORBERTO FLÓREZ SOLANO

Pabón León , Ismael Duvan, autor

Diseño de levas planas con seguidores de rodillo y de zapata plana / Ismael Duvan Pabón León, Moisés Sarabia Duque, Eder Norberto Florez Solano -- Primera edición -- Ocaña, Norte de Santander : Universidad Francisco de Paula Santander ; Bogotá : Ecoe Ediciones, 2022.

97 páginas. -- (Diseño de ingeniería. Mecanismos)

Incluye datos curriculares de los autores -- Incluye referencias bibliográficas.

ISBN 978-958-503-571-3 -- 978-958-503-572-0 (e-book)

1. Control automático 2. Instrumentos de ingeniería 3. Inteligencia computacional I. Gómez Camperos, July Andrea, autor II. Jaramillo, Haidee Yulady, autor

CDD: 621.838 ed. 23

CO-BoBN- a1104136



Área: *Diseño de ingeniería*

Subárea: *Mecanismos*



**Universidad Francisco
de Paula Santander**

Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación

© Ismael Duván Pabón León
© Moisés Sarabia Duque
© Eder Norberto Flórez Solano

© Universidad Francisco de Paula
Santander seccional Ocaña
Vía Acolsure, Sede el Algodonal
Ocaña, Norte de Santander -
Colombia
Teléfono: 5690088

► Ecoe Ediciones S.A.S.
info@ecoeediciones.com
www.ecoeediciones.com
Carrera 19 # 63 C 32 - Tel.: 919 80 02
Bogotá, Colombia

Primera edición: Bogotá, diciembre del 2022

ISBN: 978-958-503-571-3
e-ISBN: 978-958-503-572-0

Directora editorial: Claudia Garay Castro
Coordinadora editorial: Paula Bermúdez B.
Corrección de estilo: Daniela Pérez
Diagramación: Magda Rocío Barrero
Carátula: Wilson Marulanda Muñoz
Impresión: Xpress Estudio Gráfico y digital
Carrera 69 H # 77 - 40

*Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.*

Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados



AGRADECIMIENTOS

Los autores de este documento agradecen a la Universidad Francisco de Paula Santander sede Ocaña, al programa de Ingeniería Mecánica y al grupo de investigación en Ingenierías Aplicadas para la Innovación, Gestión y Desarrollo (INGAP) por el aporte y la ayuda en cada uno de los momentos requeridos para la culminación de este libro que, por lo demás, servirá de apoyo en cada una de las áreas del programa, así como para el mencionado grupo de investigación.

CONTENIDO

PRÓLOGO	XV
LISTA DE VARIABLES Y CONSTANTES	XVII
CAPÍTULO 1. DESARROLLO DE UN SOFTWARE PARA EL DISEÑO DE LEVAS PLANAS CON SEGUIDORES DE RODILLO Y DE ZAPATA PLANA	1
1.1 El problema	1
CAPÍTULO 2. MARCO REFERENCIAL	3
2.1 Marco histórico	3
2.2 Marco conceptual.....	5
2.2.1 Mecanismo leva seguidor.....	5
2.2.2 Nomenclatura de los mecanismos leva seguidor	11
2.3 Marco teórico	12
2.3.1 Diseño gráfico de perfiles de levas.....	12
2.3.2 Diseño de las leyes de desplazamientos.....	12
2.3.3 Leva de placa plana con seguidor de rodillo traslacional.....	36
2.3.4 Leva de placa plana con seguidor de zapata traslacional	37
2.3.5 Modelo dinámico del sistema leva seguidor flexible de un grado de libertad.....	39
2.3.6 Sistema leva seguidor con un grado de libertad.....	40
2.3.7 Análisis de la fuerza de contacto del sistema leva seguidor	41
2.3.8 Seguimiento de fuerzas dinámicas	42
2.3.9 Teorías de contacto – seguidor de rodillo	42

2.3.10 Prevención de fallas para el seguidor de rodillo.....	47
2.3.11 Deformación en un contacto cilíndrico elástico – seguidor de rodillo	52
2.3.12 Teorías de contacto – seguidor de zapata plana	52
2.4 Marco legal	53
2.4.1 Licencia de <i>software</i>	53
2.5 Fase 1: recolección de información	53
2.6 Fase 2: diseño de interfaz gráfica	54
2.7 Fase 3: programación de cada módulo en Visual Basic.Net.....	56
2.8 Fase 4: verificación de errores y comprobación del funcionamiento del <i>software</i>	59
CAPÍTULO 3. USO DEL SOFTWARE LEVA-CAD	61
3.1 Diseño cinemático y dinámico de una leva de rodillo.....	61
3.1.1 Solución	62
3.2 Diseño cinemático y dinámico de una leva con seguidor de zapata....	77
3.2.1 Solución.....	78
EPÍLOGO	93
REFERENCIAS	95

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Molino de martillo de levas diseñado por Leonardo da Vinci	4
Figura 2.	Gráfica de las investigaciones realizadas sobre el diseño de levas	4
Figura 3.	Sistema leva seguidor	5
Figura 4.	Clasificación según la variedad de perfiles.....	6
Figura 5.	Tipos de seguidores	8
Figura 6.	Algunos tipos de cierres comunes	9
Figura 7.	a) Leva axial de cara, b) leva axial cilíndrica	10
Figura 8.	Leva plana con cierre geométrico	10
Figura 9.	Nomenclatura general del mecanismo leva seguidor	12
Figura 10.	Características de los movimientos armónicos	13
Figura 11.	Características de los movimientos cicloidales.....	14
Figura 12.	Características de los movimientos polinomiales	15
Figura 13.	Armónico modificado de subida completa.....	17
Figura 14.	Armónico modificado de bajada completa	18
Figura 15.	Polinomio 3-4-5 de subida completa	20
Figura 16.	Polinomio 4-5-6-7 de subida completa.....	21
Figura 17.	Polinomio 3-4-5-6-7 de subida completa	22
Figura 18.	Gutman 1-3 de subida completa.....	24

Figura 19.	Curva armónica 1-3 de Freudenstein de subida completa.....	25
Figura 20.	Curva armónica 1-3-5 de Freudenstein de subida completa	26
Figura 21.	Bézier 1 media subida al inicio	28
Figura 22.	Bézier 2 media subida al final	29
Figura 23.	Bézier 3 media bajada al inicio	31
Figura 24.	Bézier 4 media bajada al final.....	32
Figura 25.	Bézier 5 subida completa	34
Figura 26.	Bézier 6 bajada completa	35
Figura 27.	Trazado de socavación de una leva de zapata	38
Figura 28.	Nomenclatura utilizada en la zapata plana.....	38
Figura 29.	Modelo de un grado de libertad con amortiguamiento	40
Figura 30.	Diagrama de cuerpo libre para el sistema	41
Figura 31.	Contacto elíptico de dos esferas.....	43
Figura 32.	Línea de contacto cilíndrico	44
Figura 33.	a) Consecuencia del desgaste por adherencia y b) partícula atrapada en el contacto	47
Figura 34.	Resistencia a la fatiga de la superficie para diversos materiales (funcionamiento contra el rodillo de acero para herramientas 60–62 Rc) parte 1	50
Figura 35.	Resistencia a la fatiga de la superficie para diversos materiales (funcionamiento contra el rodillo de acero para herramientas 60–62 Rc) parte 2.....	51
Figura 36.	Formulario principal de Leva-CAD	54
Figura 37.	Panel de propiedades cinemáticas y dinámicas	55
Figura 38.	Formulario para el diseño del perfil geométrico de la leva.....	55
Figura 39.	Diseño del panel para el estudio de la vida útil a fatiga	56
Figura 40.	a) Interfaz para el cálculo del radio primario versus el ángulo de presión y b) interfaz para el cálculo del radio primario mínimo versus excentricidad	57
Figura 41.	Formulario para el trazado del perfil de la leva	58
Figura 42.	Diseño de la interfaz para vincular SolidWorks con Leva-CAD.	58
Figura 43.	Ejemplo de verificación de errores en el enlace de tramos	59
Figura 44.	Ejemplo de errores comunes	60
Figura 45.	Apertura de un nuevo archivo	62
Figura 46.	Ingresa el tipo de leva	62
Figura 47.	Ventana de parámetros iniciales	63

Figura 48.	Estudio cinemático	63
Figura 49.	Panel de leyes de desplazamiento con los valores descritos en la Tabla 2	64
Figura 50.	Diagramas de desplazamiento, velocidad y aceleración de las funciones expuestas anteriormente	64
Figura 51.	Herramientas para el estudio del radio primario	65
Figura 52.	Valor del radio primario tomado para un ángulo de presión máximo dado.....	65
Figura 53.	Radio primario para el caso especial de $\Phi_{\text{máx}(+)} = \Phi_{\text{máx}(-)} = 25^\circ$	66
Figura 54.	Panel de propiedades.....	66
Figura 55.	Añadir el valor del radio primario en el panel de propiedades ...	67
Figura 56.	Comprobación del ángulo de presión máximo	67
Figura 57.	Herramienta para el cálculo del radio del rodillo mínimo	68
Figura 58.	Radio del rodillo encontrado para las leyes dadas	68
Figura 59.	Ícono del perfil de la leva	69
Figura 60.	Perfil de la leva de rodillo para el ejemplo 1.....	69
Figura 61.	Función de SolidWorks.....	70
Figura 62.	Panel de SolidWorks.....	70
Figura 63.	Función para verificar tramos.....	70
Figura 64.	Análisis realizados de los tramos.....	71
Figura 65.	Leva de rodillo exportada a SolidWorks.....	71
Figura 66.	Paso para agregar el estudio dinámico.....	72
Figura 67.	Propiedades dinámicas de entrada para el ejemplo 1	72
Figura 68.	Gráficas sobre el seguimiento de fuerzas y las teorías de contacto.....	73
Figura 69.	Herramienta para el análisis de la flexión.....	73
Figura 70.	Gráfica para conocer el mayor esfuerzo de Von Mises.....	74
Figura 71.	Material elegido para las condiciones de trabajo.....	74
Figura 72.	Análisis final de la flexión.....	75
Figura 73.	Herramienta para el análisis de la fatiga superficial.....	75
Figura 74.	Parámetros necesarios para realizar el estudio de fatiga	76
Figura 75.	Análisis de la vida útil para el ejemplo 1.....	77
Figura 76.	Generación de reporte para el ejemplo 1.....	77
Figura 77.	Apertura de un nuevo archivo	78
Figura 78.	Ingresar tipo de leva	79

Figura 79.	Ventana de parámetros iniciales	79
Figura 80.	Estudio cinemático	80
Figura 81.	Panel de leyes de desplazamiento con los valores descritos en la Tabla 3	80
Figura 82.	Diagramas de desplazamiento, velocidad y aceleración de las funciones expuestas	81
Figura 83.	Herramienta para el estudio del radio primario.....	81
Figura 84.	Valor del radio primario tomado para un radio de curvatura mínimo dado	82
Figura 85.	Panel de propiedades.....	82
Figura 86.	Añadir el valor del radio primario en el panel de propiedades ...	83
Figura 87.	Herramientas para el dimensionamiento de la zapata plana	83
Figura 88.	Dimensiones del seguidor para el ejemplo 2.....	84
Figura 89.	Ícono del perfil de la leva	84
Figura 90.	Perfil de la leva de zapata para el ejemplo 2	85
Figura 91.	Función de SolidWorks.....	85
Figura 92.	Panel de SolidWorks.....	86
Figura 93.	Leva de zapata exportada a SolidWorks.....	86
Figura 94.	Paso para agregar el estudio dinámico.....	87
Figura 95.	Propiedades dinámicas de entrada para el ejemplo 2	87
Figura 96.	El sistema pierde la rodadura debido a las fuerzas de contacto negativas.....	88
Figura 97.	Propiedades utilizadas para el ejemplo 2.....	88
Figura 98.	Gráficas sobre el seguimiento de fuerzas y las teorías de contacto.....	89
Figura 99.	Herramienta para el análisis de la flexión.....	89
Figura 100.	Gráfica para conocer el mayor esfuerzo de Von Mises máximo	90
Figura 101.	Material elegido para las condiciones de trabajo.....	90
Figura 102.	Análisis final de la flexión.....	91
Figura 103.	Herramienta para el análisis de fatiga superficial.....	91
Figura 104.	Análisis de la vida útil para el ejemplo 2.....	92

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Combinación de metales.....	48
Tabla 2.	Leyes de desplazamiento para el ejemplo 1	61
Tabla 3.	Leyes de desplazamiento para el ejemplo 2	78



PRÓLOGO

Actualmente, los ingenieros mecánicos participan en una era informática que provee grandes beneficios en relación con el diseño de elementos mecánicos. Dicha evolución se ha dado con la finalidad de que al implementar un *software* se reduzcan considerablemente los tiempos de diseño, análisis e incluso de la investigación misma a través de la simulación. Así, es necesario destacar la gran ventaja que un *software* puede brindarle a una organización en comparación con otra que no lo posea.

Por otra parte, existe una gran diversidad de *software* diseñados para los diferentes componentes mecánicos de un sistema maquina, por ejemplo, muelles, frenos de disco, balineras, amortiguadores, engranajes y levas planas. Este último es el tema central del presente libro, cuyo enfoque consiste en el desarrollo de un *software* para el diseño de levas planas limitado solo para seguidores de rodillo y de zapata plana.

Al respecto, cabe mencionar que el *software* Leva-CAD es de uso sencillo con un interfaz dinámica y agradable. Tiene una secuencia lógica de la información inicial que el usuario debe introducir para iniciar con su diseño y, asimismo, el programa cuenta con ayudas integradas para garantizar que el usuario tenga una experiencia agradable al emplearlo. Por otra parte, además de ser un *software* autónomo, Leva-CAD posee una conexión directa con SolidWorks, por lo que ambas herramientas son complementarias.

LISTA DE VARIABLES Y CONSTANTES

$S(\theta)$	Desplazamiento traslacional del seguidor.
$V(\theta)$	Velocidad traslacional del seguidor.
$A(\theta)$	Aceleración traslacional del seguidor.
θ	Rotación de la leva.
β	Ángulo de rotación para un segmento de la leva.
L	Desplazamiento traslacional para cada segmento de la leva.
$\phi(\theta)$	Ángulo de presión (radianes).
R_0	Radio primario.
e	Excentricidad.
ρ_{paso}	Curvatura de paso.
R_r	Radio del rodillo.
$\frac{ds}{d\theta} = V(\theta)$	Velocidad traslacional del seguidor.
$\frac{d^2s}{d\theta^2} = A(\theta)$	Aceleración traslacional del seguidor.
$Y(\theta)$	Ecuación paramétrica para el perfil de la curva de paso.
$X(\theta)$	Ecuación paramétrica para el perfil de la curva de paso.

Y	Ecuación paramétrica para el contorno de la leva.
X	Ecuación paramétrica para el contorno de la leva.
L_T	Longitud total de la zapata.
F_C	Fuerza de contacto.
m	Masa neta del seguidor.
\ddot{x}	Aceleración del seguidor.
\dot{x}	Velocidad del seguidor.
x	Desplazamiento del seguidor.
F_{pc}	Precarga del sistema.
k	Constante del resorte.
c	Constante de amortiguamiento.
ω	Velocidad angular de la leva.
a	Huella de contacto.
ν_1	Relación de Poisson del seguidor.
ν_2	Relación de Poisson de la leva.
E_1	Módulo de elasticidad del seguidor.
E_2	Módulo de elasticidad de la leva.
P_H	Presión máxima.
$P(x)$	Distribución de presión.
σ_x	Esfuerzo principal en el eje x.
σ_y	Esfuerzo principal en el eje y.
σ_z	Esfuerzo principal en el eje z.
τ	Esfuerzo cortante.
z	Profundidad.
$\sigma_{x(max)}$	Esfuerzo principal máximo en el eje x.
$\sigma_{y(max)}$	Esfuerzo principal máximo en el eje y.
$\sigma_{z(max)}$	Esfuerzo principal máximo en el eje z.
$\tau_{(max)}$	Esfuerzo cortante máximo.
σ_{x_n}	Esfuerzo normal en el eje x.

σ_{y_n}	Esfuerzo tangencial en el eje x.
σ_{z_n}	Esfuerzo normal en el eje z.
σ_{z_t}	Esfuerzo tangencial en el eje z.
τ_{xz}	Esfuerzo cortante en el plano xz.
τ_{xz_n}	Esfuerzo cortante normal en el plano xz.
τ_{xz_t}	Esfuerzo cortante tangencial en el plano xz.
σ'	Esfuerzo de Von Mises.
S_y	Esfuerzo de fluencia.
N	Vida útil.
δ	Deformación en un cilindro elástico.
b	Espesor de la leva.
$f(H)$	Función de dureza.
HB	Dureza Brinell.

CAPÍTULO 1

DESARROLLO DE UN SOFTWARE PARA EL DISEÑO DE LEVAS PLANAS CON SEGUIDORES DE RODILLO Y DE ZAPATA PLANA

1.1 El problema

La pronta disponibilidad de las computadoras de alta velocidad y de los poderosos paquetes de *software* de fácil uso ha tenido un impacto relevante sobre la educación y la práctica de la ingeniería en los últimos años. No obstante, aunque se tiene fácil acceso al *software*, se presentan inconvenientes para adquirir el *hardware* debido a su alto costo, siendo esto un gran problema para que los estudiantes y profesionales lo implementen. Es necesario recalcar que los programas actuales para el diseño de levas no contienen un paquete completo de las curvas de desplazamiento de base Bernstein y las nuevas teorías de las curvas de Bézier. Además, dichos programas no poseen el complemento para manufacturar la leva en sistemas de control numérico computarizado.

Ahora bien, en la asignatura de Mecanismos, la cual hace parte de la malla curricular del programa de Ingeniería mecánica, el diseño de levas se lleva a cabo por medio del método gráfico, lo que significa que el perfil de la leva se obtiene por medio del dibujo técnico. Sin embargo, esto comporta algunas desventajas como la ausencia de precisión en el perfil de la leva, largos períodos de trabajo para finalizar el trazado y procedimientos tediosos para manufacturar la leva.

Es por este motivo por el que se desarrolló un *software* llamado Leva-CAD para el diseño de levas planas con seguidores de rodillo y de zapata plana que hará que estudiantes e ingenieros mecánicos eviten las desventajas anteriormente descritas.

CAPÍTULO 2

MARCO REFERENCIAL

2.1 Marco histórico

El mecanismo de leva seguidor, como su nombre lo indica, es un mecanismo de cuatro barras de Grashof en el cual el eslabón 3 es de magnitud variable y la semijunta que se forma genera una mayor fricción, lo cual hace que dicho mecanismo sufra un mayor desgaste, de manera que se usa rodillo para disminuir esta fricción. La ventaja de esto se halla en que disminuyen el número de partes debido a que el rodillo es compacto y ligero, de ahí su uso en los motores de combustión. Además, es más fácil controlar la curva de salida que un mecanismo de Grashof, surgiendo así el diseño de las levas (Shigley y Uicker, 2009).

No hay certeza de en dónde y cómo se crearon las levas. El término sánscrito (indo-irani) *Jambha* (engranaje, clavija o diente) puede indicar el área geográfica en la cual pudieron originarse. De igual modo, leva pudo originarse de la palabra teutona *Kambr* (instrumento dentado), que se refiere a mecanismos de leva que tienen su origen en la cuña (una leva lineal) y que se han encontrado en los vestigios de la Edad Paleolítica hace unos 10 000 años (Rothbart y Klipp, 2004).

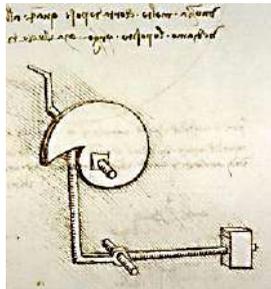
La posterior construcción de las grandes pirámides de Egipto también implicó el uso de la cuña. Sin embargo, fue el genio Leonardo da Vinci (1452-1519), uno de los artistas ingenieros más famosos del Renacimiento, quien diseñó una gran cantidad de bocetos y propuestas de partes de máquinas, lo que incluía mecanismos de levas para la transformación del movimiento rotativo en movimiento lineal (Kerle y

Mauersberger, 2009). Entre estos se pueden encontrar molinos de martillos, escapes de reloj, cerraduras, elevadores de agua y bombas.

En la actualidad, los mecanismos de seguidor de leva se encuentran en casi todos los dispositivos mecánicos y máquinas (es decir, agricultura, equipos de transporte, textiles, embalaje, máquinas herramientas, prensas de impresión, motores de combustión interna de automóviles, máquinas de procesamiento de alimentos, interruptores, moldes de eyección y sistemas de control, y más recientemente en micromáquinas como sistemas microelectromecánicos [MEMS]). (Rothbart y Klipp, 2004, p. 1)

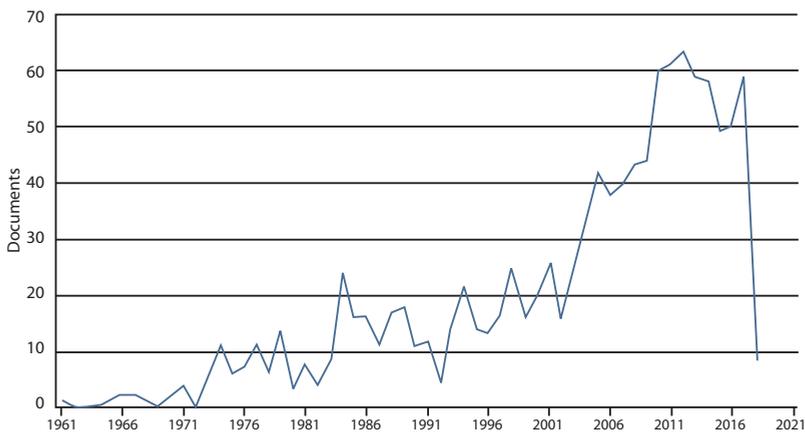
Las aplicaciones de las levas anteriormente mencionadas equivalen al 79,2 % del campo de investigación ingenieril (ver Figura 2). Asimismo, investigaciones realizadas en los últimos años han conllevado a una tendencia creciente en cuanto al diseño del perfil de las levas. Entretanto, la Figura 1 ilustra un molino de martillo de levas diseñado por Leonardo da Vinci.

Figura 1. Molino de martillo de levas diseñado por Leonardo da Vinci



Fuente: Leyendas de los Mirdalirs (2015).

Figura 2. Gráfica de las investigaciones realizadas sobre el diseño de levas



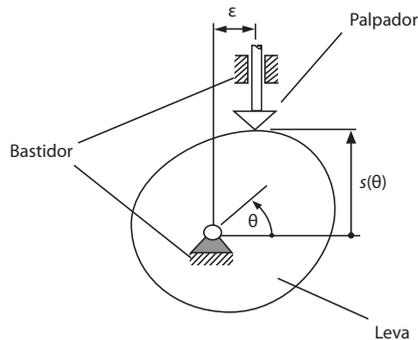
Fuente: Scopus (2022).

2.2 Marco conceptual

2.2.1 Mecanismo leva seguidor

Una leva es un elemento mecánico que sirve para impulsar a otro por contacto puntual o lineal llamado seguidor o palpador para que este desarrolle una ley de movimiento especificada (Acevedo Peñaloza, 2005). Es habitual llamar leva al elemento conductor y seguidor al elemento conducido (ver Figura 3).

Figura 3. Sistema leva seguidor



Fuente: Acevedo Peñaloza (2005).

El mecanismo leva seguidor consiste en dos elementos móviles. En primer lugar, el seguidor que se encuentra en la parte superior y, posteriormente, la leva. Estos se ponen en contacto a través de un par superior que son los eslabones, los cuales están en contacto por un punto o arista. A su vez, ambos están unidos a un miembro llamado bastidor, tal como se muestra en la Figura 3. Tanto el movimiento de la leva como el movimiento del seguidor proporcionan una ley de desplazamiento denominada usualmente ley de desplazamiento del seguidor $s(\theta)$.

Por otro lado, los mecanismos de leva y seguidor son sencillos y no tan costosos. Tienen pocas piezas móviles y ocupan espacios reducidos (Shigley y Uicker, 2009). Por estas razones, los mecanismos de leva se emplean en toda la maquinaria moderna.

Crterios del sistema leva seguidor:

Un sistema de leva seguidor puede clasificarse según los siguientes criterios:

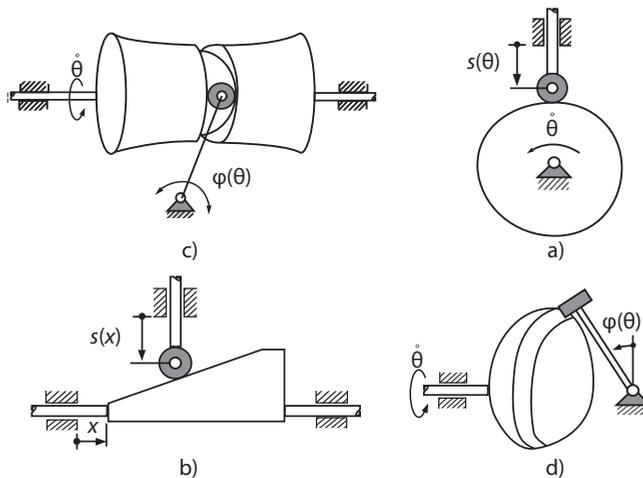
1. Según el tipo de leva.
2. Según el tipo de seguidor.
3. Por el tipo de movimiento del seguidor.
4. Según el elemento que implica el movimiento del otro.
5. Por el tipo de cierre del par superior.

2.2.1.1 Según el tipo de leva

Las levas se clasifican según sus formas básicas debido a la existente variedad de perfiles y geometrías, por lo cual se recurre a la siguiente terminología. A continuación, se ilustran los cuatros tipos diferentes.

- Leva de placa plana, llamada también de disco o radial.
- Leva de cuña.
- Leva globoide.
- Leva esférica.

Figura 4. Clasificación según la variedad de perfiles



Fuente: Acevedo Peñaloza (2005).

Seguidamente, se definen cada una de estas levas según el criterio de Acevedo Peñaloza (2005).

2.2.1.1.1 De disco o placa

Levas consideradas radiales debido a que el movimiento del seguidor generalmente está en una dirección radial. Son utilizadas con frecuencia en la maquinaria de producción.

2.2.1.1.2 Cuña

Levas con movimientos de traslación que pueden transmitir al seguidor movimiento de traslación o rotación. Para el caso del literal b de la Figura 4 se transmite movimiento de traslación.

2.2.1.1.3 Esféricas

Levas con geometrías esféricas que pueden transmitir al seguidor movimiento de traslación o rotación. Para el caso del literal d de la Figura 4 se transmite movimiento de rotación.

2.2.1.1.4 Globoides

Leva de forma globoide y movimiento axial que para el caso de la Figura 4 transmite movimiento de rotación al seguidor. En este tipo de leva es posible la combinación de los movimientos radial y axial.

Sin embargo, la leva de cuña es la menos común en lo que se refiere a las aplicaciones prácticas debido a que necesita un movimiento alternativo de entrada en lugar de un movimiento continuo y, con mucho, la más común de todas es la leva de placa (Norton, 2012).

2.2.1.2 Según el tipo de seguidor

Los sistemas de levas se clasifican también según la forma básica del seguidor. A continuación, se describen cinco de ellos:

- a. Seguidor de cuña.
- b. Seguidor de rodillo o circular.
- c. Seguidor de cara plana.
- d. Seguidor puntual.
- e. Seguidor de hongo plano o de cara plana.

2.2.1.2.1 El seguidor de cuña

Tiene las mismas características que los seguidores de cara plana.

2.2.1.2.2 El rodillo seguidor

Tiene un bajo coeficiente de fricción en comparación con los otros seguidores y se utiliza con mayor frecuencia en maquinaria de producción y en algunos motores automotrices (Rothbart y Kilpp, 2004). Además, presenta una aceptable distribución de esfuerzos de contacto (Acevedo Peñaloza, 2005).

2.2.1.2.3 El seguidor de cara plana

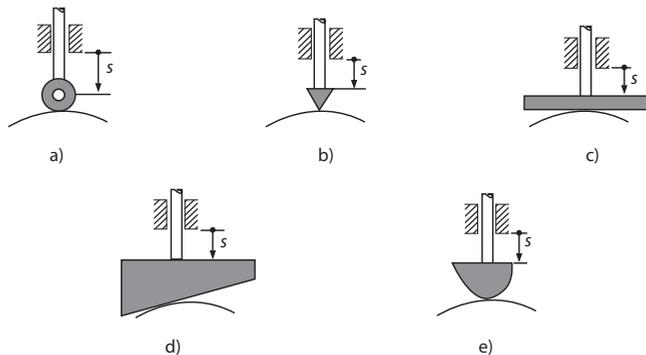
Generalmente, son rectos o inclinados. El seguidor de contacto deslizante presenta esfuerzos de contacto menores que los presentes en el seguidor circular (Acevedo Peñaloza, 2005). El seguidor de cara plana es más pequeño y menos costoso que

los seguidores de rodillo en algunos diseños de leva, por lo que usualmente se prefieren para la fabricación de trenes y para válvulas automotrices (Norton, 2012).

2.2.1.2.4 El seguidor puntual

Produce esfuerzos de contacto elevados debido a que el contacto ocurre en un punto. A nivel teórico son estudiados, pero son poco utilizados en la práctica (Acevedo Peñaloza, 2005). Aunque es simple en la construcción, este tipo de seguidor no es práctico por cuanto da como resultado un desgaste excesivo del punto de contacto (Rothbart y Klipp, 2004; Hong, 2011).

Figura 5. Tipos de seguidores



Fuente: Acevedo Peñaloza (2005).

2.2.1.2.5 El seguidor de hongo

Presenta contacto deslizante y tiene geometrías especiales diseñadas a medida para cada aplicación, lo que ocasiona que el costo de producción sea elevado (Acevedo Peñaloza, 2005).

2.2.1.3 Según el tipo de movimiento del seguidor

Según el tipo de movimiento que desarrollan los diferentes seguidores o palpadores como consecuencia del contacto con la leva, estos se pueden clasificar de la siguiente manera:

- a. Seguidor de rotación.
- b. Seguidor de traslación.

2.2.1.3.1 Seguidor de rotación

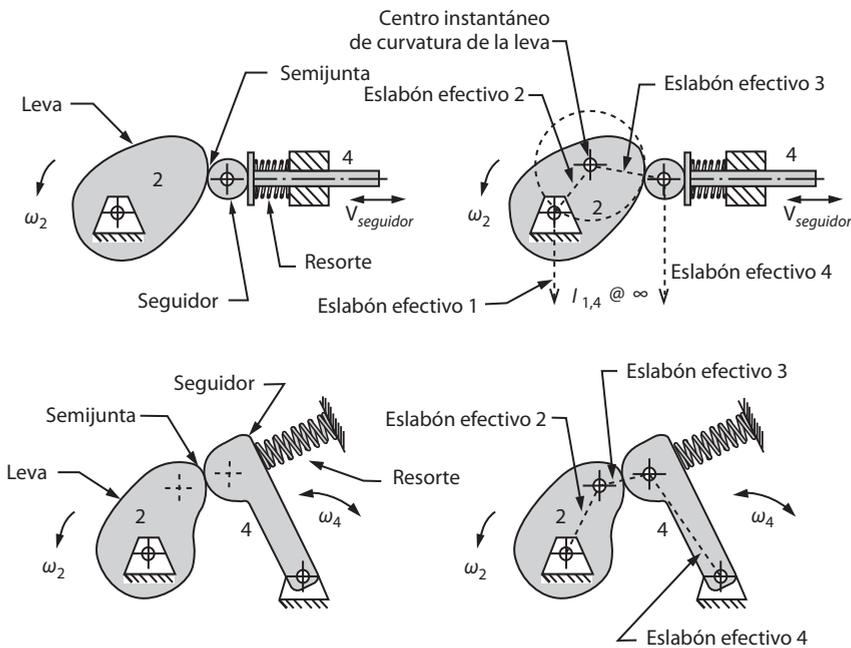
El seguidor de rotación, como su nombre lo indica, presenta movimientos oscilantes en medio de su funcionamiento. El eje del seguidor puede o no ser paralelo al eje del giro de la leva (Acevedo Peñaloza, 2005).

2.2.1.3.2 Seguidor de traslación

Este seguidor presenta solo traslación y no rotación durante el funcionamiento. Se pueden clasificar en radiales, axiales y excéntricos según la dirección del movimiento del seguidor con respecto al eje de rotación de la leva.

- **Radial:** cuando el movimiento del eje del seguidor está en una dirección radial.
- **Axial:** cuando el movimiento del seguidor se mueve paralelamente al eje de rotación de la leva.
- **Excéntricos:** cuando el eje de traslación del seguidor no pasa por el eje de rotación de la leva (Acevedo Peñaloza, 2005).

Figura 6. Algunos tipos de cierres comunes



Fuente: Norton (2012).

2.2.1.4 Según cuál elemento implica el movimiento del otro

Según este criterio, se han establecido dos tipos de levas, a saber, levas directas y levas inversas. En el primer caso (el más común), es la leva la que ejerce el movimiento sobre el seguidor. Si se invierte la situación, se habla de levas inversas (Serrano, 2010).

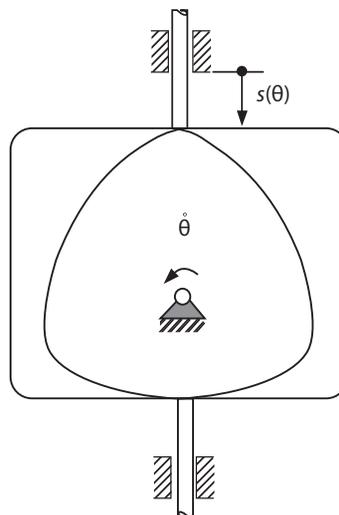
Figura 7. a) Leva axial de cara, b) leva axial cilíndrica

Fuente: Serrano (2010).

2.2.1.5 Según el tipo de cierre del par superior

El tipo de cierre de par establece la unión entre eslabones a través del contacto en un punto, lo que asegura el contacto continuo o directo entre la leva y el seguidor. Generalmente, es empleada la fuerza de un resorte en combinación con el peso del seguidor con el objetivo de mantener el contacto. A esto se le denomina cierre por fuerza, como se ilustra en la Figura 6.

No obstante, se presenta otra solución para mantener el contacto directo entre estos elementos por medio de un cierre geométrico. Este consiste en que el permanente contacto entre la leva y el seguidor se garantiza a través de la configuración geométrica de dichos elementos (Acevedo Peñaloza, 2005), es decir, se encuentra inmerso dentro de la propia leva en una ranura o canal por donde se mueve (Serrano, 2010).

Figura 8. Leva plana con cierre geométrico

Fuente: Acevedo Peñaloza (2005).

2.2.2 Nomenclatura de los mecanismos leva seguidor

La Figura 9 muestra la nomenclatura que se emplea para describir un mecanismo de leva típico (Zhang *et al.*, 2022).

2.2.2.1 Curva de paso

Es el perfil o trayectoria que describe el centro de rodillo con referencia al contacto del seguidor y el perfil final de la leva.

2.2.2.2 Circunferencia primaria

Es el más pequeño que se puede trazar con centro en el eje de rotación de la leva. El radio de este círculo es R_0 (Shigley y Uicker, 2009).

2.2.2.3 Circunferencia base

Es la circunferencia más pequeña de R_b . En el caso de un seguidor de rodillo, es más pequeña que la circunferencia primaria, siendo la diferencia del radio del rodillo R_r (Acevedo Peñaloza, 2005).

2.2.2.4 Punto de trazo

Es un punto teórico del seguidor que describe la trayectoria que constituye la curva de offset al perfil de la leva cuando el seguidor es circular (Acevedo Peñaloza, 2005).

2.2.2.5 Ángulo de presión

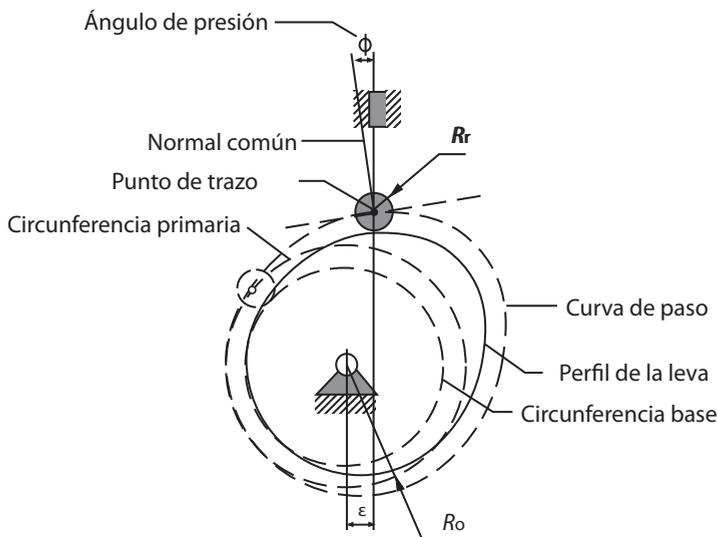
Es el ángulo entre la dirección de la velocidad del seguidor y la normal común. Una vez que se elige la ley de desplazamiento y se obtiene el perfil de la leva, se debe verificar si hay características geométricas no deseadas que impidan el contacto adecuado con el seguidor de levas (Zhang *et al.*, 2022).

2.2.2.6 Excentricidad

Es la distancia e entre el eje del seguidor y el centro de rotación de la leva (Acevedo Peñaloza, 2005).

2.2.2.7 Normal común

Es la línea normal a la superficie de contacto entre la leva y el seguidor.

Figura 9. Nomenclatura general del mecanismo leva seguidor

Fuente: Acevedo Peñaloza (2005).

2.3 Marco teórico

2.3.1 Diseño gráfico de perfiles de levas

Para obtener el perfil de una leva, actualmente se cuenta con dos métodos. En primera instancia, el método gráfico y, posteriormente, el método analítico o por tramos. En este trabajo se utiliza el método por tramos.

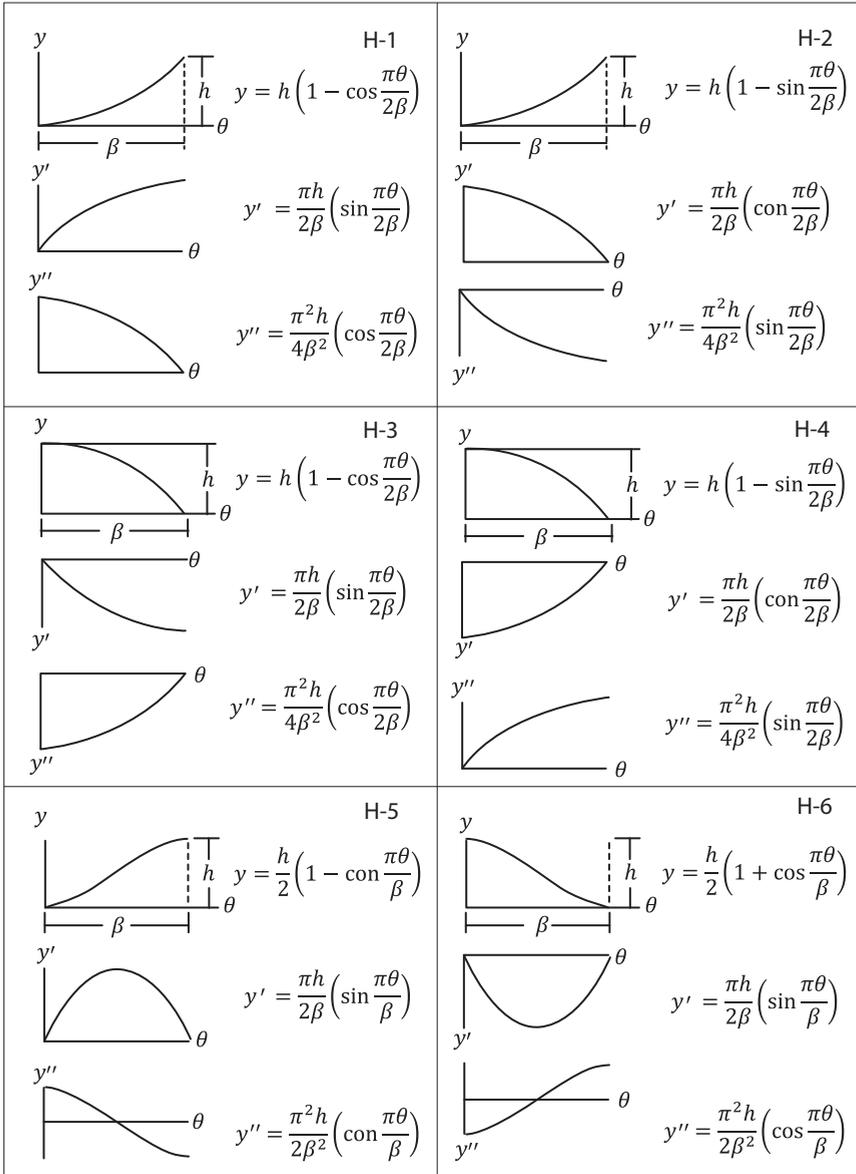
2.3.2 Diseño de las leyes de desplazamientos

Para diseñar el perfil de una leva con seguidor de rodillo o de zapata plana se tiene a disposición un conjunto de funciones diseñadas de acuerdo con el tipo de aplicación, por lo tanto, se tienen las curvas básicas o tradicionales, las curvas modificadas, las curvas polinómicas y de Fourier y, finalmente, las curvas de Bézier.

2.3.2.1 Curvas tradicionales

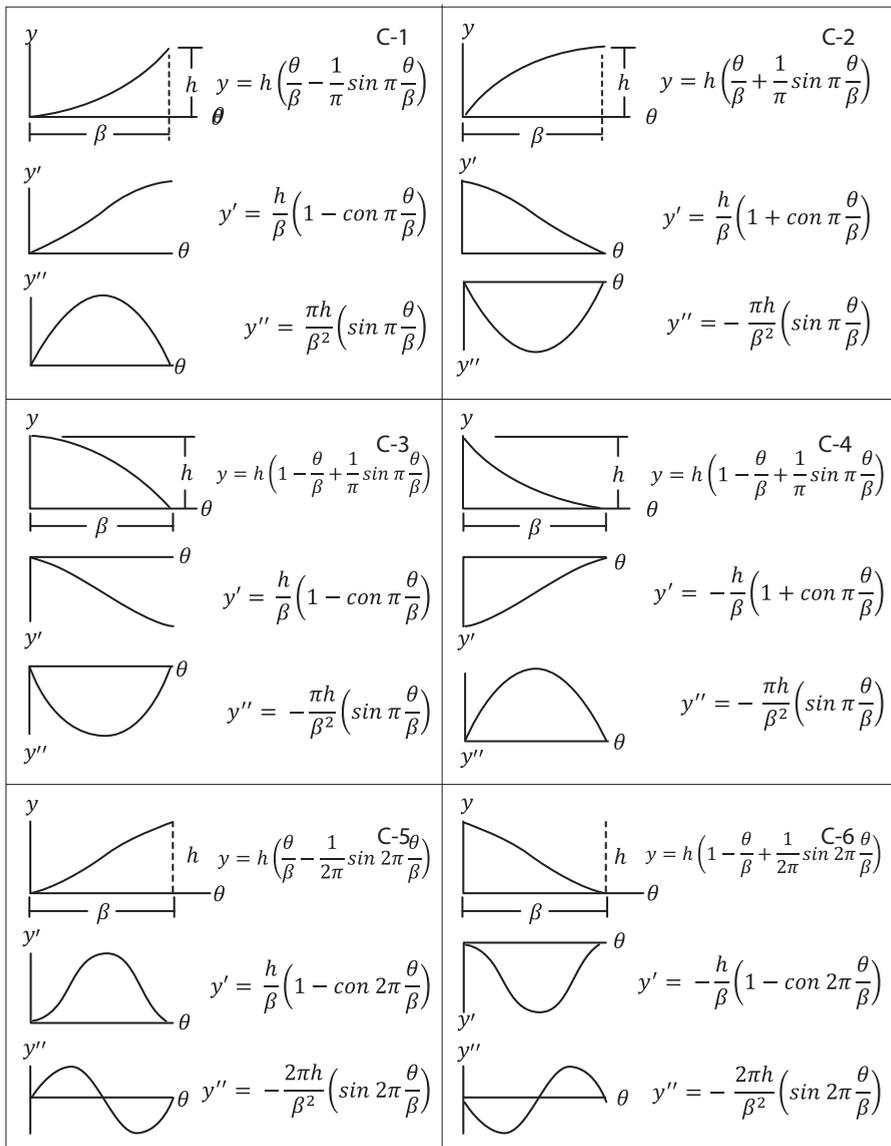
Las curvas tradicionales se componen, a su vez, de las curvas armónicas, cicloidales y polinomiales. Cada una ellas está diseñada para tramos de media subida, subida completa y media bajada respectivamente, como se ilustra en las figuras 10, 11 y 12.

Figura 10. Características de los movimientos armónicos



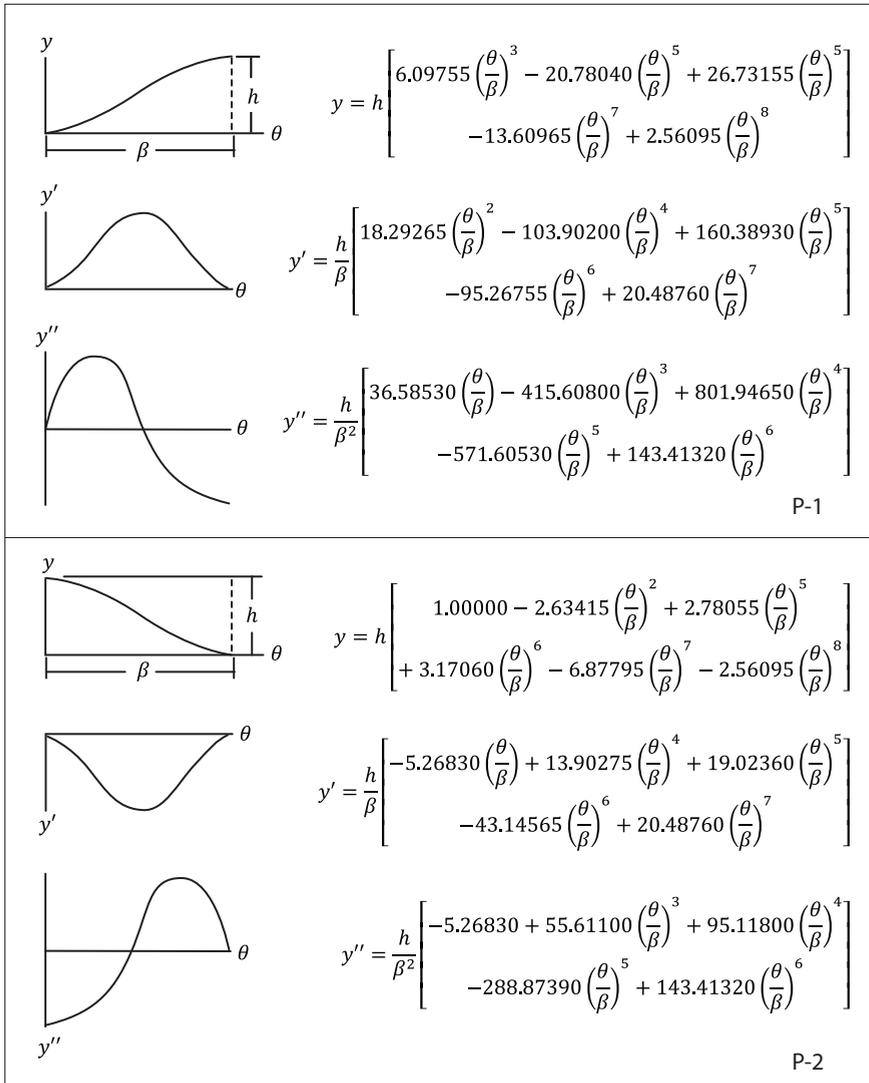
Fuente: Rothbart y Klipp (2004) y Hong (2011).

Figura 11. Características de los movimientos cícloides



Fuente: Rothbart y Klipp (2004) y Hong (2011).

Figura 12. Características de los movimientos polinomiales



Fuente: Rothbart y Klipp (2004) y Hong (2011).

2.3.2.2 Curvas modificadas y polinomiales

2.3.2.2.1 Movimiento armónico modificado

Es un movimiento utilizado para subidas y bajadas completas donde la velocidad retorna a cero y, de igual forma, finaliza con determinada aceleración negativa. A continuación, se muestran las ecuaciones para el armónico modificado de subida completa:

$$S = \frac{L}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right] \quad (2,1)$$

$$V = \frac{\pi L}{2\beta} \left[\sin\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) - \frac{1}{2} \left(\sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right] \quad (2,2)$$

$$A = \frac{\pi^2 L}{2\beta^2} \left[\cos\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) - \left(\cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right] \quad (2,3)$$

$$T = \frac{\pi^3 L}{2\beta^3} \left[\sin\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) - 2 \left(\sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right] \quad (2,4)$$

Seguidamente, las ecuaciones para el armónico modificado de bajada completa son las siguientes:

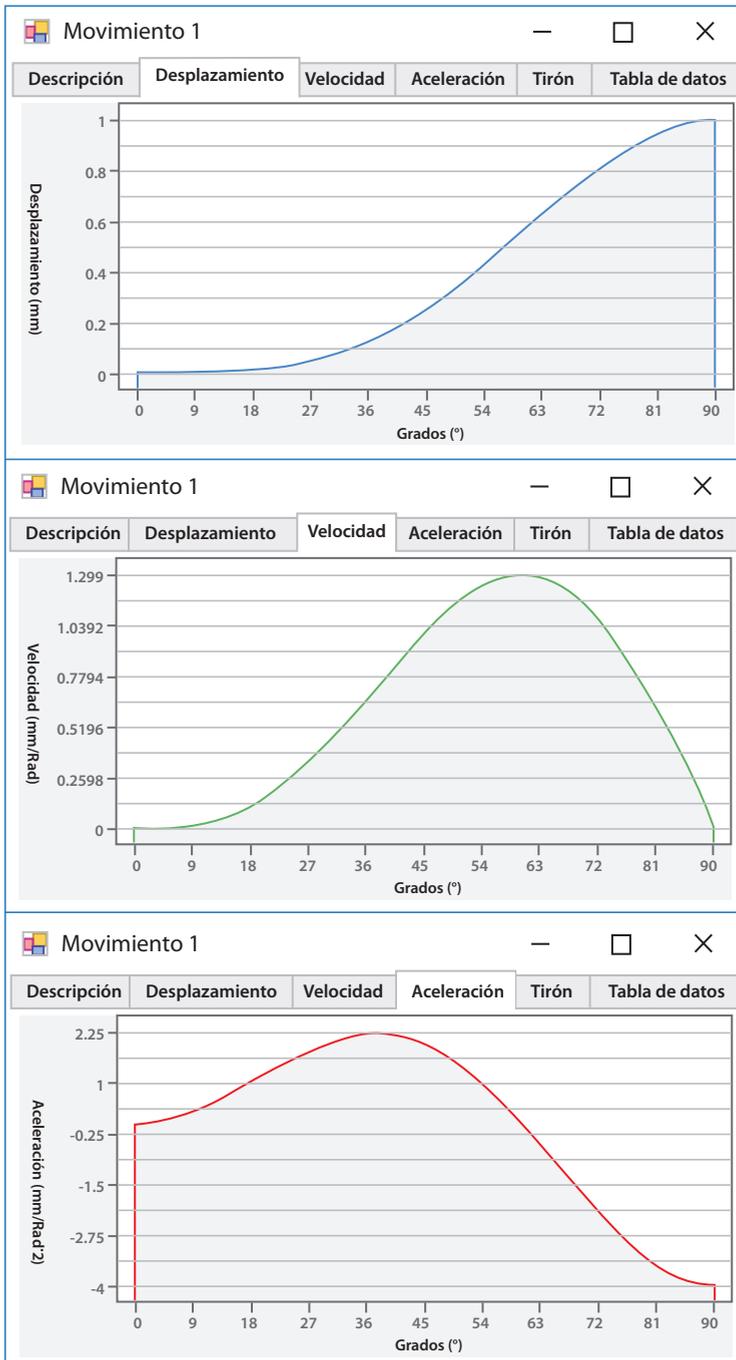
$$S = \frac{L}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right] \quad (2,5)$$

$$V = \frac{-\pi L}{2\beta} \left[\sin\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{2} \left(\sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right] \quad (2,6)$$

$$A = \frac{-\pi^2 L}{2\beta^2} \left[\cos\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) + \left(\cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right] \quad (2,7)$$

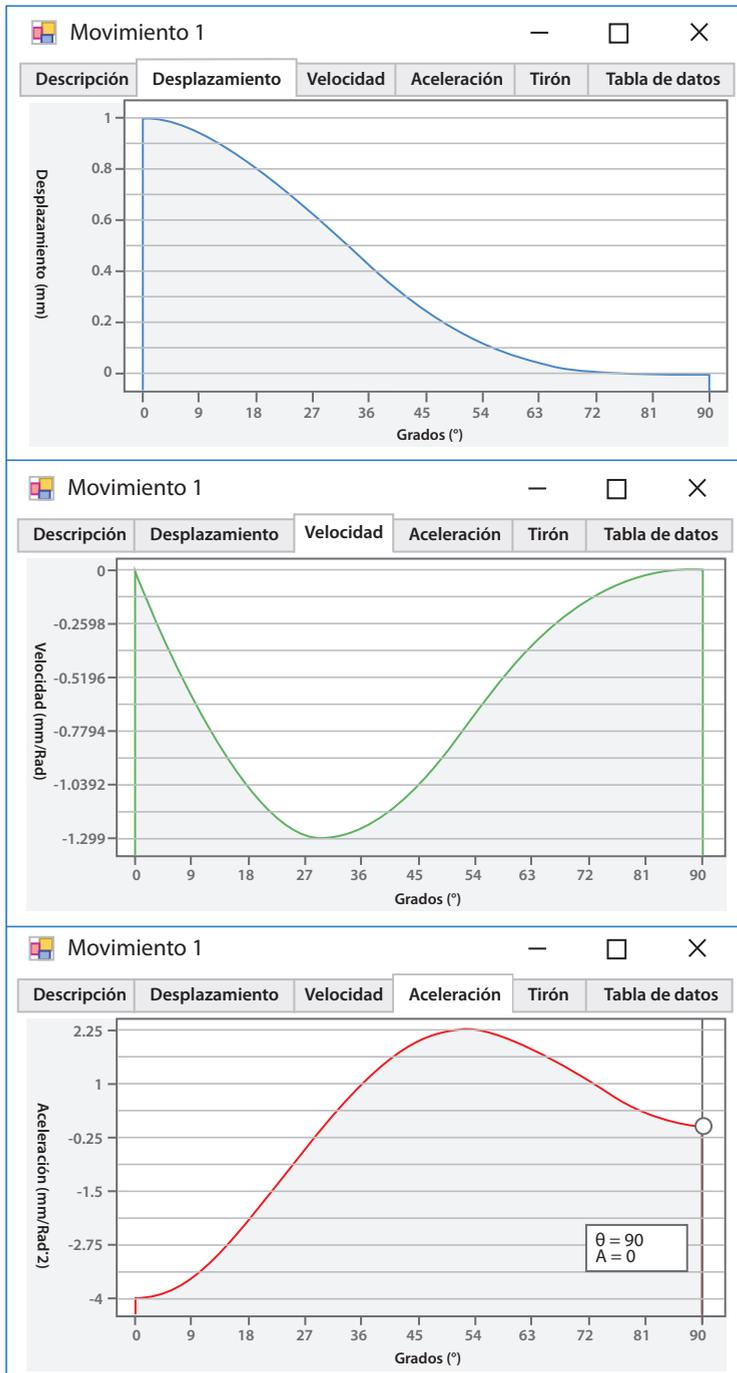
$$T = \frac{-\pi^3 L}{2\beta^3} \left[\sin\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) + 2 \left(\cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right] \quad (2,8)$$

Figura 13. Armónico modificado de subida completa



Fuente: elaboración propia.

Figura 14. Armónico modificado de bajada completa



Fuente: elaboración propia.

2.3.2.2.2 Polinomio 3-4-5

Con el movimiento polinomial 3-4-5 se tiene un control en los puntos extremos tanto de la aceleración como de la velocidad. La función de desplazamiento, velocidad y aceleración para un tramo de subida completa se describe de la siguiente manera:

$$S = L \left(10 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 15 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 6 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right) \quad (2,9)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(30 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 30 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right) \quad (2,10)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 - 180 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right) \quad (2,11)$$

$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(60 - 360 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 + 360 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right) \quad (2,12)$$

2.3.2.2.3 Polinomio 4-5-6-7

En comparación con el polinomio 3-4-5, el polinomio 4-5-6-7 presenta inferioridad debido a que este posee aceleraciones máximas y máximos valores en la sacudida (tirón). La función de desplazamiento, velocidad, aceleración y sobre aceleración para un tramo de subida completa se describe de la siguiente manera:

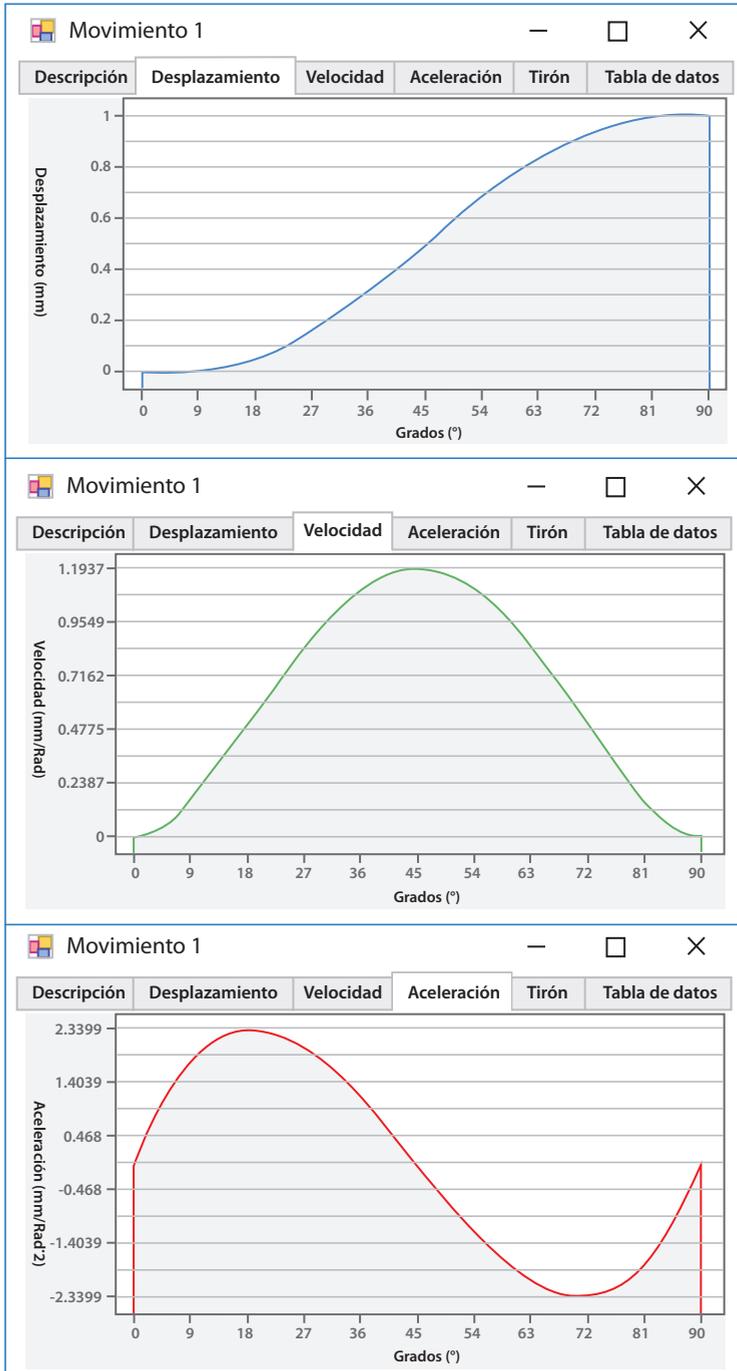
$$S = L \left(35 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 84 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 70 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 - 20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^7 \right) \quad (2,13)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(140 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 - 140 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right) \quad (2,14)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 1680 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 2100 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 840 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right) \quad (2,15)$$

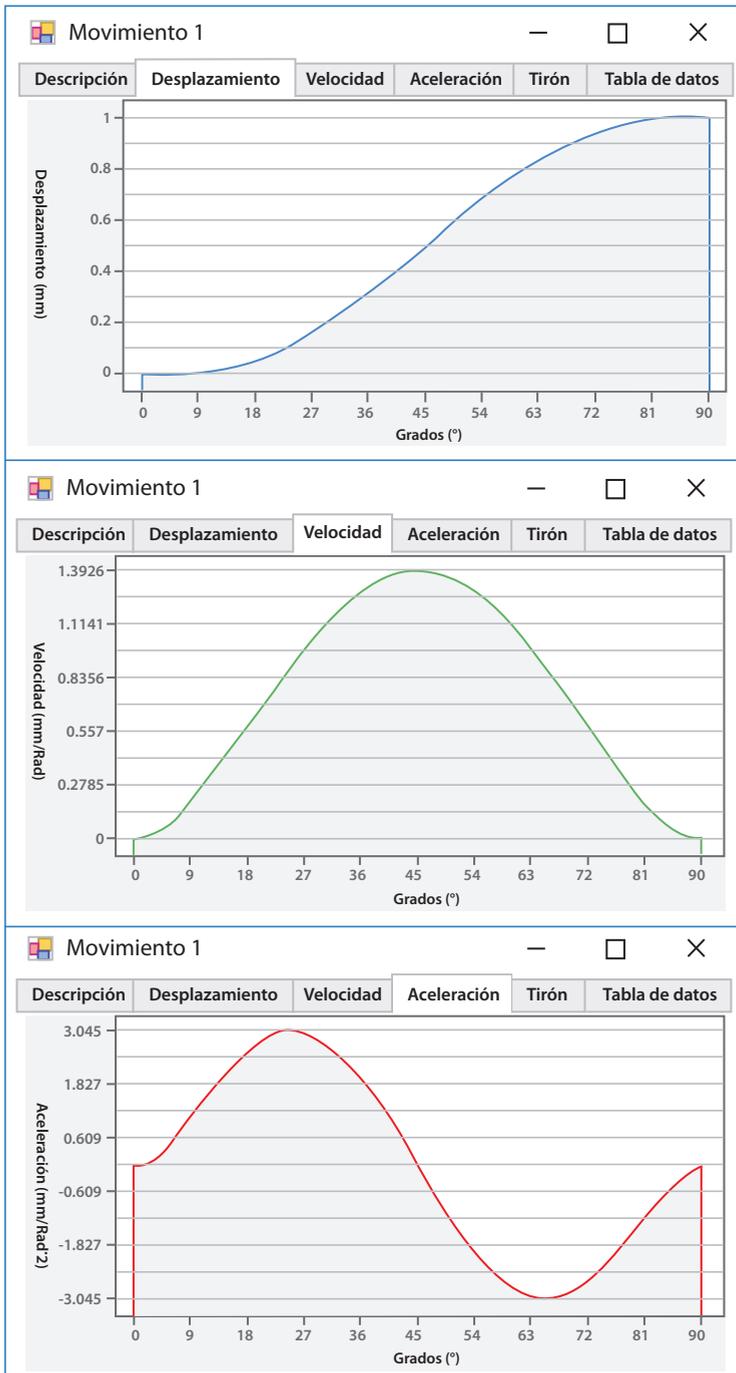
$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(8400 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 - 5040 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 8400 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 4200 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right) \quad (2,16)$$

Figura 15. Polinomio 3-4-5 de subida completa



Fuente: elaboración propia.

Figura 16. Polinomio 4-5-6-7 de subida completa



Fuente: elaboración propia.

2.3.2.2.4 Polinomio 3-4-5-6-7

Este polinomio tiene una velocidad máxima igual a $1,80 \left(\frac{L}{\beta}\right)^1$ y una aceleración máxima de $5,6 \left(\frac{L}{\beta^2}\right)^1$. Las ecuaciones de desplazamiento, velocidad y aceleración se describen a continuación (Berzak y Freudenstein, 1979):

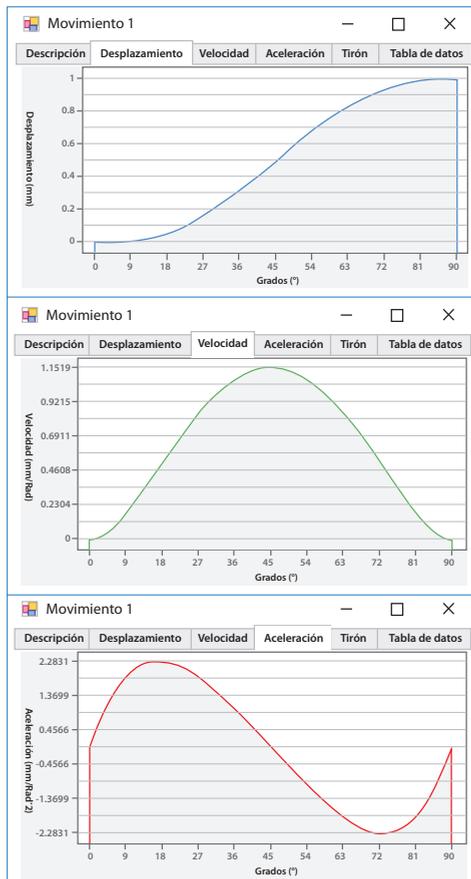
$$s = L \left(12,1 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 - 25,5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + 24,9 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 - 14,7 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 + 4,2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7 \right) \quad (2,17)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(36,3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 102 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 124,5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 - 88,2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 29,4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 \right) \quad (2,18)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(72,6 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^1 - 306 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 498 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 - 441 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + 176,4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 \right) \quad (2,19)$$

$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(72,6 - 612 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^1 + 1494 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 1764 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 882 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 \right) \quad (2,20)$$

Figura 17. Polinomio 3-4-5-6-7 de subida completa



Fuente: elaboración propia.

2.3.2.3 Curvas de las series de Fourier

2.3.2.3.1 Gutman 1-3 Harmonic

La curva armónica se obtiene a partir de la expansión de la serie de Fourier mediante la retención de los primeros términos de la serie. Las ecuaciones de desplazamiento, velocidad y aceleración se describen a continuación (Gutman, 1961):

$$S = L \left(\left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 - \frac{15}{32\pi} \sin \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) - \frac{1}{96\pi} \sin \left(\frac{6\pi\theta}{\beta} \right) \right) \quad (2,21)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left((1)^1 - \frac{15}{16} \cos \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) - \frac{1}{16} \cos \left(\frac{6\pi\theta}{\beta} \right) \right) \quad (2,22)$$

$$A = \frac{L\pi}{8\beta^2} \left(\frac{15}{8} \sin \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) + 3 \sin \left(\frac{6\pi\theta}{\beta} \right) \right) \quad (2,23)$$

$$T = \frac{L\pi}{16\beta^3} \left(\frac{15}{4} \cos \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) + 18 \cos \left(\frac{6\pi\theta}{\beta} \right) \right) \quad (2,24)$$

2.3.2.3.2 Curva armónica Freudenstein 1-3

La curva armónica 1-3 de Freudenstein tiene un pico de aceleración de aproximadamente el 135 % de la curva parabólica o del 85 % de la función cicloidal. Las ecuaciones de desplazamiento, velocidad y aceleración se describen seguidamente:

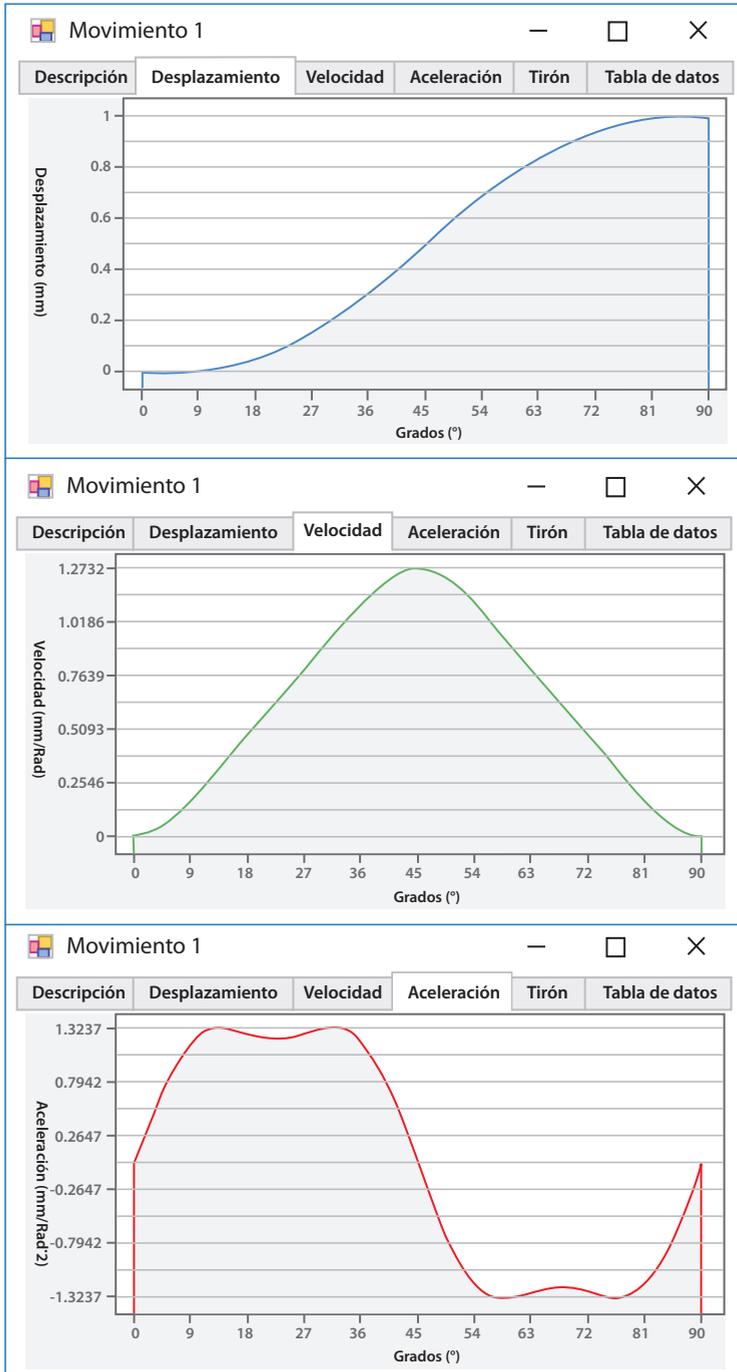
$$S = \frac{L\theta}{\beta} - \frac{L}{2\pi} \left(\frac{27}{28} \sin \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) + \frac{1}{84} \sin \left(\frac{6\pi\theta}{\beta} \right) \right) \quad (2,25)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(1 - \frac{27}{28} \cos \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) - \frac{1}{28} \cos \left(\frac{6\pi\theta}{\beta} \right) \right) \quad (2,26)$$

$$A = \frac{2L\pi}{\beta^2} \left(\frac{27}{28} \sin \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) + \frac{3}{28} \sin \left(\frac{6\pi\theta}{\beta} \right) \right) \quad (2,27)$$

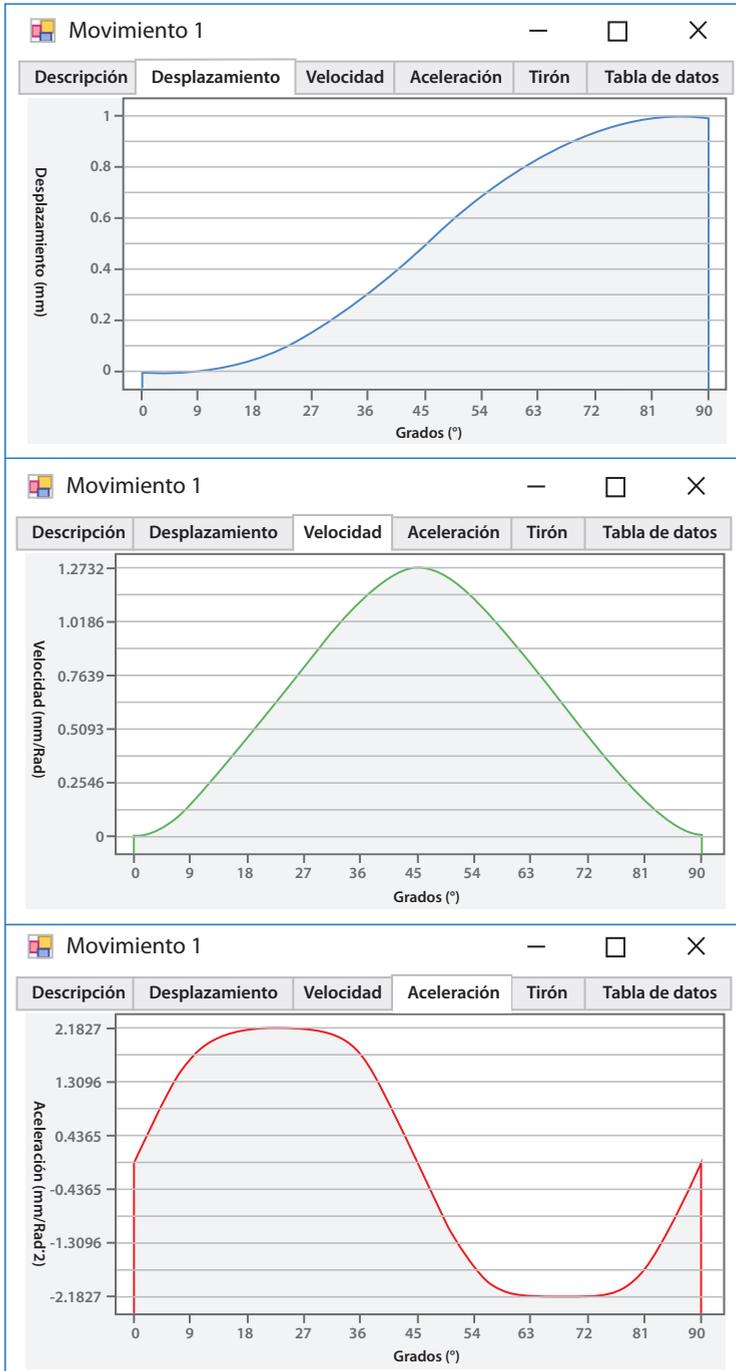
$$T = \frac{4L\pi}{\beta^3} \left(\frac{27}{28} \cos \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) + \frac{9}{28} \sin \left(\frac{6\pi\theta}{\beta} \right) \right) \quad (2,28)$$

Figura 18. Gutman 1-3 de subida completa



Fuente: elaboración propia.

Figura 19. Curva armónica 1-3 de Freudenstein de subida completa



Fuente: elaboración propia.

2.3.2.3.3 Curva armónica Freudenstein 1-3-5

Esta curva tiene una aceleración máxima del 125 % de la curva parabólica o alrededor del 81 % de la aceleración de la curva cicloidal. Las ecuaciones de desplazamiento, velocidad y aceleración se describen así:

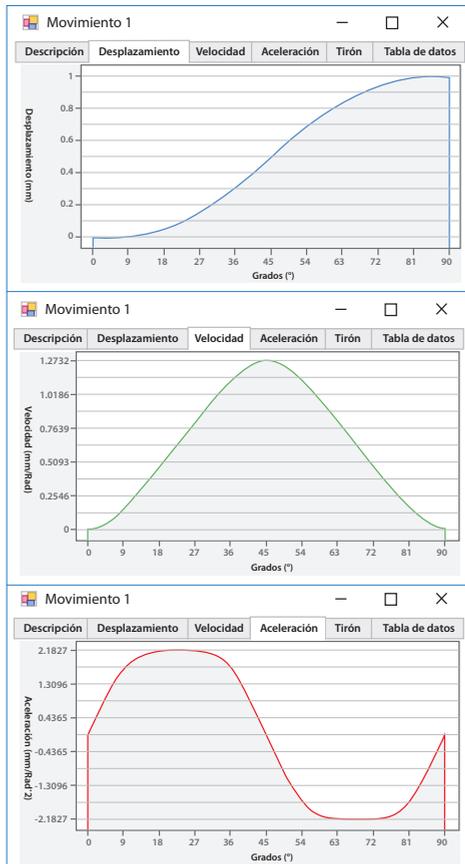
$$s = \frac{L\theta}{\beta} - \frac{1125}{2\pi} L \left(\sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{54} \sin\left(\frac{6\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{1250} \sin\left(\frac{10\pi\theta}{\beta}\right) \right) \quad (2,29)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(1 - \frac{1125}{1192} \left(\cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{18} \cos\left(\frac{6\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{250} \cos\left(\frac{10\pi\theta}{\beta}\right) \right) \right) \quad (2,30)$$

$$A = \frac{2\pi L}{\beta^2} \frac{1125}{1192} \left(\sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{6} \sin\left(\frac{6\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{50} \sin\left(\frac{10\pi\theta}{\beta}\right) \right) \quad (2,31)$$

$$T = \frac{2\pi L}{\beta^3} \frac{1125}{1192} \left(\cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{6\pi\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{10} \cos\left(\frac{10\pi\theta}{\beta}\right) \right) \quad (2,32)$$

Figura 20. Curva armónica 1-3-5 de Freudenstein de subida completa



Fuente: elaboración propia.

2.3.2.4 Curvas de Bézier

Las curvas de Bézier incluidas en el *software* fueron establecidas por Acevedo Peñaloza *et al.* (2004) y por Hong (2011). Estas constituyen una buena herramienta para generar las curvas de desplazamiento, velocidad, aceleración y sobre aceleración de trabajo en levas debido a que poseen mejores condiciones de continuidad en los puntos de unión de tramos. Las ventajas de estos métodos respecto a los métodos anteriores consisten en que los errores de aproximación están más ampliamente distribuidos y, además, en general permiten ajustes cualitativos en lugar de cuantitativos.

2.3.2.4.1 Bézier 1 media subida al inicio

$$S = L \left(5 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 6 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right) \quad (2,33)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 30 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 12 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right) \quad (2,34)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right) \quad (2,35)$$

$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 - 360 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 240 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right) \quad (2,36)$$

2.3.2.4.2 Bézier 2 media subida al final

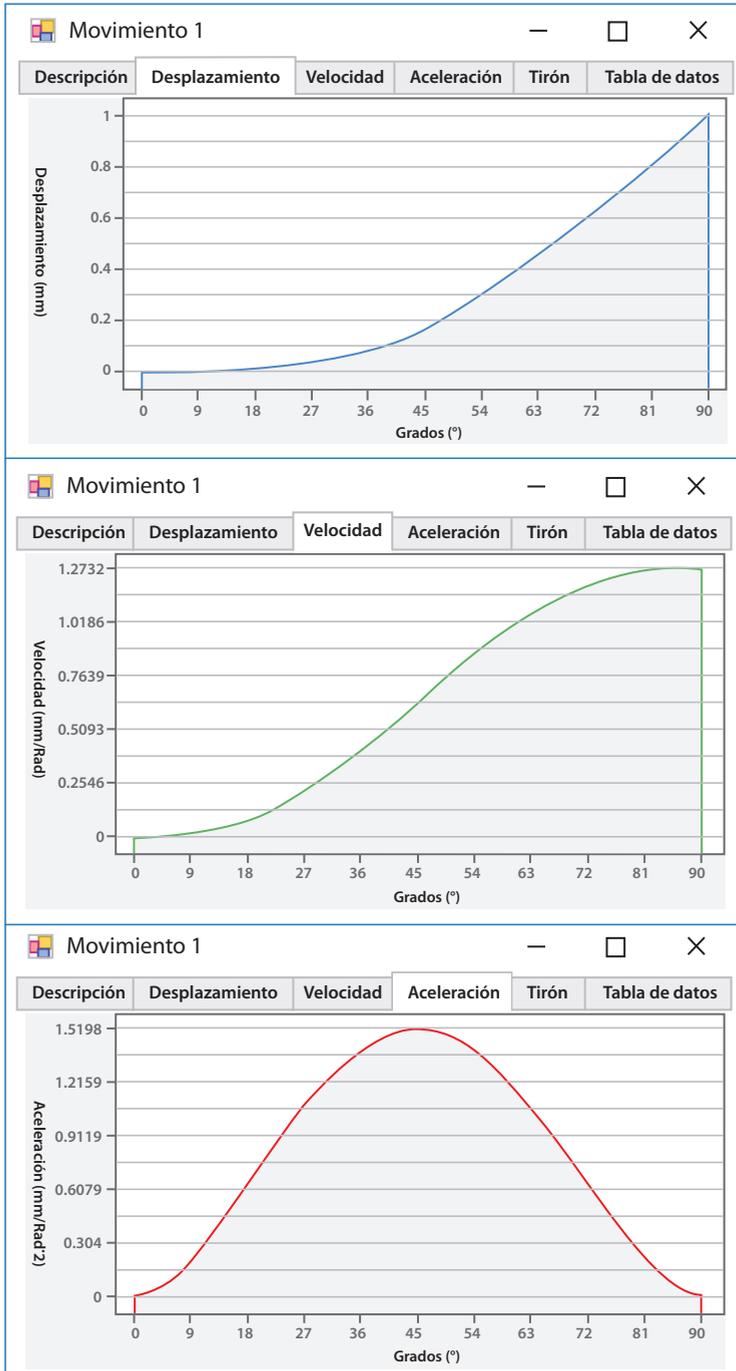
$$S = L \left(2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 - 5 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 6 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 - 2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right) \quad (2,37)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^0 - 20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 30 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 12 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right) \quad (2,38)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(-60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right) \quad (2,39)$$

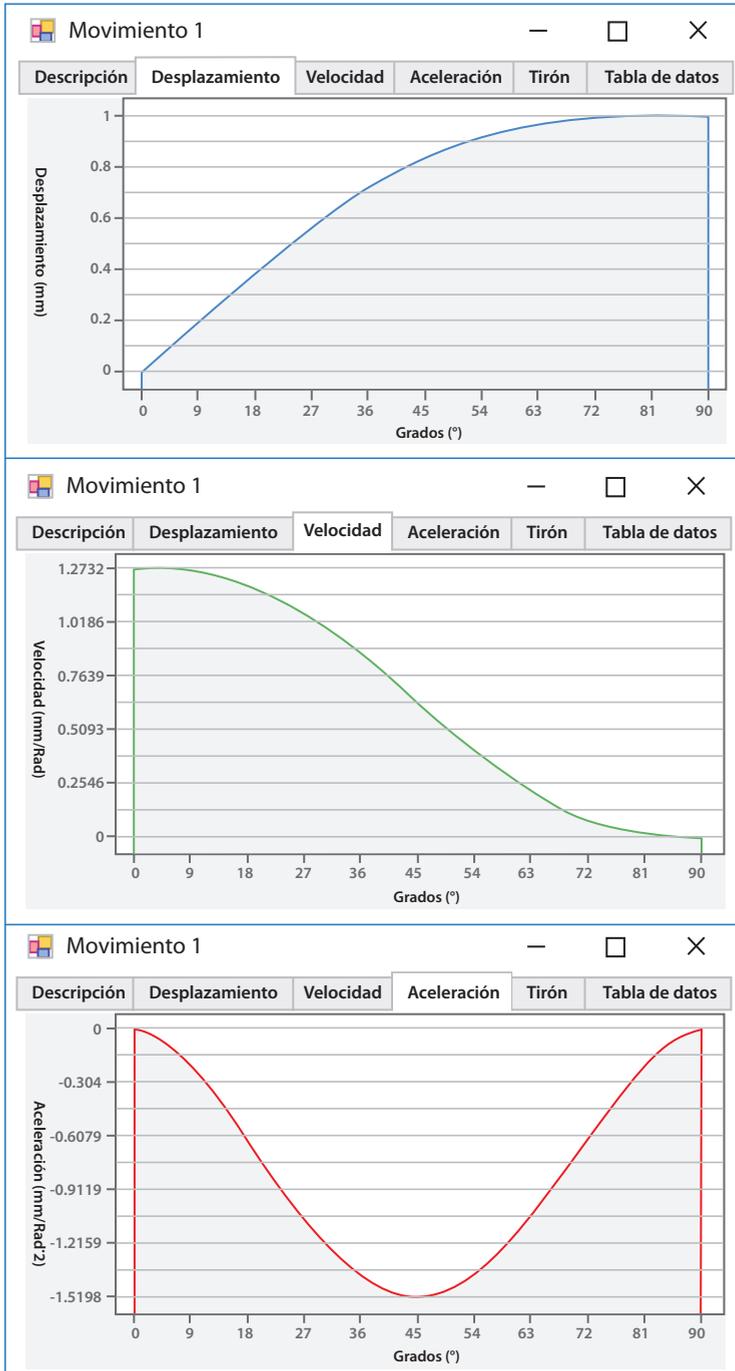
$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(-120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 + 360 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 240 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right) \quad (2,40)$$

Figura 21. Bézier 1 media subida al inicio



Fuente: elaboración propia.

Figura 22. Bézier 2 media subida al final



Fuente: elaboración propia.

2.3.2.4.3 Bézier 3 media bajada al inicio

$$S = L \left(1 - 5 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 6 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 - 2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right) \quad (2,41)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(-20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 30 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 12 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right) \quad (2,42)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(-60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right) \quad (2,43)$$

$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(-120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 + 360 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 240 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right) \quad (2,44)$$

2.3.2.4.4 Bézier 4 media bajada al final

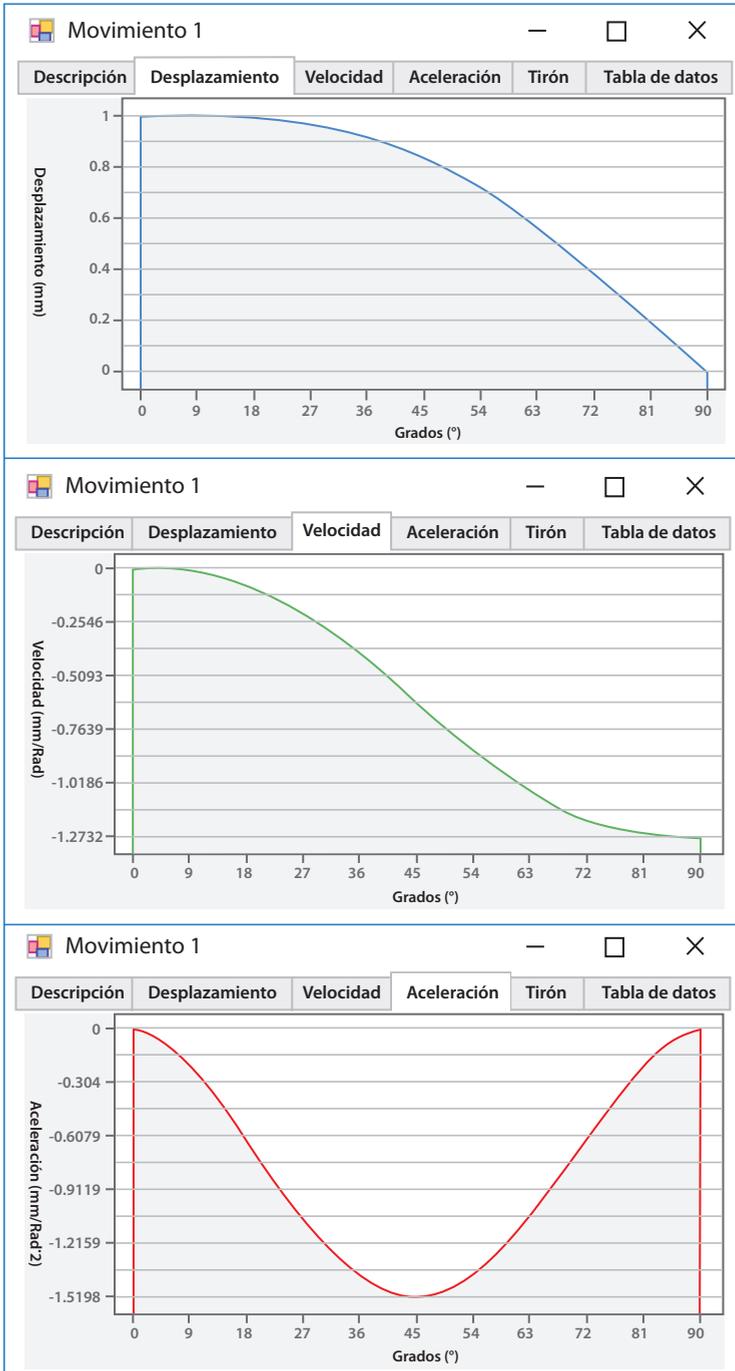
$$S = L \left(1 - 2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 + 5 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 6 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right) \quad (2,45)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(-2 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^0 + 20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 30 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 12 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right) \quad (2,46)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right) \quad (2,47)$$

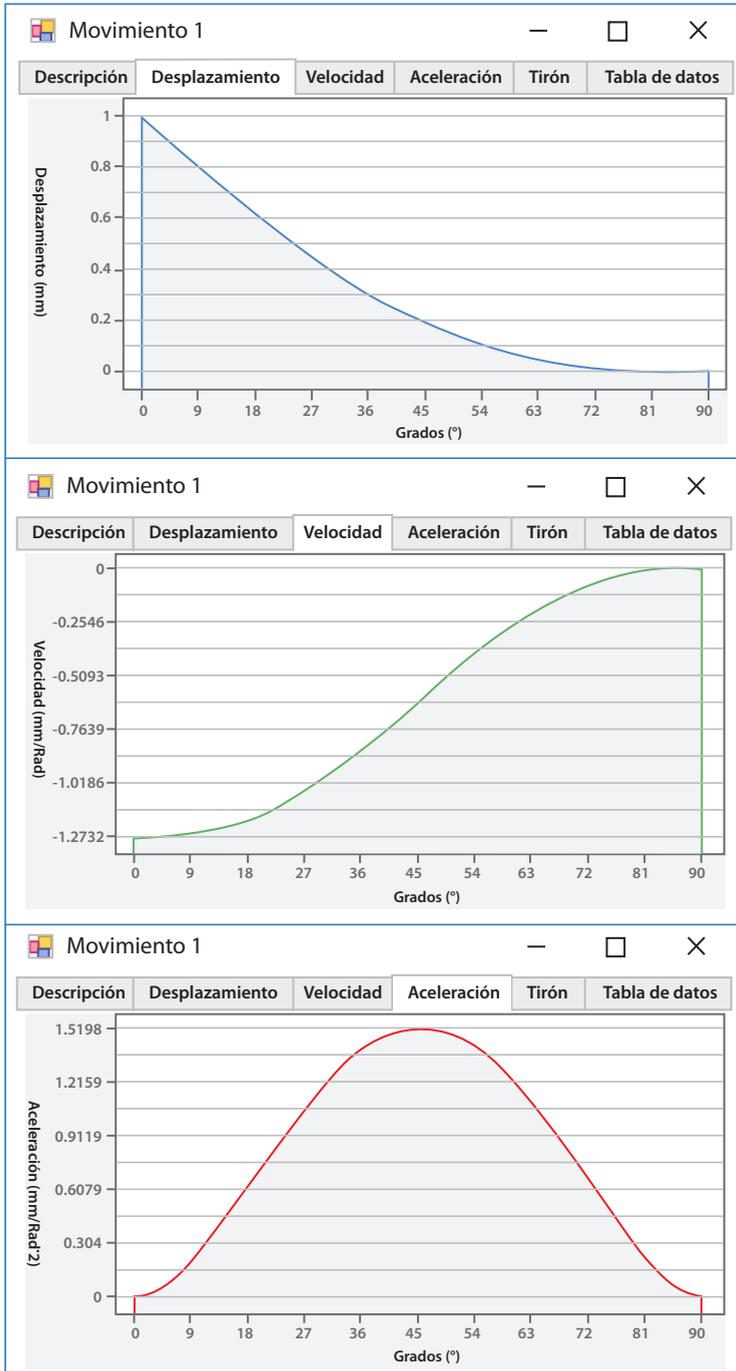
$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 - 360 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 240 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right) \quad (2,48)$$

Figura 23. Bézier 3 media bajada al inicio



Fuente: elaboración propia.

Figura 24. Bézier 4 media bajada al final



Fuente: elaboración propia.

2.3.2.4.5 Bézier 5 subida completa

$$S = L \left(35 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 84 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 70 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 - 20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^7 \right) \quad (2,49)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(140 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 - 140 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right) \quad (2,50)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 1680 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 2100 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 840 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right) \quad (2,51)$$

$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(840 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 - 5040 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 8400 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 4200 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right) \quad (2,52)$$

2.3.2.4.6 Bézier 6 bajada completa

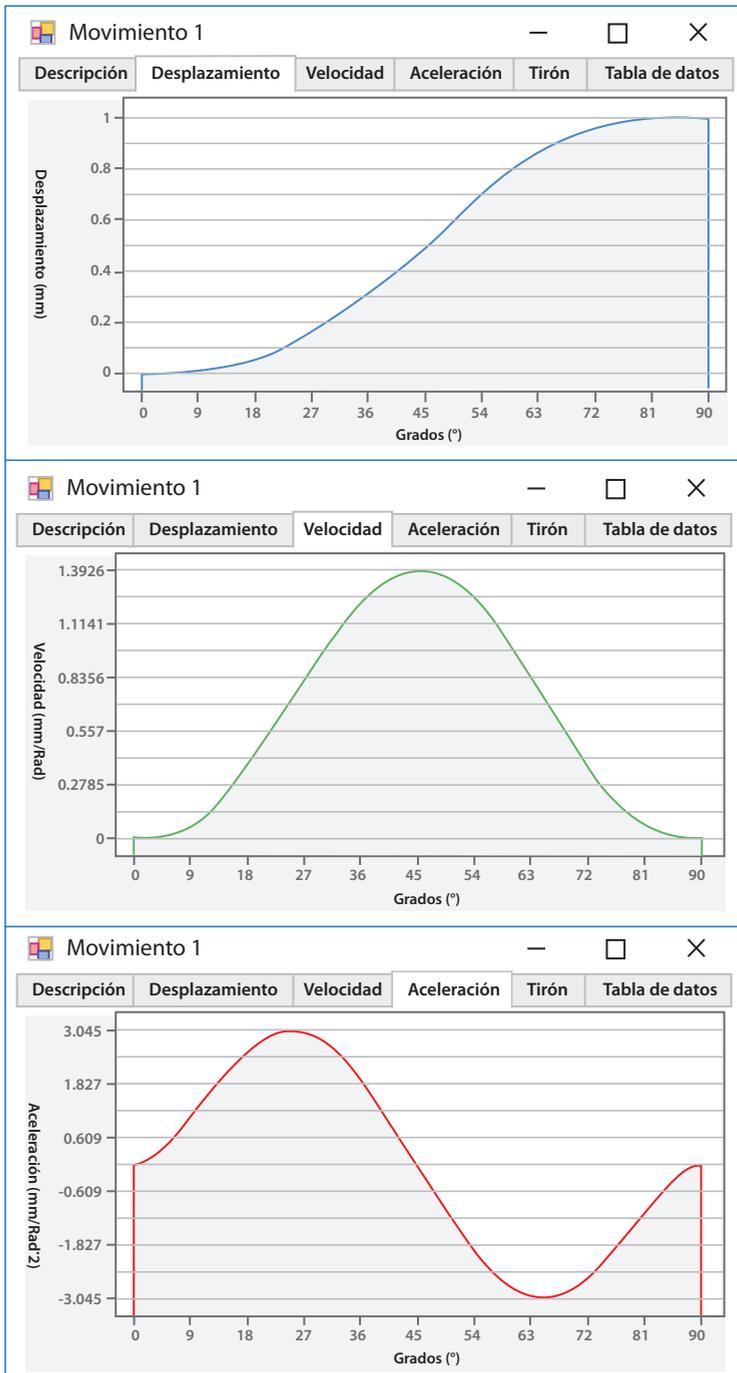
$$S = L \left(1 - 35 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 84 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 - 70 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 + 20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^7 \right) \quad (2,53)$$

$$V = \frac{L}{\beta} \left(-140 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 140 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right) \quad (2,54)$$

$$A = \frac{L}{\beta^2} \left(-420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 1680 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 2100 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 840 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right) \quad (2,55)$$

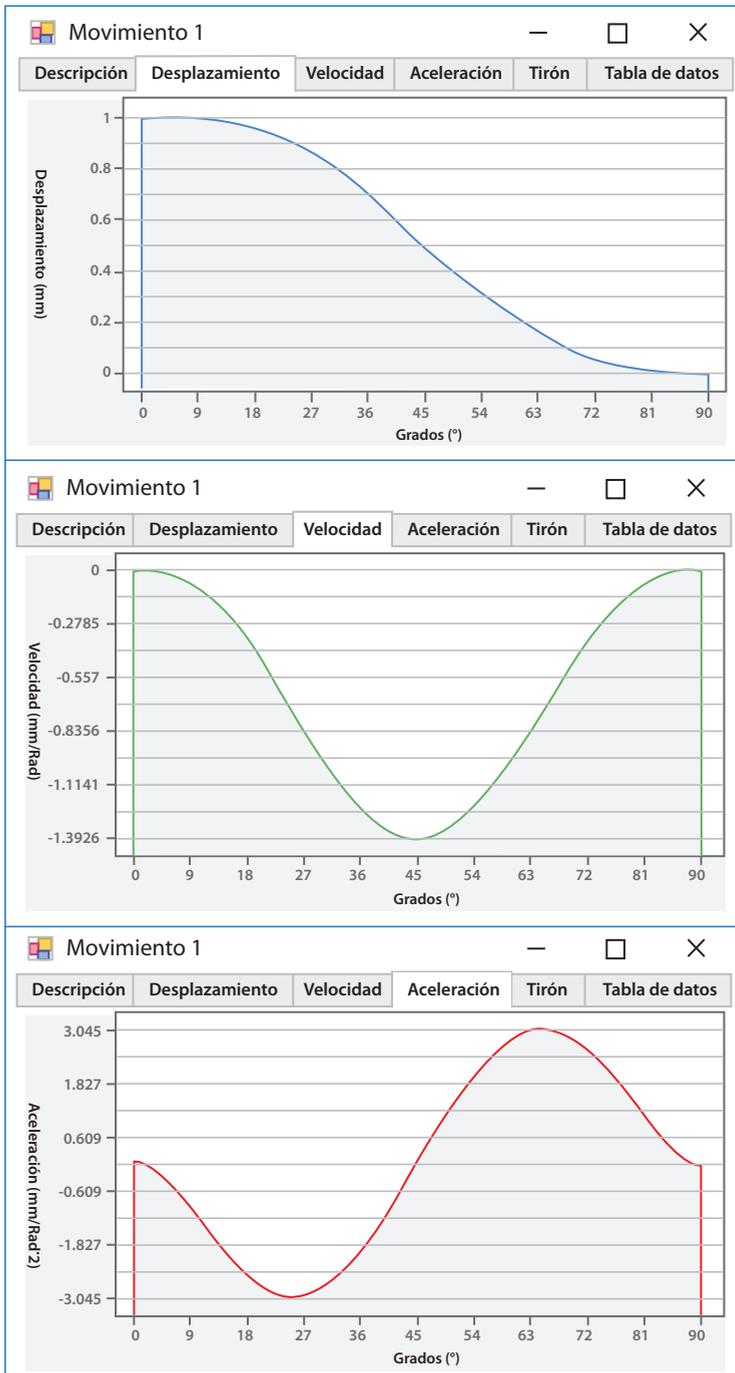
$$T = \frac{L}{\beta^3} \left(-840 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^1 + 5040 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 8400 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 4200 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right) \quad (2,56)$$

Figura 25. Bézier 5 subida completa



Fuente: elaboración propia.

Figura 26. Bézier 6 bajada completa



Fuente: elaboración propia.

2.3.3 Leva de placa plana con seguidor de rodillo traslacional

2.3.3.1 Ángulo de presión

El ángulo de presión es aquel comprendido entre la línea de acción del vástago del seguidor y la línea de acción entre la fuerza normal en el contacto entre el seguidor y la leva. El ángulo de presión se denota como $\Phi(\theta)$ y se calcula de la siguiente manera según Yang *et al.* (2022).

$$\phi(\theta) = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{ds}{d\theta} - e}{\sqrt{R_o^2 - e^2 + s(\theta)}} \right) \quad (2,57)$$

2.3.3.2 Radio del rodillo

El radio del rodillo juega un papel importante en el perfil geométrico de la leva por cuanto es el causante de que en la leva se presente socavamientos o rebabes que impidan el paso del rodillo. En ese sentido, para impedir que estos percances se presenten es necesario tener en cuenta la siguiente expresión matemática (Zhang *et al.*, 2022; Shigley y Uicker, 2009).

$$\rho_{paso} = \rho + R_r \quad (2,58)$$

Tomando como base cualquier texto estándar de cálculo diferencial, se puede escribir la expresión general para el radio de curvatura de una curva en coordenadas polares. Esto, a su vez, considerando que dicha expresión es utilizada solo para el caso en donde el seguidor no tiene excentricidad.

$$\rho_{paso} = \frac{\left((R_o + s(\theta))^2 + \left(\frac{ds}{d\theta} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}{(R_o + s(\theta))^2 + 2 \left(\frac{ds}{d\theta} \right)^2 - (R_o + s(\theta)) \frac{d^2s}{d\theta^2}} \quad (2,59)$$

Por otro lado, en el caso de que la excentricidad no sea igual a cero ($e \neq 0$), la expresión anterior no cumple con este caso. No obstante, Voronin y Villalobos Hernández (2010) solucionaron el problema al deducir de manera analítica las ecuaciones para el radio de curvatura con excentricidad no nula, como se describe a continuación:

$$\rho_{paso} = \frac{\left(\left(\sqrt{R_o^2 - e^2 + s(\theta)} \right)^2 + \left(\frac{ds}{d\theta} - e \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\sqrt{R_o^2 - e^2 + s(\theta)} \right)^2 + 2 \left(\frac{ds}{d\theta} \right)^2 - \left(\sqrt{R_o^2 - e^2 + s(\theta)} \right) \frac{d^2s}{d\theta^2} + 3e \frac{ds}{d\theta} - e^2} \quad (2,60)$$

Si se considera que existe un radio de paso instantáneo ρ_{paso} para cada diferencial de θ , es necesario determinar el radio de paso mínimo en todo el perfil de la leva para, luego, calcular el radio del rodillo óptimo dentro de las limitaciones de desgaste y vida útil bajo la consideración descrita por Norton (2012), Rothbart y Klipp (2004) y Hong (2011). Así, el radio del rodillo debe cumplir con lo siguiente:

$$R_r = \frac{\text{mín} |\rho_{paso}|}{3} \quad (2,61)$$

2.3.3.3 Ecuación de la curva de paso

Las ecuaciones para la curva de paso fueron desarrolladas por Voronin y Villalobos Hernández (2010) para el caso de excentricidad nula y cuando es igual a cero. Dichas ecuaciones se muestran a continuación:

2.3.3.3.1 Para el caso de excentricidad igual a cero ($e = 0$)

$$Y(\theta) = (R_o + s(\theta)) \sin(\theta) \quad (2,62)$$

$$X(\theta) = (R_o + s(\theta)) \cos(\theta) \quad (2,63)$$

2.3.3.3.2 Para el caso de excentricidad no nula ($e \neq 0$)

$$Y(\theta) = e \cos(\theta) + \left(\sqrt{R_o^2 - e^2} + s(\theta) \right) \sin(\theta) \quad (2,64)$$

$$X(\theta) = -e \sin(\theta) + \left(\sqrt{R_o^2 - e^2} + s(\theta) \right) \cos(\theta) \quad (2,65)$$

2.3.3.4 Ecuaciones paramétricas para el perfil de la leva

Las coordenadas rectangulares del perfil de una leva de placa con seguidor de movimiento alternativo con rodillo están dadas por las siguientes ecuaciones paramétricas (Voronin y Villalobos Hernández, 2010; Shigley y Uicker, 2009).

2.3.4 Leva de placa plana con seguidor de zapata traslacional

Los parámetros geométricos que se seleccionan en este sistema están dados por el círculo del radio primario y la anchura mínima y máxima del seguidor para describir el contorno de la leva.

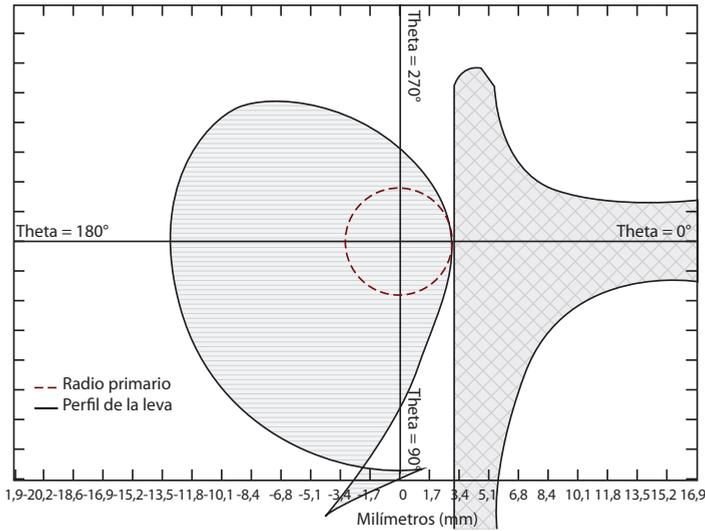
2.3.4.1 Cálculo del radio primario

Para calcular el radio primario se requiere el radio de curvatura mínimo, la aceleración máxima negativa y el desplazamiento donde se produce dicha

aceleración. Para evitar picos pronunciados en el contorno (ver Figura 27) se debe cumplir la siguiente inecuación:

$$R_o > \text{mín}|\rho_{\text{paso}}| - \text{máx}_{(-)} \left| \frac{d^2 s}{d\theta^2} \right| - s \quad (2,68)$$

Figura 27. Trazado de socavación de una leva de zapata

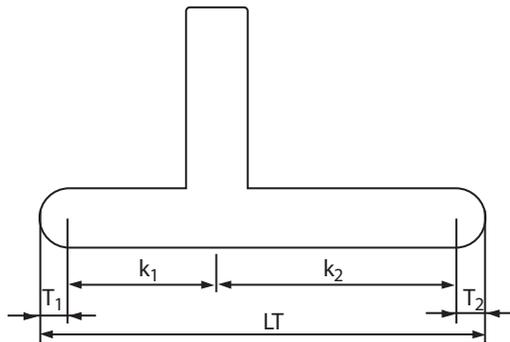


Fuente: elaboración propia.

2.3.4.2 Anchura de la zapata plana

Para dimensionar el seguidor de zapata (Flórez Solano, 2015) se tienen las siguientes consideraciones (ver Figura 28).

Figura 28. Nomenclatura utilizada en la zapata plana



Fuente: Flórez Solano (2015).

$$K_1 = \text{Máx}_{(-)} \left| \frac{ds}{d\theta} \right| \quad (2,69)$$

$$K_2 = \text{Máx}_{(+)} \left| \frac{ds}{d\theta} \right| \quad (2,70)$$

$$T_1 = 0.1K_1 \quad (2,71)$$

$$T_2 = 0.1K_2 \quad (2,72)$$

$$L_T = 1.1(K_1 + K_2) \quad (2,73)$$

2.3.4.3 Ecuaciones paramétricas para el perfil de la leva

Las siguientes ecuaciones proporcionan las coordenadas del perfil de una leva de cara plana con seguidor de zapata:

$$Y = (R_0 + s(\theta)) \sin(\theta) + \frac{ds}{d\theta} \cos(\theta) \quad (2,74)$$

$$X = (R_0 + s(\theta)) \cos(\theta) - \frac{ds}{d\theta} \sin(\theta) \quad (2,75)$$

2.3.5 Modelo dinámico del sistema leva seguidor flexible de un grado de libertad

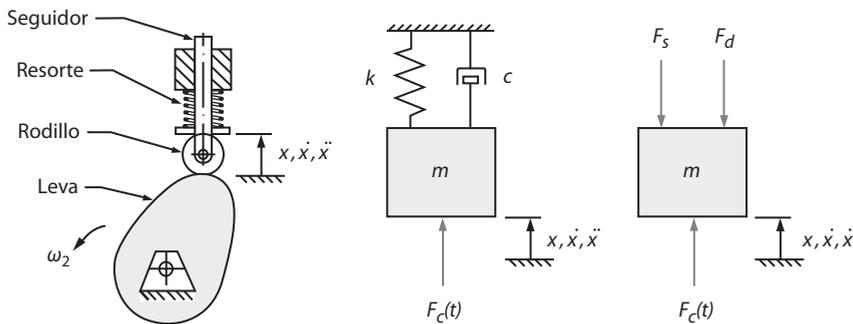
El análisis cinetostático o de dinámica inversa requiere un modelo matemático para describir el comportamiento de un sistema físico como lo es el sistema leva seguidor. No obstante, un sistema físico puede estudiarse a partir de diversos modelos matemáticos, por lo cual no tiene una solución única. En aspectos generales pueden variar según las condiciones del sistema leva seguidor que repercute en los grados de libertad del modelo. “Cada sistema mecánico real tiene infinitos grados de libertad. Cuanto mayor sea el grado de libertad en el modelo mayor es su complejidad y mayor será la necesidad de precisión y tiempo de cómputo en la simulación” (Zatarain *et al.*, 2017, p. 138).

En el transcurso del modelamiento dinámico del sistema leva seguidor flexible, tal análisis se ha hecho con diferentes grados de libertad (GDL). Battarra y Mucchi (2022) realizaron un estudio con un modelo detallado de cuatro GDL asumiendo efectos como juego en los engranes impulsores, efectos de presión del lubricante, entre otros, a partir del cual obtuvieron una predicción sumamente cercana al sistema físico. Además, los autores concluyeron que, al comparar dicho modelo con uno de un grado de libertad (ver Figura 29), tal modelo se asemejaba considerablemente al modelo físico.

Entretanto, otros autores como Siczek (2016), Downey *et al.* (2019) y Zhou *et al.* (2016) enfocaron sus investigaciones a un modelo matemático de 1 GDL debido a que provee resultados satisfactorios para la mayoría de las aplicaciones siempre y cuando se cumplan dos consideraciones (Tsuha *et al.*, 2017):

1. Las amplitudes de excitación cercanas a la frecuencia del primer modo son significativamente mayores que las de la frecuencia del segundo modo (como casi siempre).
2. Las vibraciones del modo más alto son notables para aumentar el tiempo de expulsión a grandes magnitudes.

Figura 29. Modelo de un grado de libertad con amortiguamiento



Fuente: Norton (2012).

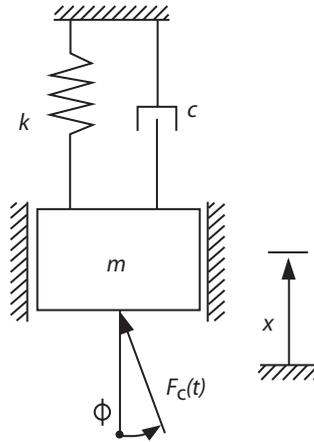
La condición 2 es verdadera en los sistemas de seguimiento de leva donde el seguidor está sentado durante una porción significativa de cada ciclo, lo que permite que las vibraciones desaparezcan rápidamente, o cuando las excitaciones son lo suficientemente bajas como para amortiguar las vibraciones a un nivel bajo.

Ahora bien, con base en las conclusiones de Khosrozadeh *et al.* (2021), en el presente trabajo se utilizó el modelo matemático de un grado de libertad debido a su amplio rango de aplicaciones y su versatilidad.

2.3.6 Sistema leva seguidor con un grado de libertad

El sistema leva seguidor representado en la Figura 3 es un sistema de cierre de fuerza en tanto depende de la acción del resorte para mantener el contacto entre el seguidor y la leva. De igual modo, en el sistema toda la masa que se mueve está concentrada como (m) , es decir, la masa del rodillo, del vástago del seguidor, del pivote y cualquier otra masa que conforme este conjunto es la suma para conformar la masa del cuerpo (ver Figura 30).

Figura 30. Diagrama de cuerpo libre para el sistema



Fuente: Acevedo Peñaloza (2005).

La fuerza generada por el contacto entre la leva y el rodillo está representada como F_c , la cual actúa en el eje normal entre el rodillo y la leva y, además, depende directamente del perfil geométrico de la misma. Por otro lado, la resistencia al movimiento se concentra como un amortiguador de coeficiente c (Acevedo Peñaloza, 2005; Battarra y Mucchi, 2022) y asegura que la constante de amortiguamiento para la mayor parte de los sistemas leva seguidor sea $c = 0,06$.

2.3.7 Análisis de la fuerza de contacto del sistema leva seguidor

Analizando la Figura 30 y aplicando la segunda ley de Newton se tiene:

$$\begin{aligned} \sum F &= m\ddot{x} & (2,76) \\ -c\dot{x} + F_c \cos(\phi) - kx - F_{pc} &= m\ddot{x} \\ F_c \cos(\phi) &= m\ddot{x} + kx + c\dot{x} + F_{pc} \\ F_c(\theta) &= \frac{\omega \left(m \frac{d^2 s}{d\theta^2} \omega + c \frac{ds}{d\theta} \right) + kS(\theta) + F_{pc}}{\cos(\phi)} & (2,77) \end{aligned}$$

Donde:

$F_{pc} = kx_0 =$ Precarga del sistema.

$\omega =$ Velocidad angular de la leva.

$\frac{d^2 s}{d\theta^2} =$ Aceleración del seguidor.

$\frac{ds}{d\theta}$ = Velocidad del seguidor.

$S(\theta)$ = Desplazamiento del seguidor.

ϕ = Ángulo de presión.

c = Constante del amortiguador.

k = Constante del resorte.

2.3.8 Seguimiento de fuerzas dinámicas

Comúnmente, se tienen dos tipos de procedimientos para el seguimiento de fuerzas dinámicas: “Uno es el análisis dinámico directo que es cuando se suponen conocidas todas las fuerzas presentes en el sistema y se resuelve el sistema para evaluar los desplazamientos, velocidades y aceleraciones y el otro es el análisis dinámico inverso” (Acevedo Peñaloza, 2005). En este último se conocen todos los parámetros de diseño como las leyes de desplazamiento que comprenden el análisis cinemático y la velocidad angular de trabajo. Es necesario recalcar, en ese sentido, que en el presente trabajo se aplica el análisis dinámico inverso para el cálculo de esfuerzos de las teorías de contacto utilizando como datos de entrada los que se describen seguidamente:

- Leyes de desplazamiento.
- Radio del círculo primario.
- Masa del seguidor.
- Elasticidad del sistema.
- Profundidad de la leva.
- Relación de Poisson del material de la leva.
- Relación de Poisson del material del seguidor.
- Módulo de elasticidad del material de la leva.
- Módulo de elasticidad del material del seguidor.

2.3.9 Teorías de contacto – seguidor de rodillo

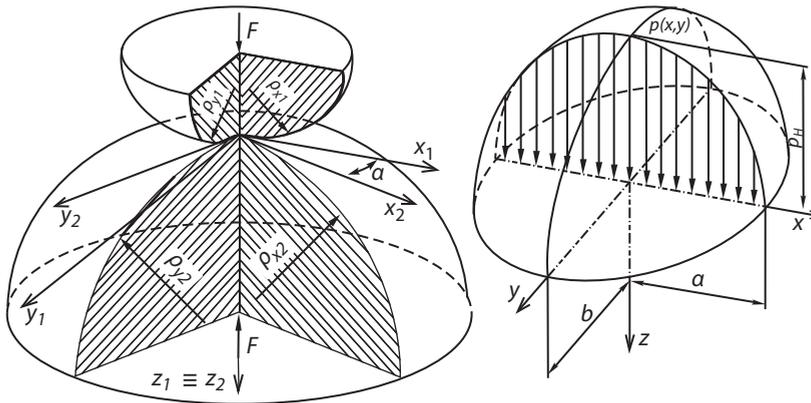
En la mecánica, la teoría de contacto estudia los esfuerzos y las deformaciones que surgen al interactuar (entrar en contacto) dos superficies sólidas. Existen dos tipos de contacto (Sathish *et al.*, 2014): en primer lugar, cuando ambas superficies están exactamente ajustadas sin deformación. Esto se denomina contactos conformes. En segundo lugar, cuando aquellas superficies se deforman en un área definida llamada área de contacto, lo cual es denominado contactos no conformes.

Los contactos no conformes dependen de la geometría de la superficie, así como de sus cargas y del tipo de material que estos poseen. La teoría general de contacto (Acevedo Peñaloza, 2005) facilita el análisis de diversas geometrías tridimensionales en contacto. Entre las más comunes están esfera sobre esfera y cilindro sobre cilindro. Según Ondrášek (2018), el contacto entre la leva y el seguidor puede sustituirse para su análisis como la interacción de dos cilindros con ejes paralelos. No obstante, si los cilindros son axialmente cortos (levas con espesor menor a su radio primario) los esfuerzos se consideran tridimensionales (Acevedo Peñaloza, 2005).

2.3.9.1 Teoría del contacto elástico de Hertz

El área de contacto (huella de contacto) que se forma por la interacción entre dos cuerpos geoméricamente definidos y elásticos está dada por la acción de una fuerza denominada fuerza de contacto. En caso contrario, si los cuerpos son infinitamente rígidos el área de contacto es nula por cuanto esta se concentra en un punto o en una línea. Según Ondrášek (2018), el área de contacto entre dos esferas es una elipse, tal como se ilustra en la Figura 31.

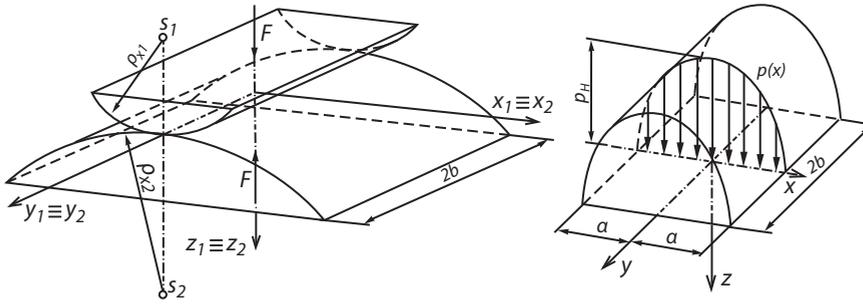
Figura 31. Contacto elíptico de dos esferas



Fuente: Ondrášek (2018).

En el caso de la leva y el seguidor, la huella de contacto es la originada por dos cilindros cuya forma de contacto es un rectángulo (ver Figura 32).

Figura 32. Línea de contacto cilíndrico



Fuente: Ondrášek (2018).

Por otro lado, la expresión que describe la geometría de la huella de contacto es la siguiente (Jackson *et al.*, 2013):

$$a = \sqrt{\frac{4FR}{\pi LE^*}} \quad (2,78)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2,79)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2,80)$$

En la Figura 32 la distribución de la presión se describe como una función semielíptica con un valor máximo en la línea de acción donde actúa la fuerza de contacto y que es cero en los extremos donde finaliza el contacto (Ondrášek, 2018). La expresión para hallar la distribución de presión en el intervalo $x \leq |a|$ se describe como sigue:

$$P(x) = P_H \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (2,81)$$

Donde la presión máxima (P_H) (Jackson *et al.*, 2013) para $x = 0$:

$$P_H = \frac{F}{\pi ab} \quad (2,82)$$

2.3.9.3 Esfuerzos de contacto a rodadura pura

Los esfuerzos de contacto a rodadura pura ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) disminuyen en proporción a una distancia vertical desde el punto de contacto, es decir, desde una variable independiente $\xi = \frac{|z|}{a}$. Ondrášek (2018) define las siguientes expresiones:

$$\frac{\sigma_x}{P_H} = -\frac{1 + 2\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} + 2\xi, \quad \frac{\sigma_y}{P_H} = -2\nu \left(\sqrt{1 + \xi^2} - \xi \right), \quad \frac{\sigma_z}{P_H} = -\frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (2,83)$$

Además, el esfuerzo cortante está definido como sigue (Khosrozadeh *et al.*, 2021):

$$\frac{\tau}{P_H} = -\frac{1}{a} \left(z - \frac{z^2}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) \quad (2,84)$$

Los valores máximos de los esfuerzos a rodadura pura y de esfuerzo cortante, así como sus respectivas ubicaciones son los siguientes:

$$\sigma_{x(max)} = -P_H \quad \therefore \quad z = 0 \quad (2,85)$$

$$\sigma_{y(max)} = -2\nu P_H \quad \therefore \quad z = 0 \quad (2,86)$$

$$\sigma_{z(max)} = -P_H \quad \therefore \quad z = 0 \quad (2,87)$$

$$\tau_{(max)} = 0,304P_H \quad \therefore \quad z = 0,786a \quad (2,88)$$

2.3.9.3 Esfuerzos de contacto a rodadura pura y carga tangencial

Generalmente, en el sistema leva seguidor se presentan dos tipos de cargas conocidas como carga normal y carga tangencial, las cuales generan esfuerzos combinados sobre el modelo. De igual forma, esta fuerza tangencial es la causante del deslizamiento entre el seguidor y el rodillo, además del motivo por el cual los esfuerzos principales a rodadura pura se modifican y, por ende, la razón de que la teoría sea ineficiente en presencia de cargas tangenciales. Los esfuerzos principales se describen a continuación:

$$\sigma_x = \sigma_{x_n} + \sigma_{x_t} \quad (2,89)$$

$$\sigma_z = \sigma_{z_n} + \sigma_{z_t} \quad (2,90)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{xz_n} + \tau_{xz_t} \quad (2,91)$$

Por lo demás, se ilustra el desarrollo de cada término de las ecuaciones anteriormente citadas (Shakoor, 2006; Yuan *et al.*, 2022):

$$\sigma_{x_n} = -\frac{z}{\pi} \left(\frac{a^2 + 2x^2 + 2z^2}{a} \beta - \frac{2\pi}{a} - 3x\alpha \right) P_H \quad (2,92)$$

$$\sigma_{z_n} = -\frac{z}{\pi} (a\beta - x\alpha) P_H \quad (2,93)$$

$$\tau_{xz_n} = -\frac{1}{\pi} z^2 \alpha P_H \quad (2,94)$$

Si $x \geq a$ entonces

$$\sigma_{x_t} = -2f_{max} \left(\frac{x}{a} - \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1} \right) \quad (2,95)$$

Si $x \geq -a$ entonces

$$\sigma_{x_t} = -2f_{max} \left(\frac{x}{a} + \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1} \right) \quad (2,96)$$

Si $|x| \geq a$ entonces

$$\sigma_{x_t} = -2f_{max} \left(\frac{x}{a} \right) \quad (2,97)$$

$$\sigma_{z_t} = 0 \quad (2,98)$$

Si $|x| \geq a$ entonces

$$\tau_{xz_t} = -f_{max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2} \quad (2,99)$$

De lo contrario, $\tau_{xz_t} = 0$

Donde las constantes f_{max} , α y ψ están dadas por:

f_{max} , α y ψ

$$f_{max} = \mu P_H \quad (2,100)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{k_1} \frac{1 - \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}}{\sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \sqrt{2\sqrt{\frac{k_2}{k_1}} + \left(\frac{k_1 + k_2 - 4a^2}{k_1} \right)}} \quad (2,101)$$

$$\beta = \frac{\pi}{k_1} \frac{1 + \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}}{\sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \sqrt{2\sqrt{\frac{k_2}{k_1}} + \left(\frac{k_1 + k_2 - 4a^2}{k_1} \right)}} \quad (2,102)$$

Donde finalmente k_1 y k_2 por:

$$k_1 = (a + x)^2 + z^2 \quad (2,103)$$

$$k_2 = (a - x)^2 + z^2 \quad (2,104)$$

2.3.10 Prevención de fallas para el seguidor de rodillo

En el sistema de leva seguidor se estudian dos tipos comunes: la falla debida a la fluencia y la falla por fatiga.

2.3.10.1 Falla a flexión: teoría de la energía de distorsión para materiales dúctiles

La teoría de la energía de deformación máxima para materiales dúctiles predice que la falla ocurre cuando la energía de deformación total por unidad de volumen alcanza o excede la energía de deformación por unidad de volumen correspondiente del mismo material (Budynas y Nisbett, 2012). Para un esfuerzo plano, dicha teoría se expresa de la siguiente manera:

$$\sigma' = \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_z + \sigma_z^2 + 3\tau_{xz}^2)} \quad (2,105)$$

Donde se debe cumplir la siguiente condición:

$$\sigma' < S_y \quad (2,106)$$

2.3.10.2 Falla a desgaste

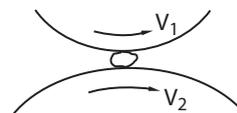
En el sistema leva seguidor se presentan cuatro tipos de desgastes con los cuales se muestran sus efectos perjudiciales. Estos desgastes pueden ser adhesivos, abrasivos, corrosivos y superficiales, todo ello teniendo en cuenta que en una semijunta la fricción es mayor. Por lo tanto, en la mayoría de los casos las levas deben estar engrasadas o con baños de aceite para minimizar el contacto entre metales tanto como se pueda y de este modo disminuir el desgaste. A continuación, se presenta la forma de prevenirlos.

2.3.10.3 Desgaste adhesivo

Figura 33. a) Consecuencia del desgaste por adherencia y b) partícula atrapada en el contacto



a)



b)

Se produce entre dos superficies deslizantes (leva y seguidor). Este desgaste produce el desprendimiento de uno de los sólidos y adhesión en el otro debido a las fuerzas de atracción entre los átomos de los materiales. Además, parte del material que se desprende en el literal b de la Figura 33 causa rayaduras en ambas superficies del literal a de la misma figura.

Así, y con base en los daños provocados en los materiales, es importante tener en cuenta la compatibilidad que tienen ambos materiales, es decir, cuando se tiene una buena combinación también se tienen beneficios como una larga vida útil en los materiales. A continuación, en la Tabla 1 se muestran buenas combinaciones para una larga vida y combinaciones no recomendadas (Rothbart y Klipp, 2004; Hong, 2011).

Tabla 1. Combinación de metales

Buena	Pobre
Hierro fundido y bronce fósforo.	Acero endurecido y bronce endurecido.
Acero endurecido y bronce fosforado.	Acero al níquel endurecido y acero al níquel endurecido.
Hierro fundido y acero blando.	Acero blando y bronce.
Babbitt y acero suave.	Acero blando y acero blando.
Brasas suaves y acero suave.	Acero blando y resinas termoestables laminadas.
Acero endurecido y bronce suave.	Acero blando y nylon.
Acero endurecido y latón.	
Acero endurecido y hierro fundido.	
Acero endurecido y resinas termoestables laminadas.	
Acero endurecido y nylon.	

Fuente: Rothbart y Klipp (2004) y Hong (2011).

2.3.10.4 Desgaste abrasivo y corrosivo

Este desgaste se produce cuando un material con una dureza mayor depende de determinadas partículas que socavan al material más blando, así como de otros factores externos como polvo y contaminantes. De acuerdo con Rothbart y Klipp (2004), la recomendación es llevar a cabo una buena lubricación del sistema, pues los beneficios de la lubricación disminuyen los efectos corrosivos en las superficies.

2.3.10.5 Desgaste superficial

En el transcurso del tiempo se han desarrollado diversos estudios probabilísticos para rodamientos y engranajes que se ajustan estrechamente al modelo real de la vida útil del sistema. Sin embargo, en lo que respecta al sistema leva seguidor no se han producido modelos estadísticos (Rothbart y Klipp, 2004; Hong, 2011). No obstante, Chang *et al.* (2022), Bravo *et al.* (2015) y Lei *et al.* (2021) desarrollaron

un modelo experimental para el cálculo de la vida útil de la leva con seguidor de rodillo alternativo.

Este modelo requiere la utilización de la fuerza normal por unidad de longitud del cilindro P' y el factor de carga de tensión K , que relacionan los radios de curvatura instantáneos en el punto de contacto, los módulos de elasticidad y el esfuerzo máximo de Von Mises, tal como se muestra a continuación:

$$P' = \frac{K}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} \quad (2,107)$$

Donde:

$$K = \frac{\max(\sigma')^2}{0.35} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \quad (2,108)$$

Ahora bien, la vida útil se obtiene de diversos ajustes y se expresa así:

$$\log_{10}(K) = \frac{B - \log_{10}(N)}{A} \quad (2,109)$$

Donde las constantes A y B se obtienen a partir de la Figura 34 y la Figura 35. Estas constantes dependen directamente de los materiales de la leva y del seguidor, por lo que es necesario recalcar que los esfuerzos dados en estas figuras son exclusivos para una vida de 100 millones de ciclos.

Figura 34. Resistencia a la fatiga de la superficie para diversos materiales (funcionamiento contra el rodillo de acero para herramientas 60–62 Rc) parte 1

Material	Rodamiento puro				Rodamiento & 9% deslizante			
	K_1	σ_{max}^*	A	B	K_1	σ_{max}^*	A	B
1020 acero, carburado, 0.045 in. min. profundidad, 50–60 Rc	12,700	256,000	7.39	38.33	10,400	99,000	13.20	61.06
1020 acero, 130–150BHN					1,720	94,000	4.78	23.45
1117 acero, 130-150BHN	1,500	89,000	4.21	21.41	1,150	77,000	3.63	19.21
X 1340 acero, endurecidas por inducción, 0.045 in. min. profundidad, 45–58Rc	10,000	227,000	6.56	34.24	8,200	206,000	8.51	41.31
Estam. De acero (muelles templados en azul), 40–50Rc	2,470	113,000	4.00	21.57				
4140/4 150 acero, 350-370BHN (etd 180)					11,300	242,000	17.76	80.00
4150 acero, tratada térmicamente, 270-300BHN, Con revestimiento de fosfato	12,000	249,000	11.40	54.52	8,660	211,000	15.47	68.92
4150 acero, tratada térmicamente, 270-300BHN, cromado	6,060	177,000	11.18	50.29				
4150 acero, tratada térmicamente, 270-300BHN, Con revestimiento de fosfato	9,000	216,000	8.80	42.81	6,260	180,000	11.56	51.92
4150 acero fundido cerámico, tratada térmicamente, 270-300BHN					2,850	121,000	17.86	69.72
0.045 in. min. profundidad, 50-58Rc	13,000	259,000	14.15	66.22	9,000	216,000	14.02	63.44
4340 acero, tratada térmicamente, 270-300BHN					5,500	169,000	18.05	75.55
300BHN 6150 acero, 3000-320BHN	1,170	78,000	3.10	17.51				
6150 acero, 300-320BHN					1,820	97,000	8.30	35.06
18 % Ni herramienta maraging, templado al aire, 48-50 Rc					4,300	146,000	3.90	22.18
Hierro gris, clase 20,								
160190 HBN, con revestimiento de fosfato	940	53,000	3.90	19.60				
Hierro gris, clase 20, 140-160 BHN	790	49,000	3.83	19.09	740	47,000	4.09	19.72
Hierro gris, clase 30, 200-220BHN	1,120	63,000	4.24	20.92				
Hierro gris, clase 30,								

Fuente: Rothbart y Klipp (2004) y Hong (2011).

Figura 35. Resistencia a la fatiga de la superficie para diversos materiales (funcionamiento contra el rodillo de acero para herramientas 60–62 Rc) parte 2

Material	Rodamiento puro			Rodamiento & 9% deslizando		
	K _i	σ _{max} *	B	K _i	σ _{max} *	B
tratadamente termicamente (austemperizado), 255-300BHN, con revestimiento de fostato	2,920	102,000	27,11	2,510	94,000	28,44
Hierro gris, clase 30,						
Templado en aceite, 270-415 BHN	1,850	81,000	25,79			
Hierro gris, clase 35, 225-255BHN	2,000	86,000	46,35	1,900	84,000	35,51
Hierro gris, clase 45, 220-240BHN				1,070	65,000	19,41
Hierro nodular, Grado 80-60-03, 270-24 IBHN	2,100	96,000	41,53	1,960	93,000	26,31
Hierro nodular, Grado 100-70-03, tratada termicamente, 240-260BHN				3,570	122,000	54,33
Latón Amarillo de alta resistencia, dibujado, 157-162BHN	1,280	67,000	19,45			
Níquel bronce, 80-90BHN	1,390	73,000	26,89			
SAE 65 fundición de arena de P-bronce, 65-75BHN	730	52,000	16,13	350	36,000	14,08
SAE 660 Bronce de fundido continuo, 75-80BHN				320	33,000	12,87
Bronce de aluminio	2,500	98,000	27,97			
Función a presión de zinc, 70BHN	250	28,000	15,35	220	26,000	15,29
Fonólico de base de algodón de fibra aleatoria	1,000		26,11	900		25,60
Fenólico laminado grafitizado	900		27,43			
Nema Grado L. fenólico laminado	880		35,64	830		24,13
Base de lino laminado fenólico	830		32,90	670		26,25
Resina acetálica	620			580		
Goma de poliuretano	240					
Resina de policarbonato	60					
Poliétileno de alto peso molecular				370		28,61

Fuente: Rothbarty Klipp (2004) y Hong (2011).

2.3.11 Deformación en un contacto cilíndrico elástico – seguidor de rodillo

Dos cuerpos cilíndricos axialmente cortos expuestos a rodadura pura y/o carga tangencial experimentan una deformación en la dirección normal (eje z-z). Los autores Xiao *et al.* (2021) y Jackson *et al.* (2013) proporcionan una expresión matemática para el cálculo de deformación para un contacto cilíndrico elástico de cilindros convexos:

$$\delta = \frac{F}{2\pi bE^*} \left[\ln \left| \left(\frac{8\pi bRE^*}{F} \right) \right| - 1 \right] \quad (2,110)$$

2.3.12 Teorías de contacto – seguidor de zapata plana

El mecanismo de seguidor de leva plana se ajusta a las teorías herzianas de dos cilindros en contacto donde el radio de curvatura R_2 , que corresponde a la zapata, tiende al infinito, por lo tanto, $\frac{1}{R_2} = 0$ y la relación de los radios de curvatura se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} \quad (2,111)$$

Mientras las demás expresiones de la teoría de la huella de contacto permanecen constantes, los esfuerzos principales a rodadura pura y la deformación unitaria permanecen equivalentes. No obstante, tanto los esfuerzos debido a carga tangencial como el modelo de predicción a falla superficial cambian. A continuación, se muestran las expresiones para calcular los esfuerzos a carga tangencial (Shakoor, 2006; Yuan *et al.*, 2022):

$$\sigma_{x_t} = -\frac{1}{\pi} \left((2x^2 - 2a^2 - 3z^2)\alpha + 2\pi \frac{x}{a} + 2(a^2 - x^2 - z^2) \frac{x}{a} \beta \right) f_{max} \quad (2,112)$$

$$\sigma_{z_t} = -\frac{1}{\pi} z^2 \alpha f_{max} \quad (2,113)$$

$$\tau_{xz_t} = -\frac{1}{\pi} \left((2x^2 + a^2 + 2z^2) \frac{z}{a} \beta - 2\pi \frac{z}{a} - 3xz\alpha \right) f_{max} \quad (2,114)$$

Finalmente, para el desarrollo de la vida útil del sistema leva con seguidor de zapata plana, se puede evitar el daño por fatiga superficial (Hejnová, 2014; Ondrášek, 2018) utilizando el modelo empírico de Niemann por medio de la siguiente ecuación:

$$P_{HMax} = \frac{K}{N^{1/6}} f(H), \quad K = 4777 \text{ Mpa} \quad (2,115)$$

Donde $f(H)$ expresa la función de dureza por medio de las siguientes expresiones:

$$f(H) = \frac{HB}{1000}, f(H) = 0,251 + \frac{HRC}{100} \left[\frac{HRC}{100} \left(2,74 - 122 \frac{HRC}{100} \right) - 0,6 \right] \quad (2,116)$$

Se denota HB para el Brinell y HRC para las escalas de Rockwell.

2.4 Marco legal

2.4.1 Licencia de software

Ley 603 del 2000 sobre legalización del *software*. Al tratar este libro del desarrollo de un programa computacional, y con el fin de hacer un uso legal del *software*, se ha utilizado una herramienta de desarrollo denominada Microsoft Visual Studio Community 2017, la cual pertenece a la compañía Microsoft y es de uso gratuito con el fin de que estudiantes y profesionales puedan usarla sin ningún tipo de percañce legal.

Diseño del *software* Leva-CAD. Para finalizar el desarrollo del *software* Leva-CAD y cumplir con los objetivos trazados al inicio del libro, fue necesario dividir en cuatro fases su elaboración, las cuales se describen a continuación:

2.5 Fase 1: recolección de información

Con el fin de obtener la información sobre las teorías para el desarrollo del *software*, se acudió a las siguientes bases de datos: Science Direct, Scopus, E-libro, Google Académico y Scielo. Además, se recopiló la información más relevante de diferentes libros que abarcan las teorías de máquinas y mecanismos para así estudiarla y transcribirla de forma ordenada y referenciada.

La información referente al estudio cinemático se dividió en dos temas: levas de placa plana con seguidor de rodillo traslacional y levas con seguidor de zapata traslacional. Para las levas de rodillo se investigaron las diversas leyes de desplazamiento (funciones tradicionales, polinomios de base canónica, de Fourier, funciones modificadas y las curvas de Bézier), así como sus parámetros geométricos, entre los cuales están el estudio del ángulo de presión, el radio de curvatura, el radio del rodillo, el radio primario, el análisis de la excentricidad y las ecuaciones paramétricas que definen el contorno. Posteriormente, para las levas de cara plana se investigó sobre el estudio del radio primario, el dimensionamiento del seguidor de zapata plana y, finalmente, las ecuaciones paramétricas para definir el contorno de dicha leva.

Finalmente, en la parte del estudio dinámico de ambas levas se buscó información relacionada con las teorías de contacto, las cuales comprenden el análisis de la

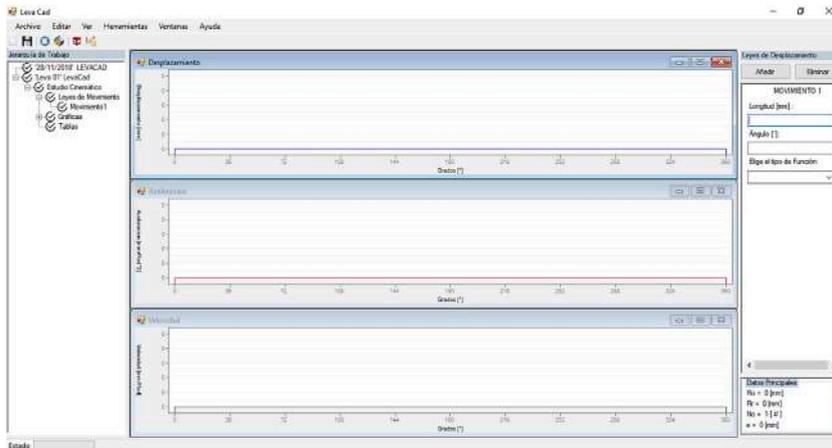
huella de contacto, la distribución de presión en la huella, los esfuerzos a rodadura pura con carga tangencial en la superficie y debajo de la misma, deformación en el contacto, análisis de flexión a partir de la teoría de la energía de distorsión y, por último, relaciones empíricas para el cálculo de la vida útil a fatiga con base en la teoría de Niemann para seguidor de zapata plana y de Cram, Morrison, y Talbourdet para seguidores de rodillo.

2.6 Fase 2: diseño de interfaz gráfica

Leva-CAD es un programa que cumple con los requisitos exigidos por el usuario en aspectos como la obtención de resultados en un lapso corto y sin tantas dificultades en su uso con diversas ilustraciones gráficas. Además, suministra sugerencias de diseño y para el aprendizaje rápido.

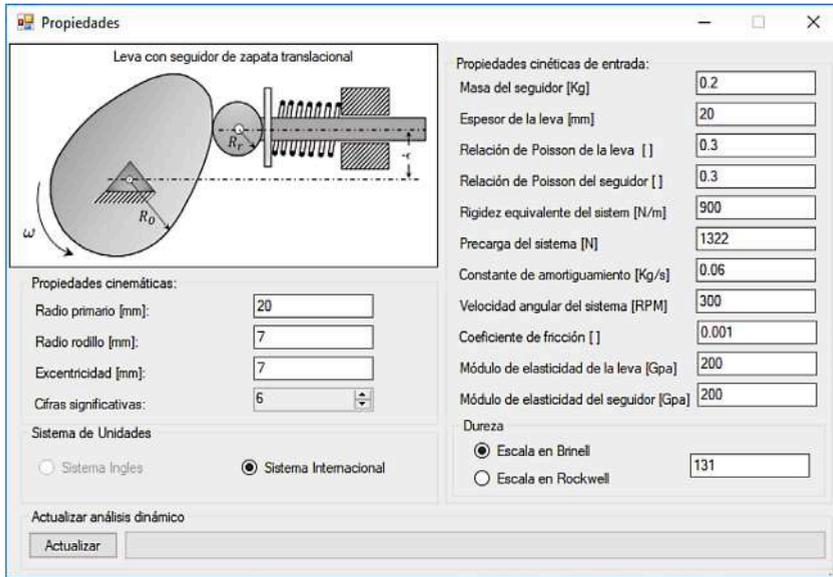
Con el fin de mostrar algunas imágenes del diseño de la interfaz de Leva-CAD, en la Figura 36 se puede apreciar el formulario principal, mientras que en la Figura 37 se visualiza el panel que abarca las diversas variables de entrada, a saber, tanto las cinemáticas como cinéticas. Asimismo, en la Figura 38 se ilustra el diseño del contorno de una leva de rodillo, en la cual se puede apreciar la nomenclatura utilizada y, por último, la Figura 39 presenta el diseño utilizado para calcular y analizar la vida del sistema.

Figura 36. Formulario principal de Leva-CAD



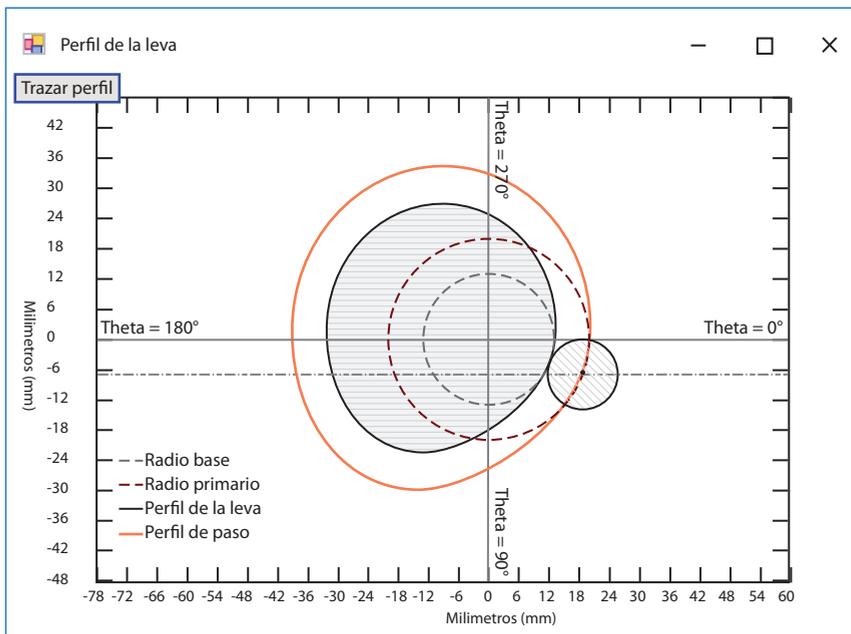
Fuente: elaboración propia.

Figura 37. Panel de propiedades cinemáticas y dinámicas



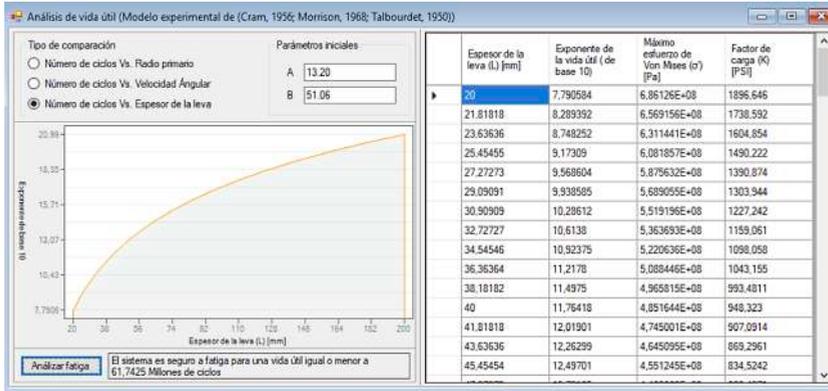
Fuente: elaboración propia.

Figura 38. Formulario para el diseño del perfil geométrico de la leva



Fuente: elaboración propia.

Figura 39. Diseño del panel para el estudio de la vida útil a fatiga



Fuente: elaboración propia.

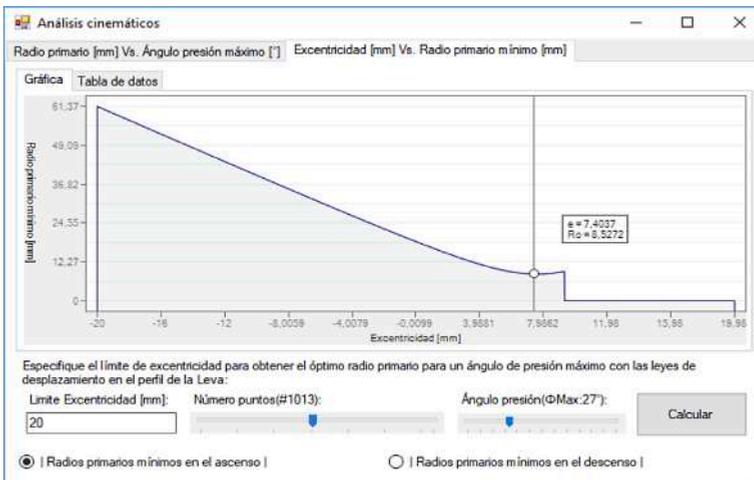
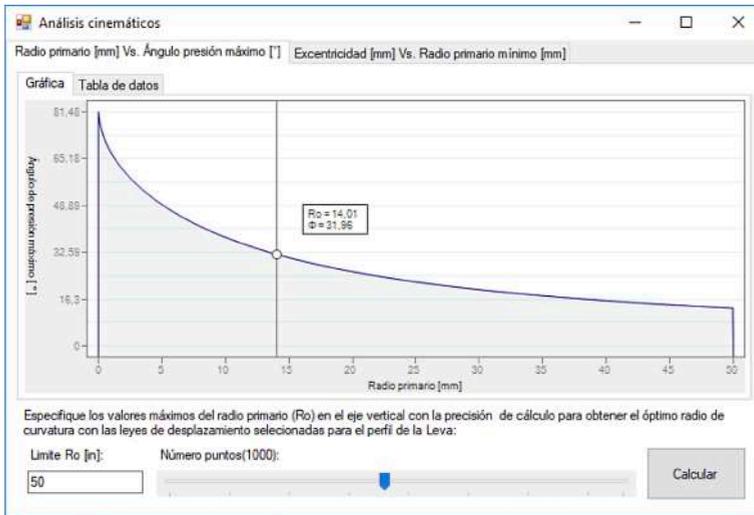
2.7 Fase 3: programación de cada módulo en Visual Basic.Net

Al iniciar la fase de programación de Leva-CAD, se planeó estructurar este en dos módulos base denominados módulo cinemático y módulo dinámico, los cuales engloban una serie de clases, procedimientos y rutinas.

Para la programación del primer módulo, se inició con el desarrollo de una clase que permite añadir, modificar y eliminar las diferentes leyes de desplazamiento que rigen al seguidor. Además, estas funciones se muestran al usuario de manera gráfica en el formulario principal. Luego de diseñar la clase para las leyes de desplazamiento, se procedió a desarrollar una clase para el estudio del radio primario que comprende dos análisis, entre los cuales se encuentra el cálculo del radio primario en función del ángulo de presión máximo y, de otro lado, el cálculo del radio primario mínimo en función de la excentricidad.

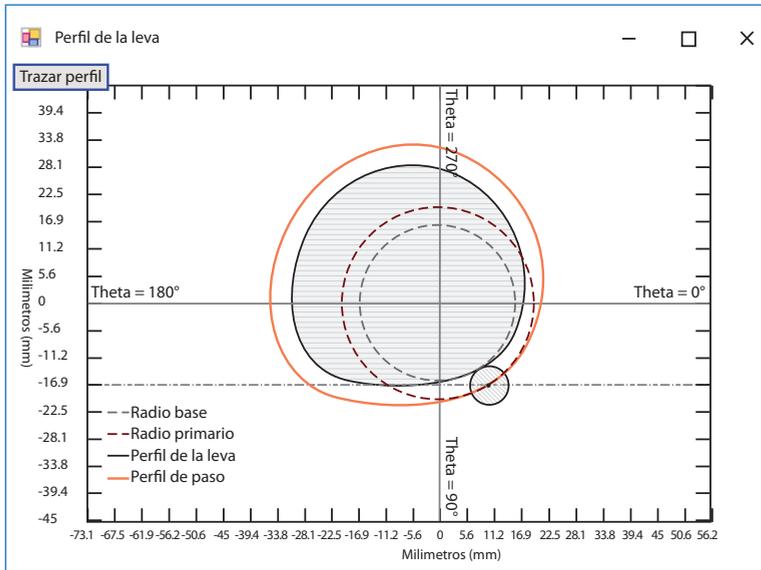
Cabe resaltar que el primer análisis trivialmente se lleva a cabo por el uso de un nomograma, el cual no se tuvo en cuenta en la programación de la clase, no obstante, se efectuó un análisis a profundidad para obtener resultados más precisos y de fácil acceso. Ahora bien, en el segundo análisis se desarrolló una subclase que se articuló con el análisis anterior para complementar el estudio del radio primario. Esto se hizo debido a que la leva con seguidor de rodillo puede presentar en algunos casos excentricidad y en otros no (ver Figura 40). Para culminar el estudio cinemático de una leva de rodillo, la clase para el análisis del radio de rodillo mínimo y la clase para el trazado del perfil de la leva, ver Figura 41.

Figura 40. a) Interfaz para el cálculo del radio primario versus el ángulo de presión y b) interfaz para el cálculo del radio primario mínimo versus excentricidad



Fuente: elaboración propia.

Figura 41. Formulario para el trazado del perfil de la leva



Fuente: elaboración propia.

Finalmente, para culminar el primer módulo se crearon las siguientes clases para el diseño para el seguidor de zapata: clases para el estudio del radio primario y para el dimensionamiento del seguidor de cara plana, así como la programación vinculada a SolidWorks API y Leva-CAD, como se muestra en la Figura 42.

Figura 42. Diseño de la interfaz para vincular SolidWorks con Leva-CAD

Fuente: elaboración propia.

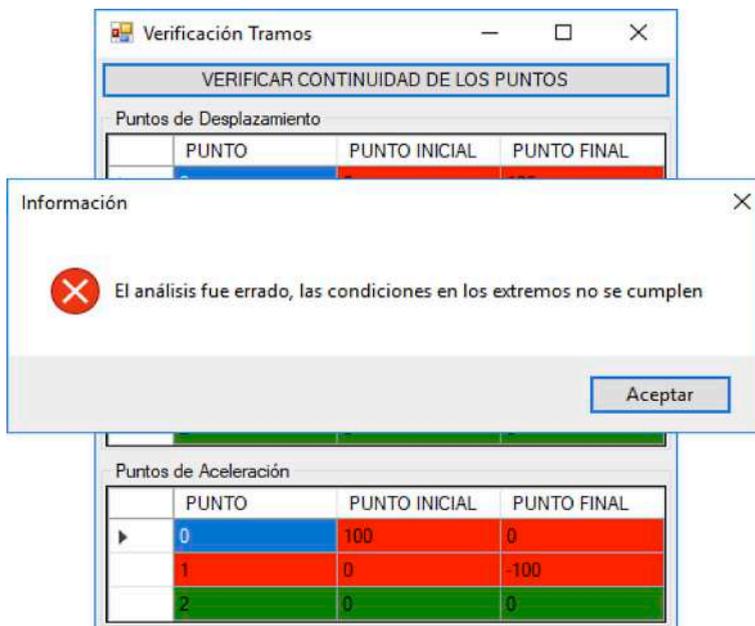
De otro lado, para la programación del estudio dinámico se desarrollaron diversas clases orientadas a un análisis dinámico inverso, entre las cuales están el estudio de los esfuerzos principales considerados a rodadura pura y carga tangencial, así como el estudio a fatiga superficial. Además, en este módulo se muestran ilustraciones sobre la fuerza de contacto, la presión máxima de contacto y la huella de contacto.

Asimismo, en la clase acerca de los esfuerzos principales uno de los análisis más importantes es la comparación entre los esfuerzos de Von Mises máximos para cada punto de rotación y el esfuerzo de fluencia de la leva necesaria para garantizar la vida a flexión. En el caso del estudio de la vida útil, se emplearon dos modelos experimentales según el tipo de leva para diseñar, es decir, para la leva con seguidor de rodillo se utilizó el modelo experimental de Cram, Morrison y Talbourdet y para el caso de leva con seguidor de zapata el modelo empírico de Niemann.

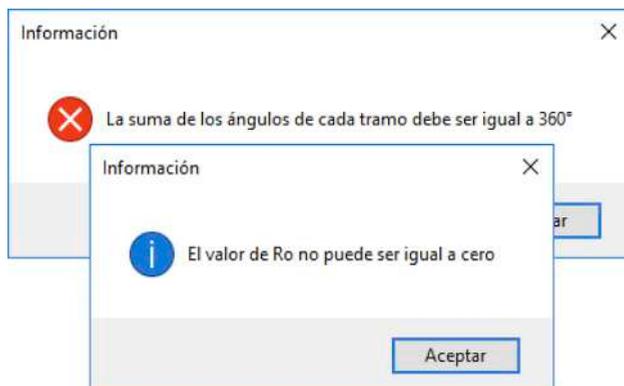
2.8 Fase 4: verificación de errores y comprobación del funcionamiento del *software*

Para la verificación de errores en el *software* Leva-CAD, se llevó a cabo la técnica de ejecutar cada función del programa a medida que este se desarrollaba con el objetivo de controlar y eliminar errores en medio de la ejecución. Cabe resaltar que el *software* contiene una gran variedad de algoritmos que incorporan ecuaciones matemáticas complejas, lo que ocasiona que se puedan presentar errores al momento de introducir valores ilógicos para el diseño, por ende, se desarrollaron tales algoritmos con el fin de prevenir estos problemas. Algunos ejemplos de esto se pueden apreciar en la Figura 43 y en la Figura 44. Por otra parte, para comprobar la veracidad de los resultados del *software*, se compararon estos con ejercicios resueltos en algunos libros sobre teoría de máquinas y mecanismos.

Figura 43. Ejemplo de verificación de errores en el enlace de tramos



Fuente: elaboración propia.

Figura 44. Ejemplo de errores comunes

Fuente: elaboración propia.

CAPÍTULO 3

USO DEL SOFTWARE LEVA-CAD

3.1 Diseño cinemático y dinámico de una leva de rodillo

Una leva de placa con seguidor de movimiento alternativo debe girar en el mismo sentido que el movimiento de las manecillas del reloj a 400 rpm con un ángulo de presión no mayor de 25° . El seguidor se rige a partir de las condiciones de movimiento expuestas en la Tabla 2. Determine el radio primario óptimo, el radio de rodillo mínimo, el trazado del contorno de la leva y la exportación de la leva en SolidWorks considerando que la leva tiene un espesor de 25,4 mm y una cuña cuadrada de 10,16 mm. Seguidamente, establezca el tipo de material que mejor se ajusta a la leva y al seguidor para soportar una vida útil igual a 8000 millones de ciclos. Considere la masa del seguidor de 8,76 kg y una precarga de 1112,06 N.

Tabla 2. Leyes de desplazamiento para el ejemplo 1

Función de desplazamiento	Ángulo de rotación (grados)	Desplazamiento (mm)
Reposo	$\beta_1=60^\circ$	$L_1=0$
Polinomio 1	$\beta_2=62,1^\circ$	$L_2=63,5$
Armónico 3	$\beta_3=7,65^\circ$	$L_3=2,06$
Movimiento uniforme negativo	$\beta_4=60^\circ$	$L_4=25,4$
Cicloidal 4	$\beta_5=170,25^\circ$	$L_5=36,04$

3.1.1 Solución

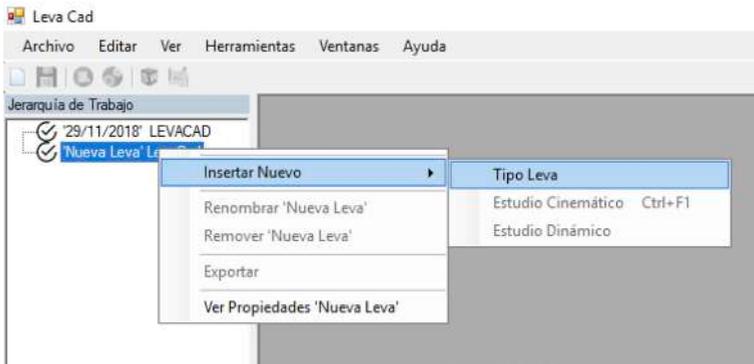
3.1.1.1 Paso 1: crear un archivo nuevo y seleccionar el tipo de leva

Figura 45. Apertura de un nuevo archivo



Fuente: elaboración propia.

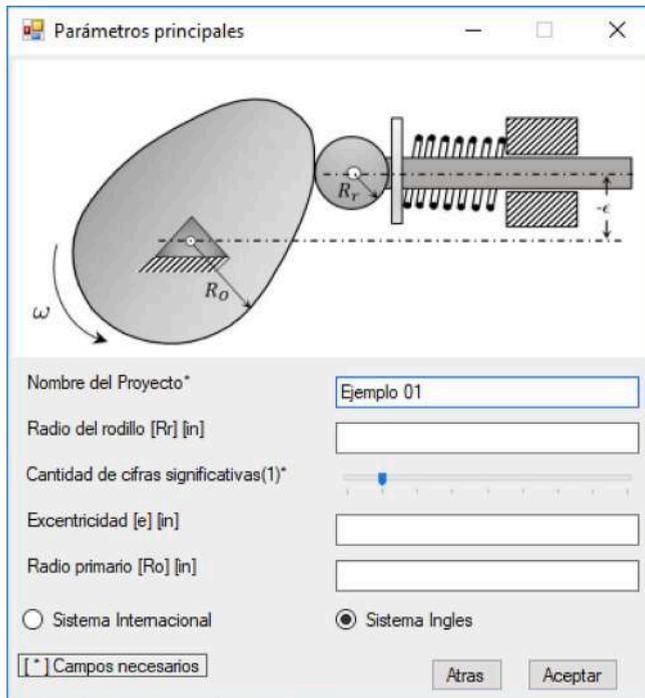
Figura 46. Ingresar el tipo de leva



Fuente: elaboración propia.

Una vez iniciado Leva-CAD, se haya creado un nuevo archivo y posteriormente se haya seleccionado el tipo de seguidor (en este caso seguidor de rodillo), el *software* muestra una ventana de los parámetros iniciales, entre los cuales solo se ingresará el nombre del proyecto, siendo en este caso “Ejemplo 01” debido a que se desconocen las demás variables (ver Figura 47).

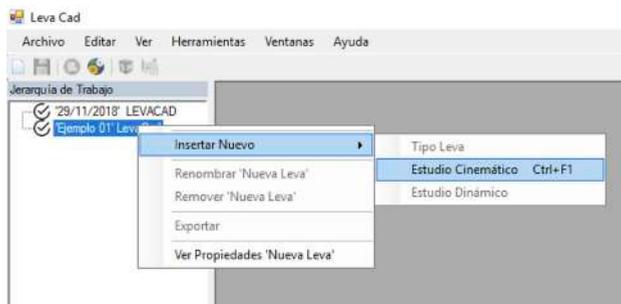
Figura 47. Ventana de parámetros iniciales



Fuente: elaboración propia.

Seguidamente, se realiza el estudio cinemático como se muestra en la Figura 48.

Figura 48. Estudio cinemático



Fuente: elaboración propia.

3.1.1.2 Paso 2: se introducen las leyes de desplazamiento

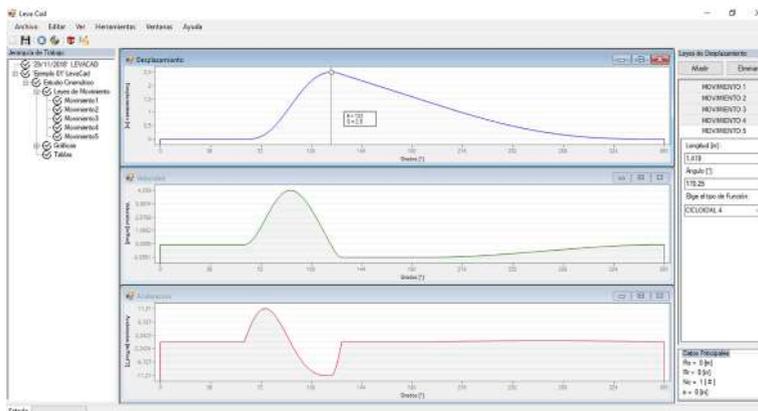
Una vez seleccionado el estudio cinemático, se introduce cada movimiento, la longitud y el grado de cada tramo en el panel de leyes de desplazamiento, como se muestra en la Figura 49.

Figura 49. Panel de leyes de desplazamiento con los valores descritos en la Tabla 2

Fuente: elaboración propia.

Al introducir los valores iniciales, se pueden visualizar en la pantalla principal los diagramas de desplazamiento, velocidad y aceleración respectivamente (ver Figura 50).

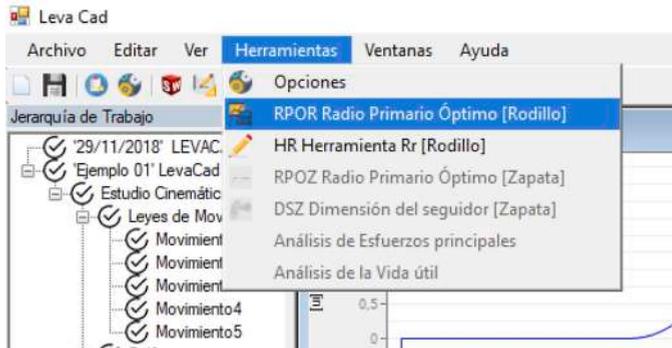
Figura 50. Diagramas de desplazamiento, velocidad y aceleración de las funciones expuestas anteriormente



Fuente: elaboración propia.

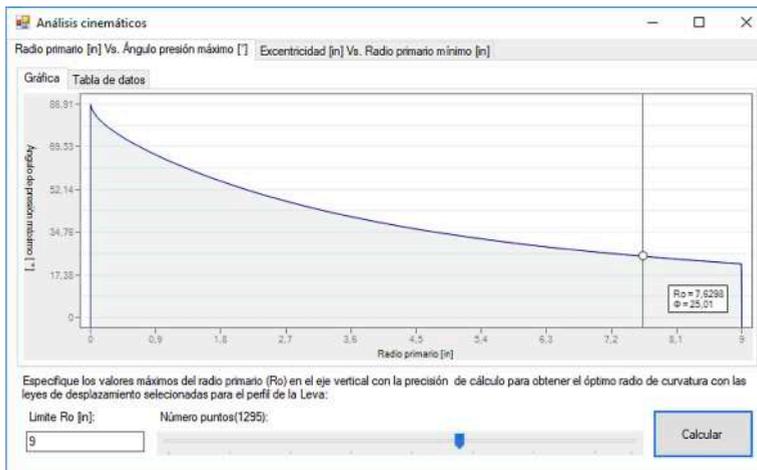
3.1.1.3 Paso 3: cálculo del radio primario

Para calcular el radio primario óptimo, se da clic en la opción herramientas y se selecciona RPOR, como se muestra en la Figura 51.

Figura 51. Herramientas para el estudio del radio primario

Fuente: elaboración propia.

En la ventana mostrada en la Figura 52 se introduce un valor de radio primario máximo (hasta donde se van a realizar las iteraciones) y el número de puntos que tendrá la gráfica de radio primario versus el ángulo de presión máximo. Ahora bien, como el ángulo de presión máximo requerido es de 25° , el valor que se toma de R_0 en la gráfica mostrada es de $R_0 = 193,5 \text{ mm}$.

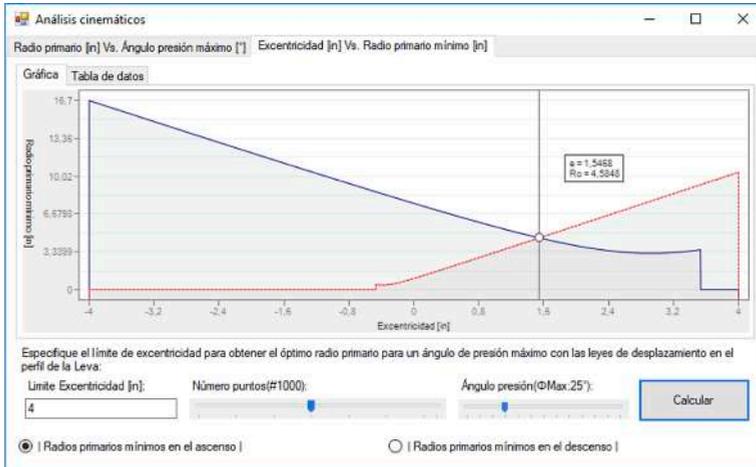
Figura 52. Valor del radio primario tomado para un ángulo de presión máximo dado

Fuente: elaboración propia.

Sin embargo, si se utiliza excentricidad en el seguidor, las dimensiones del radio primario se podrían reducir. En este caso, Leva-CAD proporciona una opción para analizar el radio primario óptimo teniendo en cuenta la excentricidad del seguidor al emplear un límite de excentricidad de 101,6 mm y 1000 puntos. Se puede apreciar en la Figura 53 que existen dos gráficas, una de radios primarios mínimos para ángulos de presión máximo de 25° en el ascenso y otra en el descenso. La intersección entre

ambas gráficas se estima como el punto en el cual $\phi_{\text{máx}(+)} = \phi_{\text{máx}(-)} = 25^\circ$. Tal punto es $R_0 = 116,6$ con una excentricidad positiva de $e = 39,37$ mm, aproximadamente 76,2 mm más pequeño que el radio primario anterior cuando $e = 0$ mm.

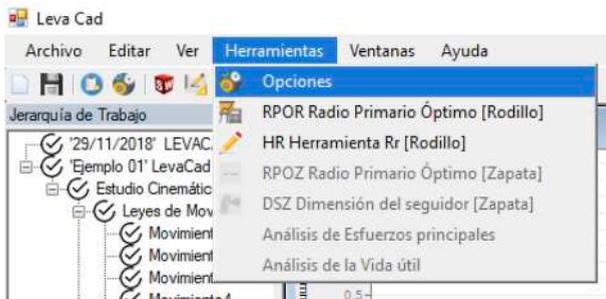
Figura 53. Radio primario para el caso especial de $\phi_{\text{máx}(+)} = \phi_{\text{máx}(-)} = 25^\circ$



Fuente: elaboración propia.

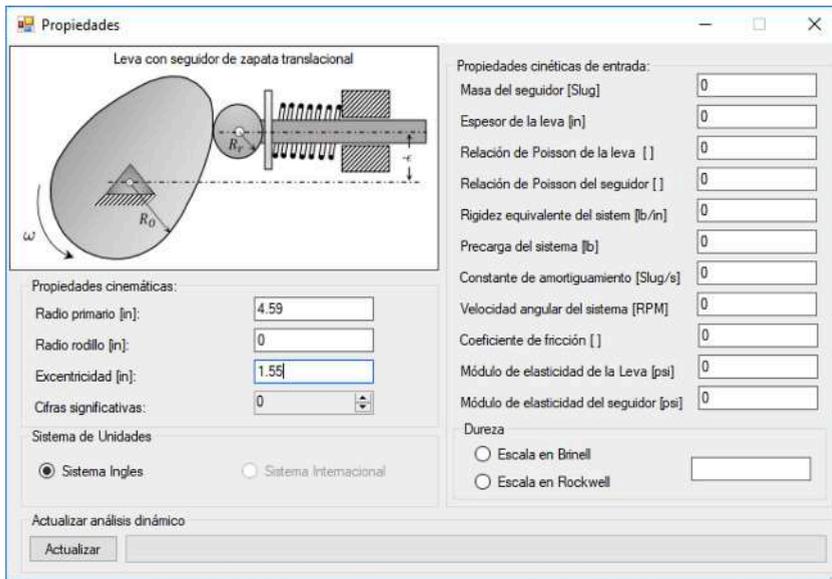
Por otra parte, es necesario introducir el valor del radio primario y excentricidad óptimo encontrado en el panel de propiedades ubicado en herramientas (ver Figura 54).

Figura 54. Panel de propiedades



Fuente: elaboración propia.

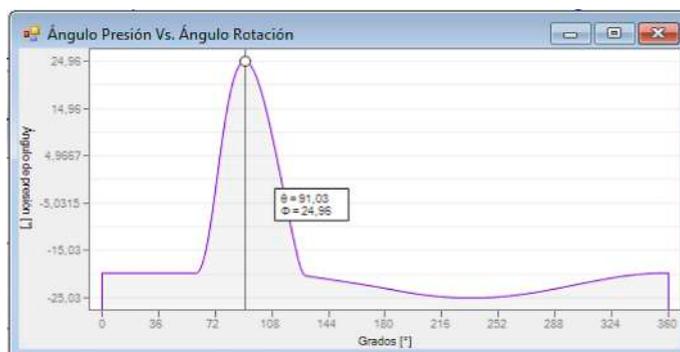
Figura 55. Añadir el valor del radio primario en el panel de propiedades



Fuente: elaboración propia.

Ahora bien, para comprobar que el valor ingresado del radio primario cumple la condición expuesta para el ángulo de presión máximo, en el panel de jerarquía de trabajo se abre la gráfica de ángulo de presión versus rotación de la leva, tal como se muestra en la Figura 56.

Figura 56. Comprobación del ángulo de presión máximo

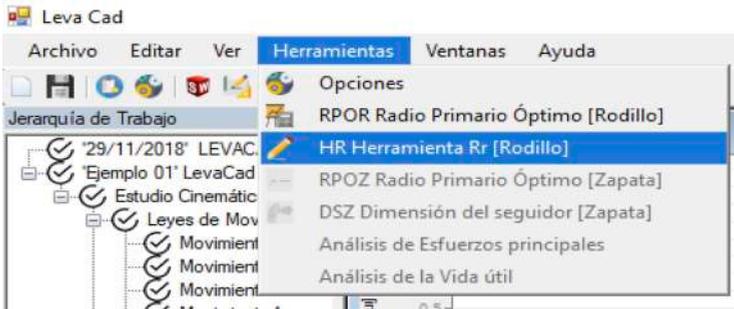


Fuente: elaboración propia.

3.1.1.4 Paso 4: cálculo del radio del rodillo

Para calcular el radio del rodillo mínimo, se da clic en la opción herramientas y se selecciona HR (ver Figura 57).

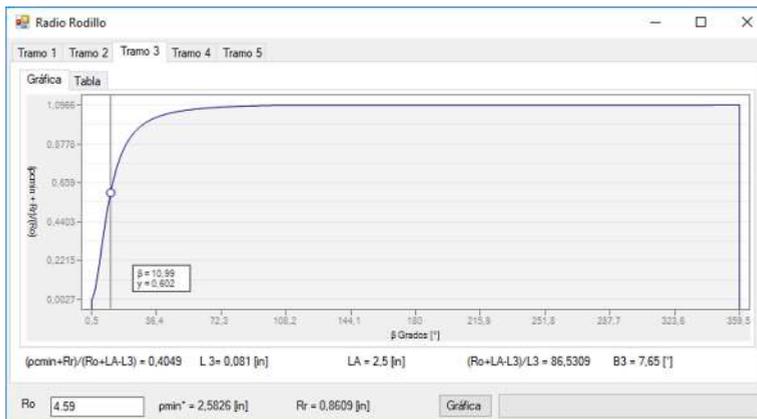
Figura 57. Herramienta para el cálculo del radio del rodillo mínimo



Fuente: elaboración propia.

En esta herramienta se introduce únicamente el valor de R_o encontrado anteriormente y, como se puede notar, se obtendrá una gráfica para cada tramo de la leva. Estas gráficas indican cuál será el radio de curvatura mínimo para cada tramo en función del β (ver Figura 58). Se puede observar que el valor del radio del rodillo es $R_r = 21,84$ mm y, de igual forma, se ingresa este valor en el panel de propiedades.

Figura 58. Radio del rodillo encontrado para las leyes dadas

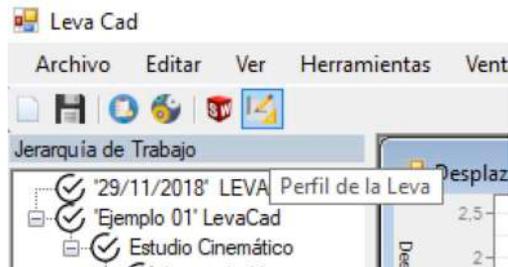


Fuente: elaboración propia.

3.1.1.5 Paso 5: trazado del contorno de la leva

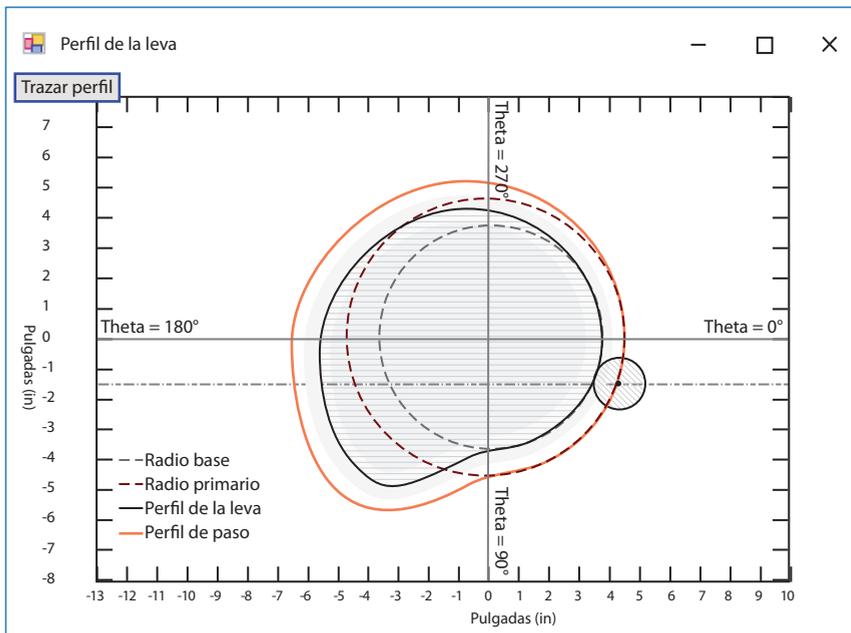
Una vez ingresados los valores óptimos de radio primario y del radio del rodillo, se da clic en el ícono perfil de la leva que se encuentra ubicado en la barra de herramientas y, posteriormente, se traza el perfil de la leva (ver Figura 59).

Figura 59. Ícono del perfil de la leva



Fuente: elaboración propia.

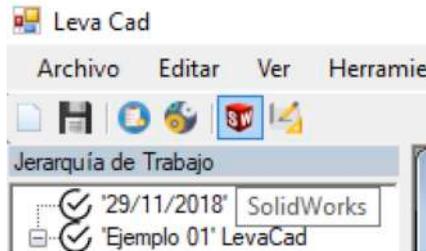
Figura 60. Perfil de la leva de rodillo para el ejemplo 1



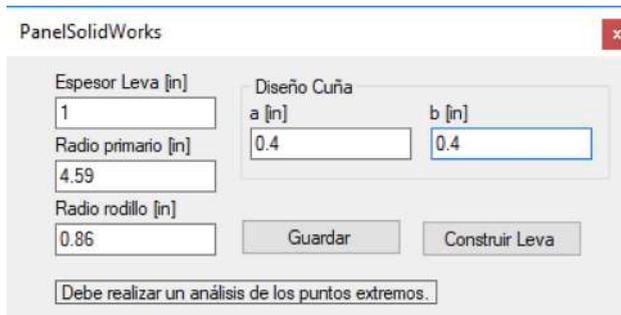
Fuente: elaboración propia.

3.1.1.6 Paso 6: exportar la leva a SolidWorks

De igual forma, si se requiere exportar el diseño a SolidWorks, se selecciona el ícono de SolidWorks ubicado en la barra de herramientas (ver Figura 61).

Figura 61. Función de SolidWorks

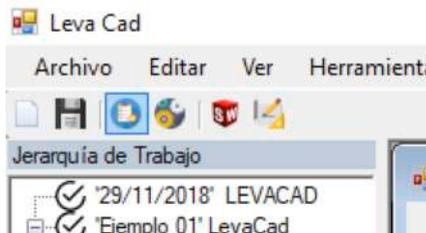
Fuente: elaboración propia.

Figura 62. Panel de SolidWorks

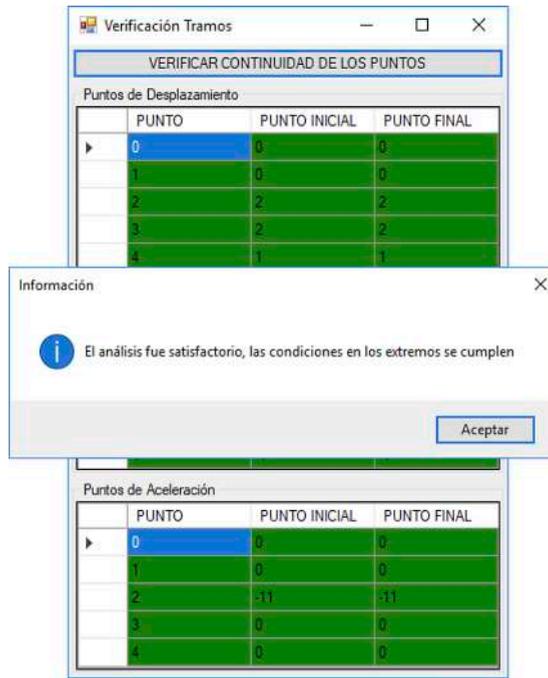
Nota: es necesario realizar un análisis de puntos extremos.

Fuente: elaboración propia.

Como se ve en la Figura 62, es necesario realizar un análisis de los puntos extremos de cada tramo. Para ello, se da clic en el ícono “Verificación de los puntos” y, seguidamente, se da clic en verificar la continuidad de los puntos (ver Figura 63).

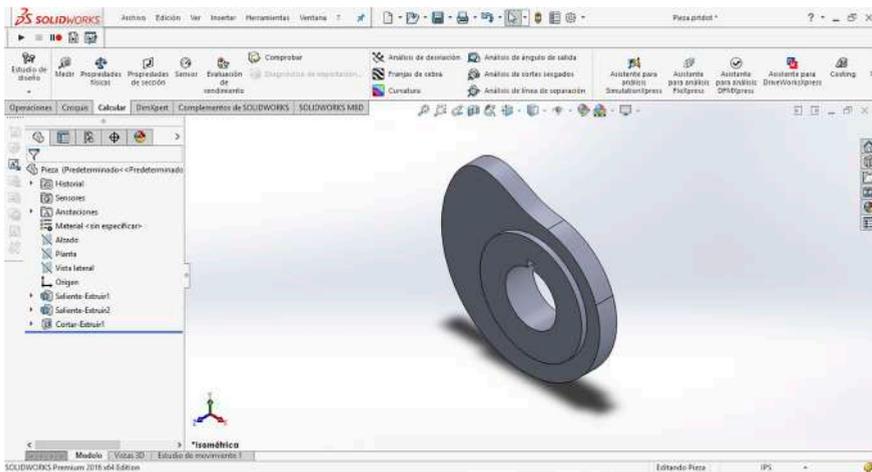
Figura 63. Función para verificar tramos

Fuente: elaboración propia.

Figura 64. Análisis realizados de los tramos

Fuente: elaboración propia.

Una vez realizados los pasos anteriores, se ingresa nuevamente al panel de SolidWorks, se selecciona la ubicación y el nombre con el cual se guardará la pieza de SolidWorks con el botón guardar. Luego, se procede a construir la leva.

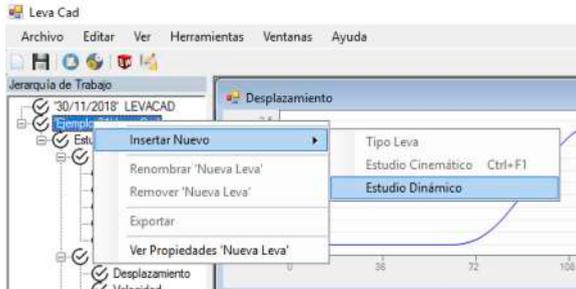
Figura 65. Leva de rodillo exportada a SolidWorks

Fuente: elaboración propia.

3.1.1.7 Paso 7: agregar el análisis dinámico y sus variables de entrada

Para agregar el estudio dinámico, se hace clic izquierdo en “Ejemplo 01 Leva-CAD” (ver Figura 66).

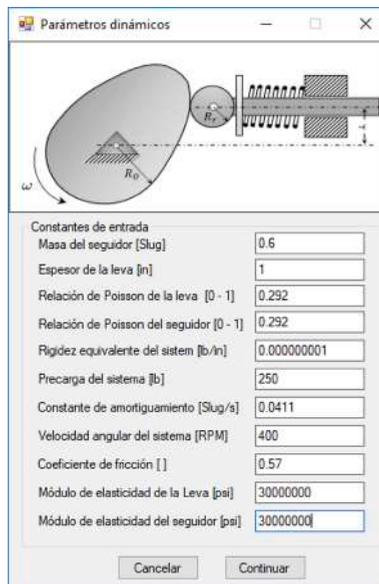
Figura 66. Paso para agregar el estudio dinámico



Fuente: elaboración propia.

Inmediatamente se introducen las variables iniciales del problema, es necesario tener en cuenta que se debe tomar un material inicial como primera iteración. Para este caso, se seleccionó acero hipereutectoide con sus respectivas propiedades intrínsecas. Cabe destacar que la constante se asumirá lo suficientemente pequeña para hacer un primer análisis con el cual se compruebe si el seguidor pierde el contacto con la leva. Si esto es así, se utilizará una constante de resorte que garantice el contacto entre el seguidor y la leva (ver Figura 67).

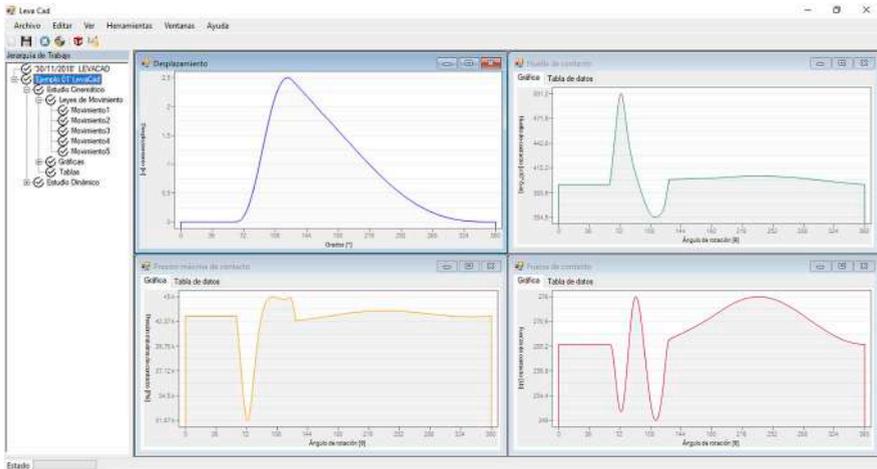
Figura 67. Propiedades dinámicas de entrada para el ejemplo 1



Fuente: elaboración propia.

Al continuar, se puede observar el seguimiento de fuerzas en el sistema para un giro completo de la leva, así como también la presión máxima de contacto y la huella de contacto.

Figura 68. Gráficas sobre el seguimiento de fuerzas y las teorías de contacto

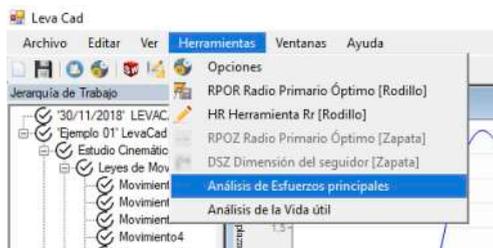


Fuente: elaboración propia.

3.1.1.8 Paso 8: hacer un análisis de flexión

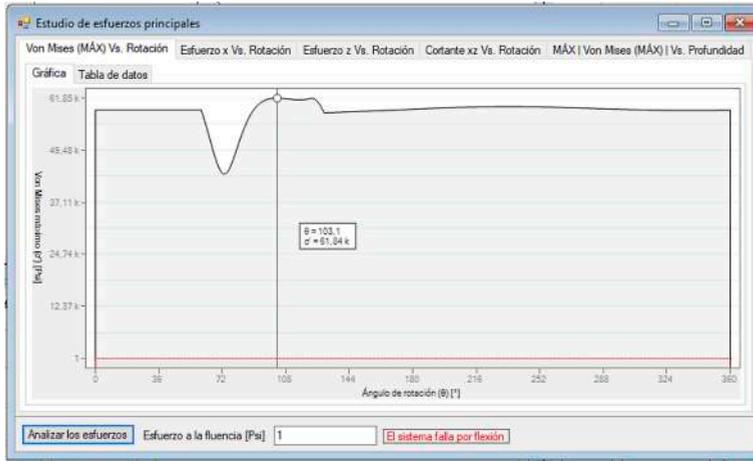
Para hacer el siguiente análisis, se busca la opción Análisis de esfuerzos principales en el panel de herramientas (ver Figura 69).

Figura 69. Herramienta para el análisis de la flexión



Fuente: elaboración propia.

Una vez se haya ingresado en la ventana, se supondrá un esfuerzo a la fluencia igual a 1, esto con el fin de obtener el valor máximo del esfuerzo de Von Mises, como se puede ver en la Figura 70. El esfuerzo de Von Mises máximo es de $\sigma' = 426,37$ MPa.

Figura 70. Gráfica para conocer el mayor esfuerzo de Von Mises

Fuente: elaboración propia.

Figura 71. Material elegido para las condiciones de trabajo

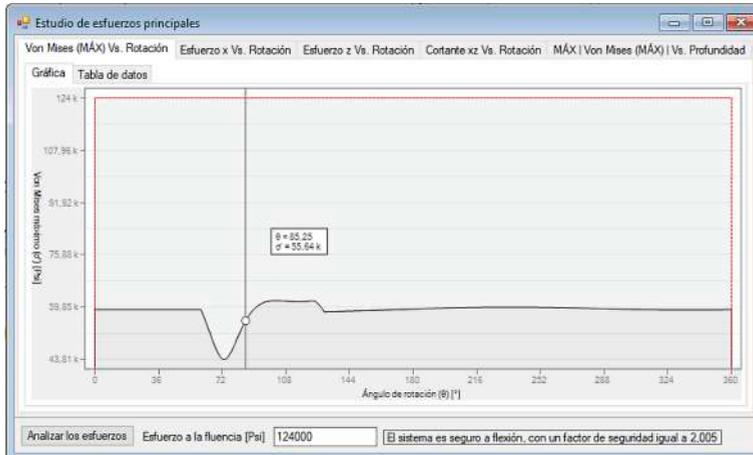
1	2	3	4	5	6	7	8
AISI núm.	Tratamiento	Tratamiento °C (°F)	Resistencia a la tensión MPa (kpsi)	Resistencia a la fluencia MPa (kpsi)	Elongación %	Reducción del área, %	Dureza Brinell
4130	TyR*	205 (400)	1630 (236)	1460 (212)	10	41	467
	TyR*	315(600)	1500 (217)	1380 (200)	11	43	435
	TyR*	425 (800)	1280 (186)	1190 (173)	13	49	380
	TyR*	540 (1000)	1030 (150)	910 (132)	17	57	315
	TyR*	650 (1200)	814 (118)	703 (102)	22	64	245
	Normalizado	870 (1600)	670 (97)	436 (63)	25	59	197
	Reconocido	865 (1585)	560 (81)	361 (52)	28	56	156
4140	TyR*	205 (400)	1770 (257)	1640 (238)	8	38	510
	TyR*	315 (600)	1550 (225)	1430 (208)	9	43	445
	TyR*	425 (800)	1250 (181)	1140 (165)	13	49	370
	TyR*	540 (1000)	951 (138)	834 (121)	18	58	285
	TyR*	650 (1200)	758 (110)	655 (95)	22	63	230
	Normalizado	870 (1600)	1020 (148)	655 (95)	18	47	302
	Reconocido	815 (1500)	655 (95)	417(61)	26	57	197
4340	TyR*	315 (600)	1720 (250)	1590 (230)	10	40	486
	TyR*	425 (800)	1470 (213)	1360 (198)	10	44	430
	TyR*	540 (1000)	1170 (170)	1080 (156)	13	51	360
	TyR*	650 (1200)	965 (140)	855 (124)	19	60	280

Fuente: Budyns y Nisbett (2012).

Considerando un factor de seguridad de 2, el material que mejor se acopla es un acero AISI 4340. Sus propiedades se pueden observar en el recuadro resaltado de

la Figura 71. Con un templado y un revenido a 650° C, se obtiene un esfuerzo a la fluencia de 854,95 MPa. Finalmente, se ingresa de nuevo este valor de fluencia al formulario y se rectifica el análisis, tal como se muestra en la Figura 72.

Figura 72. Análisis final de la flexión



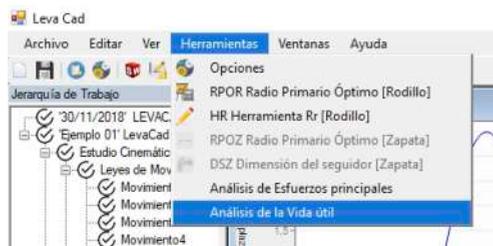
Fuente: elaboración propia.

Cabe resaltar que la leva no sufrirá una deformación reversible, como se puede notar visualmente en la separación entre la línea roja (esfuerzo a la fluencia) y la curva de esfuerzo de Von Mises.

3.1.1.9 Paso 9: hacer un análisis a fatiga superficial

Para hacer el siguiente análisis, se busca la opción Análisis de la vida útil en el panel de herramientas (ver Figura 73).

Figura 73. Herramienta para el análisis de la fatiga superficial



Fuente: elaboración propia.

Una vez abierto el formulario, se ingresan los dos parámetros necesarios del material para conocer la vida útil. Para el caso de un acero AISI 4340, los términos A y B son $A = 18,05$ y $B = 75,55$, considerando un contacto rodante con 9 % de deslizamiento, tal como se muestra en la Figura 74.

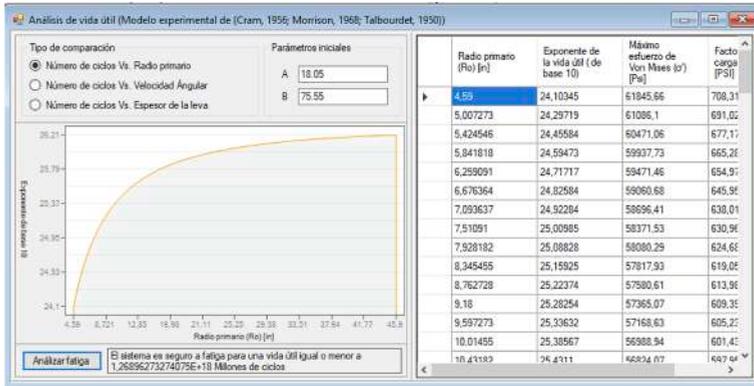
Figura 74. Parámetros necesarios para realizar el estudio de fatiga

Material	Rodamiento puro			Rodamiento & 9 % deslizante		
	K _i	σ _{max} *	B	K _i	σ _{max} *	B
1020 acero, carburado, 0045 in min. profundida, 50--60 Rc	12,70	256,000	38.33	10,400	99,000	61.06
1020 acero, 130--150BHN				1,720	94,000	23.45
X13040 acero, endurecidas por inducción, 0.045 in min. profundida, 45-58Rc	10,000	227,000	34.24	8,200	206,000	41.31
Estam. De acero (muelles templados en azul), 40-50Rc	2,470	113,000	21.57			
4140/4 150 acero, 350-370BHN(Std 180)				11,300	242,000	80.00
4145 acero, tratada térmicamente, 270-300BHN, Con revestimiento de fosfato	12,000	249,000	54.52	8,660	211,000	68.92
4150 acero, tratada térmicamente, 270-300BHN, Con revestimiento de fosfato	9,000	216,000	42.81	6,260	180,000	51.92
4150 acero fundido cerámico, tratada térmicamente, 270-300BHN				2,850	121,000	69.72
4340 acero, tratada térmicamente, 270-300BHN				5,500	169,000	75.55
6150 acero, 270-300BHN				1,820	97,000	35.06
18% Ni herramienta maraging, templado al aire, 48-50Rc				4,300	146,000	22.18
Hierro gris, clase 20, 160-190BHN, con revestimiento de fosfato	940	53,000	19.60			
Hierro gris, clase 20, 140-160HBN	790	49,000	19.09	740	47,000	19.72
Hierro gris, clase 30, 200-220BHN	1.120	63,000	20.92			
Hierro gris, clase 30,						

Fuente: elaboración propia.

Una vez identificados dichos parámetros, se ingresan los valores en el formulario y se da clic en el botón Analizar fatiga (ver Figura 75).

Figura 75. Análisis de la vida útil para el ejemplo 1



Fuente: elaboración propia.

Ahora bien, como se puede apreciar en la Figura 75, el sistema empleado tendrá una vida muy alta, lo cual sobrepasa ampliamente lo solicitado por el problema. Por otra parte, en la última opción ubicada en el panel de herramientas es posible generar un reporte con todos los análisis y características de la leva (ver Figura 76).

Figura 76. Generación de reporte para el ejemplo 1



Fuente: elaboración propia.

3.2 Diseño cinemático y dinámico de una leva con seguidor de zapata

Una leva de placa con seguidor de zapata con movimiento alternativo debe girar en el mismo sentido que el movimiento de las manecillas del reloj a 400 rpm. El

seguidor se riga a partir de las condiciones de movimiento expuestas en la Tabla 3. Determine el radio primario óptimo, el radio de rodillo mínimo, el trazado del contorno de la leva y la exportación de la leva en SolidWorks considerando que la leva posee un espesor de 25,4 mm y una cuña cuadrada de 10,16 mm. Seguidamente, establezca el tipo de material que mejor se ajusta para la leva y el seguidor para soportar una vida útil igual a 14 000 millones de ciclos. Considere que la masa del seguidor es de 8,7563 kg y la precarga es de 1112,0554 N.

Tabla 3. Leyes de desplazamiento para el ejemplo 2

Función de desplazamiento	Ángulo de rotación (grados)	Desplazamiento (mm)
Reposo	$\beta_1=60^\circ$	$L_1=0$
Polinomio 1	$\beta_2=62,1^\circ$	$L_2=63,5$
Armónico 3	$\beta_3=7,65^\circ$	$L_3=2,0574$
Movimiento uniforme negativo	$\beta_4=60^\circ$	$L_4=25,4$
Cicloidal 4	$\beta_5=170,25^\circ$	$L_5=36,0426$

Fuente: Rothbart y Klipp (2004) y Hong (2011).

3.2.1 Solución

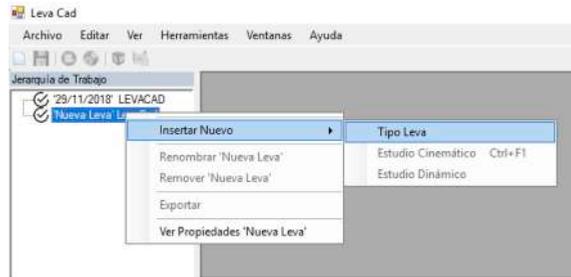
3.2.1.1 Paso 1: crear un archivo nuevo y seleccionar el tipo de leva

Figura 77. Apertura de un nuevo archivo



Fuente: elaboración propia.

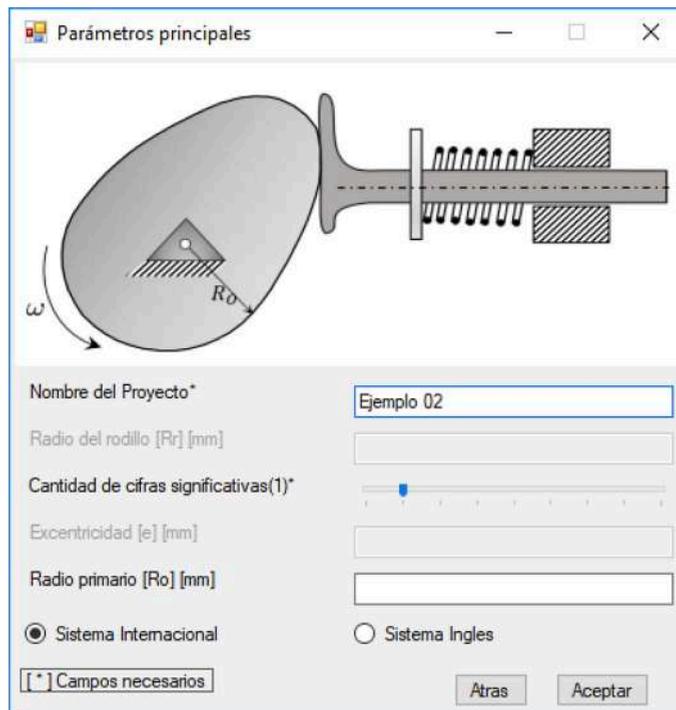
Figura 78. Ingresar tipo de leva



Fuente: elaboración propia.

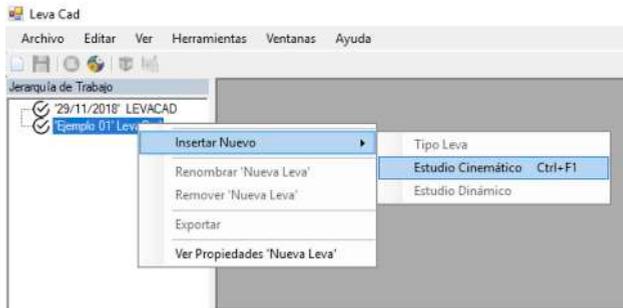
Una vez iniciado Leva-CAD, se haya creado un nuevo archivo y posteriormente se haya seleccionado el tipo de seguidor (en este caso seguidor de zapata), el *software* muestra una ventana de los parámetros iniciales, entre los cuales solo se ingresará el nombre del proyecto, para el caso “Ejemplo 02” debido a que se desconocen las demás variables (ver Figura 79).

Figura 79. Ventana de parámetros iniciales



Fuente: elaboración propia.

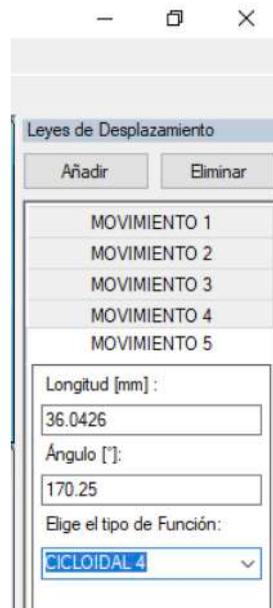
Seguidamente, se realiza el estudio cinemático, tal como se observa en la Figura 80.

Figura 80. Estudio cinemático

Fuente: elaboración propia.

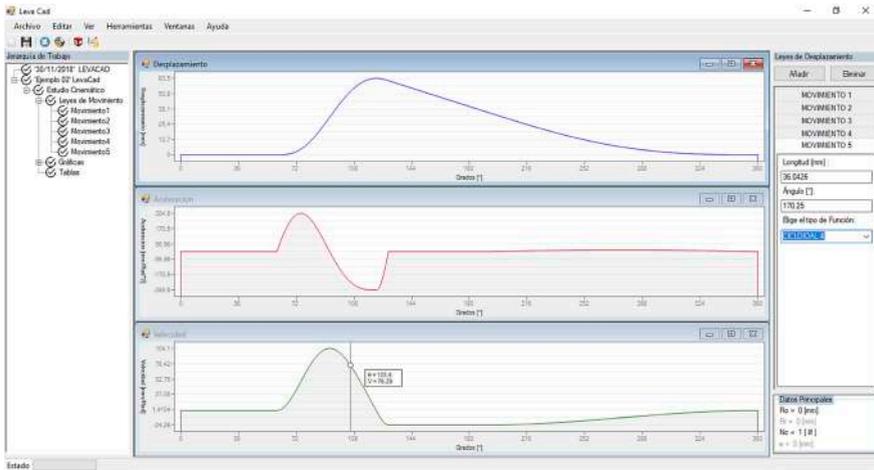
3.2.1.2 Paso 2: se introducen las leyes de desplazamiento

Una vez seleccionado el estudio cinemático, se introduce cada movimiento, la longitud y el grado de cada tramo en el panel de leyes de desplazamiento (ver Figura 81).

Figura 81. Panel de leyes de desplazamiento con los valores descritos en la Tabla 3

Fuente: elaboración propia.

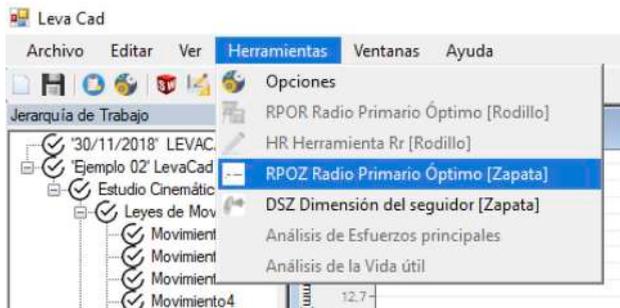
Al introducir los valores iniciales, se pueden visualizar en la pantalla principal los diagramas de desplazamiento, velocidad y aceleración respectivamente (ver Figura 82).

Figura 82. Diagramas de desplazamiento, velocidad y aceleración de las funciones expuestas

Fuente: elaboración propia.

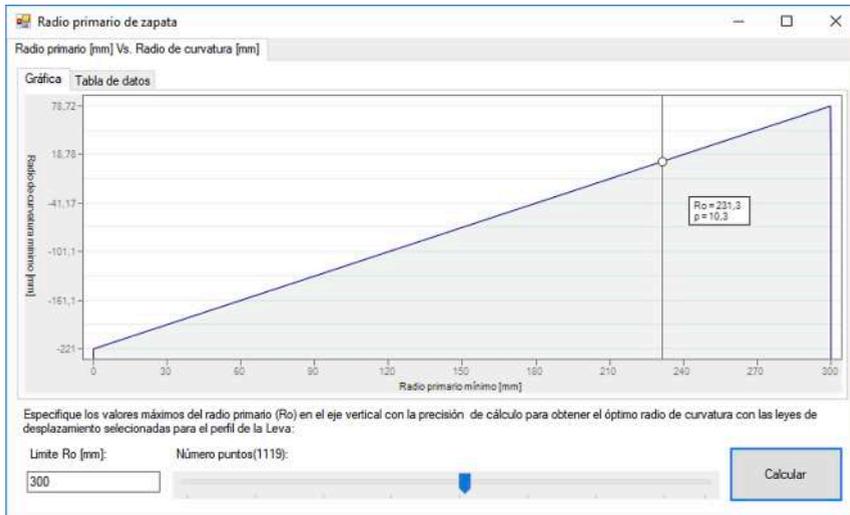
3.2.1.3 Paso 3: cálculo del radio primario

Para calcular el radio primario óptimo, se da clic en la opción herramientas y se selecciona RPOZ (ver Figura 83).

Figura 83. Herramienta para el estudio del radio primario

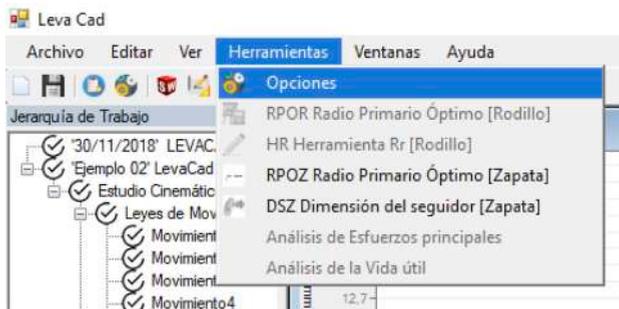
Fuente: elaboración propia.

En la ventana mostrada a continuación (ver Figura 84) se introduce un valor de límite de radio primario (hasta donde se van a realizar las iteraciones) y el número de puntos que tendrá la gráfica de radio primario versus radio de curvatura mínimo. Ahora bien, el valor que se toma de R_0 en la gráfica mostrada es de $R_0 = 231,3$ para un radio de curvatura mínimo de 10,3 mm.

Figura 84. Valor del radio primario tomado para un radio de curvatura mínimo dado

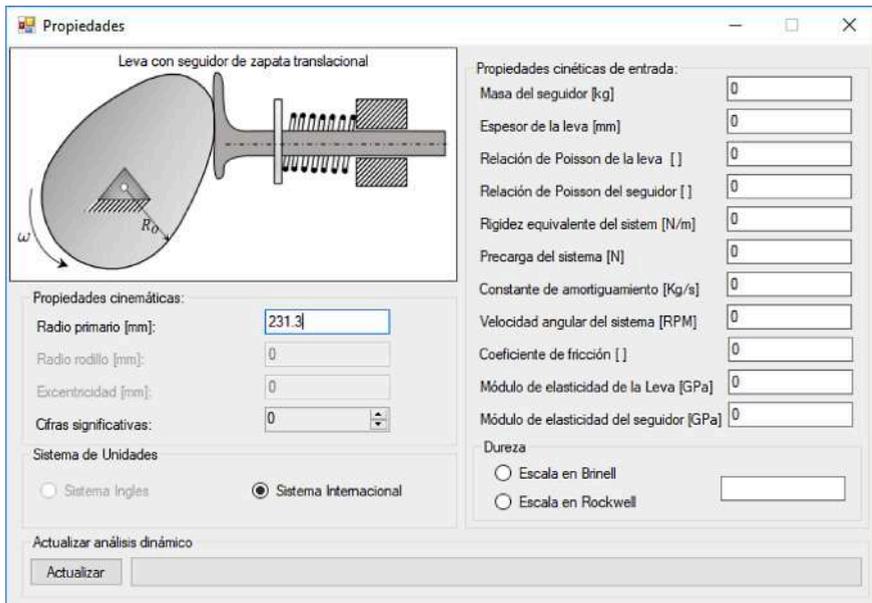
Fuente: elaboración propia.

Es necesario introducir el valor del radio primario encontrado en el panel de propiedades ubicado en herramientas:

Figura 85. Panel de propiedades

Fuente: elaboración propia.

Figura 86. Añadir el valor del radio primario en el panel de propiedades

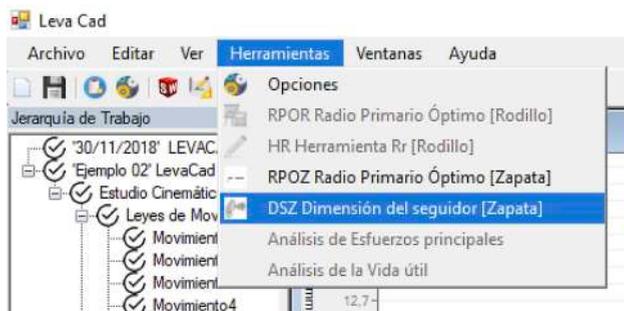


Fuente: elaboración propia.

3.2.1.4 Paso 4: cálculo de las dimensiones de la zapata

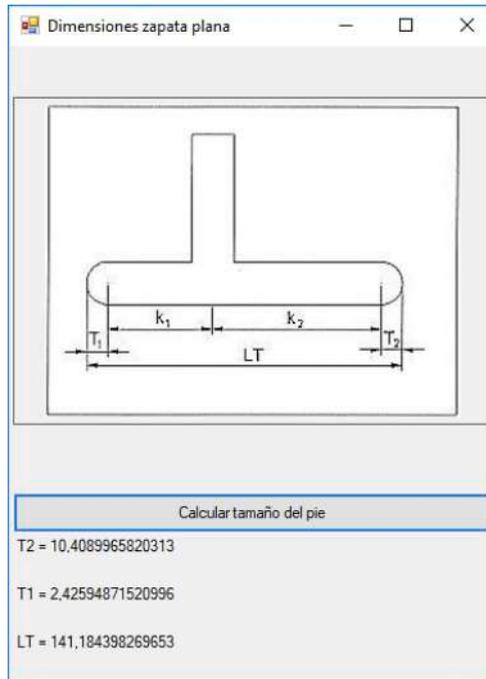
Para calcular el radio de la dimensión de la zapata plana, se da clic en la opción herramientas y se selecciona DSZ (ver Figura 87).

Figura 87. Herramientas para el dimensionamiento de la zapata plana



Fuente: elaboración propia.

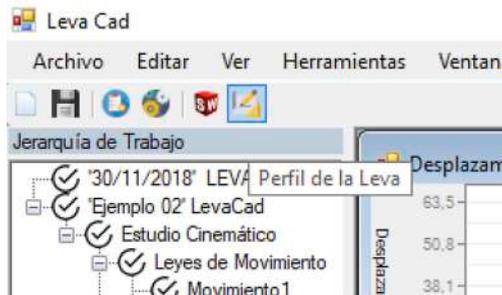
Esta herramienta proporciona las dimensiones de la zapata (en milímetros), tal como se puede apreciar en la Figura 88.

Figura 88. Dimensiones del seguidor para el ejemplo 2

Fuente: elaboración propia.

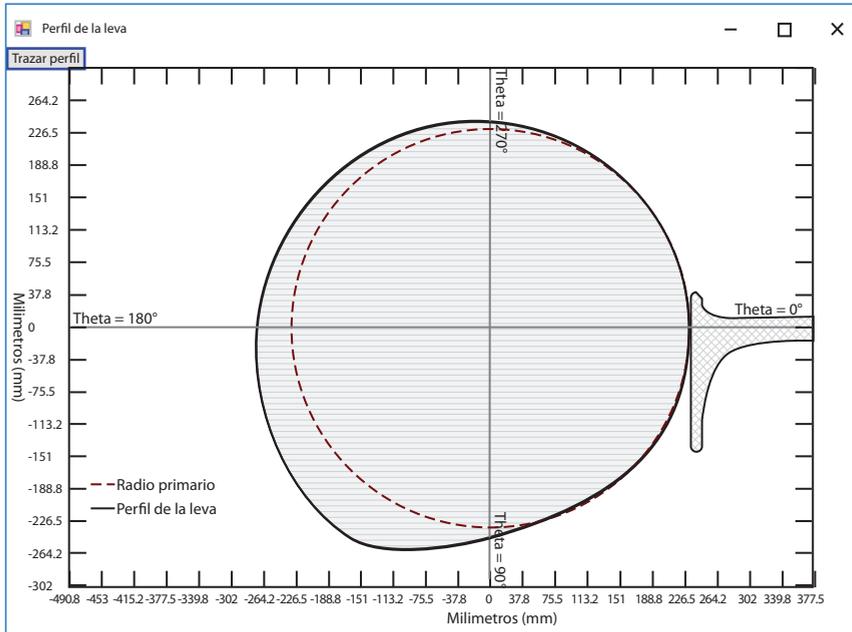
3.2.1.5 Paso 5: trazar el contorno de la leva

Una vez ingresado el valor óptimo del radio primario, se da clic en el ícono perfil de la leva que se encuentra ubicado en la barra de herramientas y, posteriormente, se traza el perfil de esta.

Figura 89. Ícono del perfil de la leva

Fuente: elaboración propia.

Figura 90. Perfil de la leva de zapata para el ejemplo 2

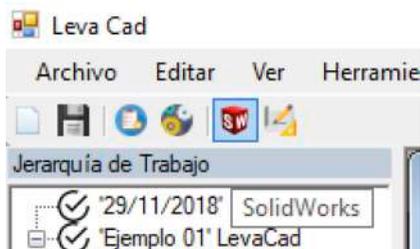


Fuente: elaboración propia.

3.2.1.6 Paso 6: exportar la leva a SolidWorks

De igual forma, si se requiere exportar el diseño a SolidWorks, se selecciona el ícono de SolidWorks ubicado en la barra de herramientas (ver Figura 91).

Figura 91. Función de SolidWorks



Fuente: elaboración propia.

Figura 92. Panel de SolidWorks

PanelSolidWorks

Espesor Leva [mm]
 25.4
 Radio primario [mm]
 231.3
 Radio rodillo [mm]
 0

Diseño Cuña
 a [mm] 10.16 b [mm] 10.16

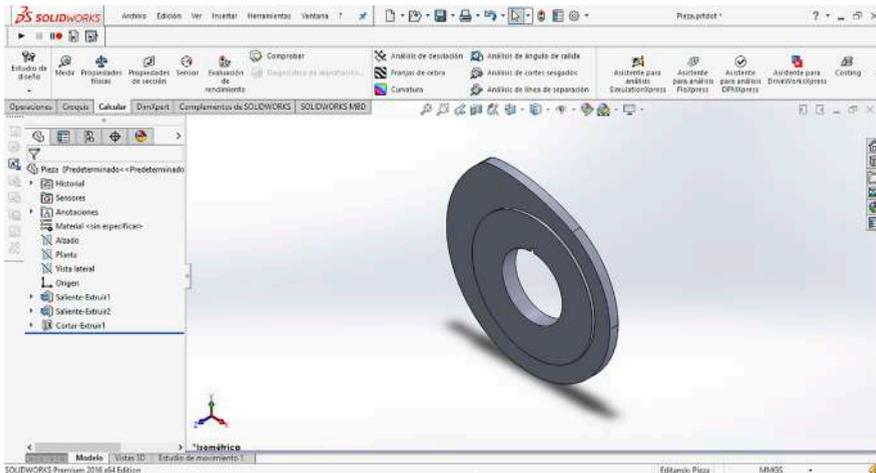
Guardar Construir Leva

Llene los campos para continuar.

Fuente: elaboración propia.

Con el botón guardar se selecciona la ubicación y el nombre con el cual se guardará la pieza de SolidWorks y, luego, se procede a construir la leva (si se requiere un análisis de puntos extremos deberá realizarlo como se ilustra en el primer ejemplo).

Figura 93. Leva de zapata exportada a SolidWorks

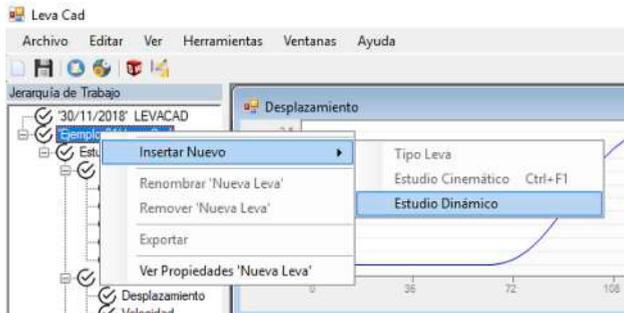


Fuente: elaboración propia.

3.2.1.7 Paso 7: agregar el análisis dinámico y sus variables de entrada

Para insertar el estudio dinámico, se da clic izquierdo en “Ejemplo 02 Leva Cad”.

Figura 94. Paso para agregar el estudio dinámico



Fuente: elaboración propia.

Inmediatamente se introducen las variables iniciales del problema, es necesario considerar que se debe tomar un material inicial como primera iteración. Para este caso, se seleccionó acero al carbono con sus respectivas propiedades intrínsecas. Cabe destacar que la constante se asumirá lo suficientemente pequeña para hacer un primer análisis en el que se compruebe si el seguidor pierde el contacto con la leva. Si esto es así, se utilizará una constante de resorte que garantice el contacto entre el seguidor y la leva.

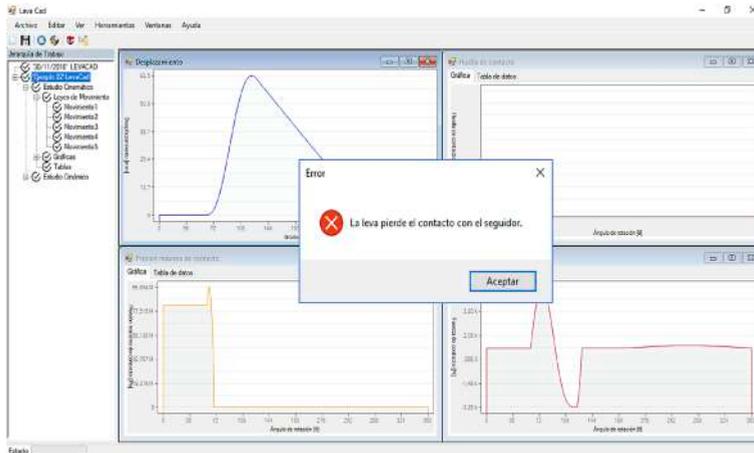
Figura 95. Propiedades dinámicas de entrada para el ejemplo 2



Fuente: elaboración propia.

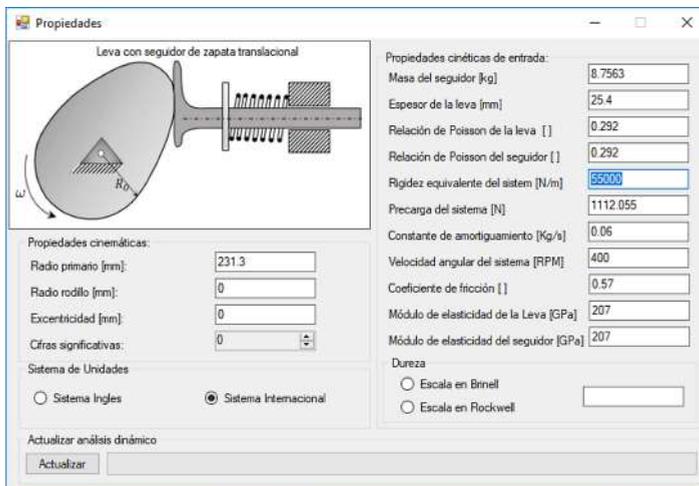
Al continuar, se puede observar que el seguidor pierde el contacto con la leva (ver Figura 96) en algún punto de giro (tal afirmación se puede comprobar visualizando la gráfica de fuerza de contacto), de manera que será necesario adaptar un muelle en el sistema. Para esto, se busca la opción de configuración ubicada en herramientas y se asigna una constante de resorte que permita eliminar las fuerzas de contacto negativas (ver Figura 97).

Figura 96. El sistema pierde la rodadura debido a las fuerzas de contacto negativas



Fuente: elaboración propia.

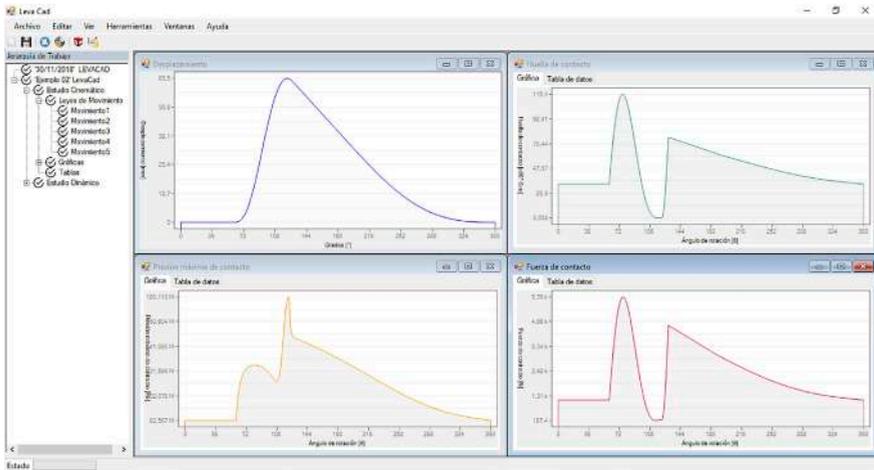
Figura 97. Propiedades utilizadas para el ejemplo 2



Fuente: elaboración propia.

Por último, se puede apreciar la ventana principal de contacto con el seguimiento de fuerzas y las teorías de contacto (ver Figura 98).

Figura 98. Gráficas sobre el seguimiento de fuerzas y las teorías de contacto

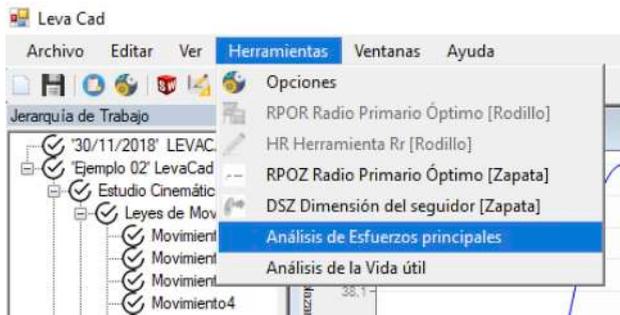


Fuente: elaboración propia.

3.2.1.8 Paso 8: hacer un análisis de flexión

Para hacer el siguiente análisis, es necesario dirigirse a la opción Análisis de esfuerzos principales del panel de herramientas (ver Figura 99).

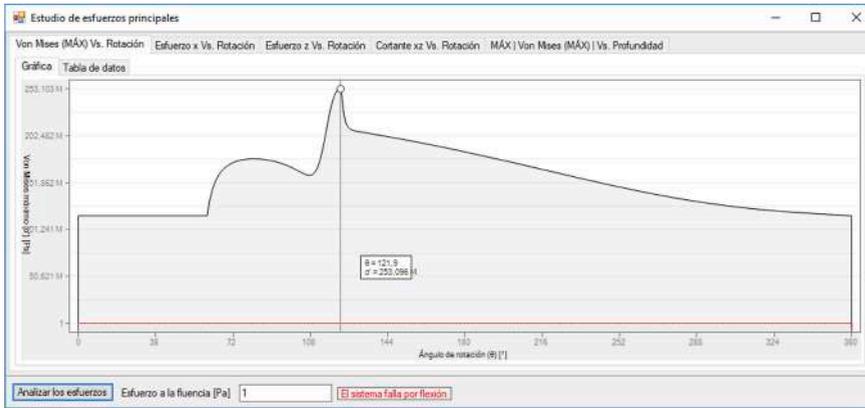
Figura 99. Herramienta para el análisis de la flexión



Fuente: elaboración propia.

Una vez ingresado en la ventana, se supondrá un esfuerzo a la fluencia igual a 1, esto con el fin de obtener el valor máximo del esfuerzo de Von Mises, como se puede ver en la Figura 100. El esfuerzo de Von Mises máximo es de $\sigma' = 253,1$ MPa.

Figura 100. Gráfica para conocer el mayor esfuerzo de Von Mises máximo



Fuente: elaboración propia.

Figura 101. Material elegido para las condiciones de trabajo

1	2	3	4	5	6	7	8
AISI núm.	Tratamiento	Tratamiento °C (°F)	Resistencia a la tensión MPa (kpsi)	Resistencia a la fluencia MPa (kpsi)	Elongación %	Reducción del área, %	Dureza Brinell
4130	TyR*	205 (400)	1630 (236)	1460 (212)	10	41	467
	TyR*	315(600)	1500 (217)	1380 (200)	11	43	435
	TyR*	425 (800)	1280 (186)	1190 (173)	13	49	380
	TyR*	540 (1000)	1030 (150)	910 (132)	17	57	315
	TyR*	650 (1200)	814 (118)	703 (102)	22	64	245
	Normalizado	870 (1600)	670 (97)	436 (63)	25	59	197
	Recocido	865 (1585)	560 (81)	361 (52)	28	56	156
4140	TyR*	205 (400)	1770 (257)	1640 (238)	8	38	510
	TyR*	315 (600)	1550 (225)	1430 (208)	9	43	445
	TyR*	425 (800)	1250 (181)	1140 (165)	13	49	370
	TyR*	540 (1000)	951 (138)	834 (121)	18	58	285
	TyR*	650 (1200)	758 (110)	655 (95)	22	63	230
	Normalizado	870 (1600)	1020 (148)	655 (95)	18	47	302
	Recocido	815 (1500)	655 (95)	417(61)	26	57	197
4340	TyR*	315 (600)	1720 (250)	1590 (230)	10	40	486
	TyR*	425 (800)	1470 (213)	1360 (198)	10	44	430
	TyR*	540 (1000)	1170 (170)	1080 (156)	13	51	360
	TyR*	650 (1200)	965 (140)	855 (124)	19	60	280

Fuente: Budynas y Nisbett (2012).

Considerando un factor de seguridad de 1,72, el material que mejor se acopla es un acero AISI 4130 normalizado, además, se obtiene un esfuerzo a la fluencia de 436 MPa. Finalmente, se ingresa de nuevo este valor de fluencia al formulario y se rectifica el análisis, tal como se muestra a continuación en la Figura 102.

Figura 102. Análisis final de la flexión



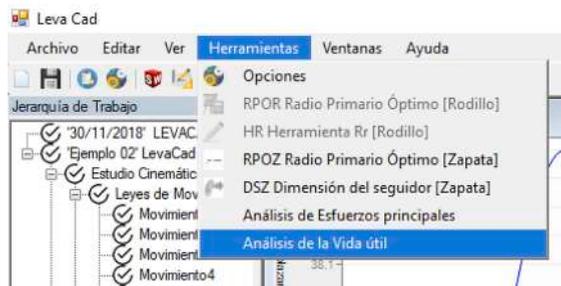
Fuente: elaboración propia.

Cabe resaltar que la leva no sufrirá una deformación reversible, como se puede notar visualmente en la separación entre la línea roja (esfuerzo a la fluencia) y la curva de esfuerzo de Von Mises.

3.2.1.9 Paso 9: hacer un análisis a fatiga superficial

Para hacer el siguiente análisis, se elige la opción Análisis de la vida útil del panel de herramientas, teniendo en cuenta que antes de este paso se debe ingresar la dureza del material en el panel de propiedades que para este ejemplo es de 197 Brinell.

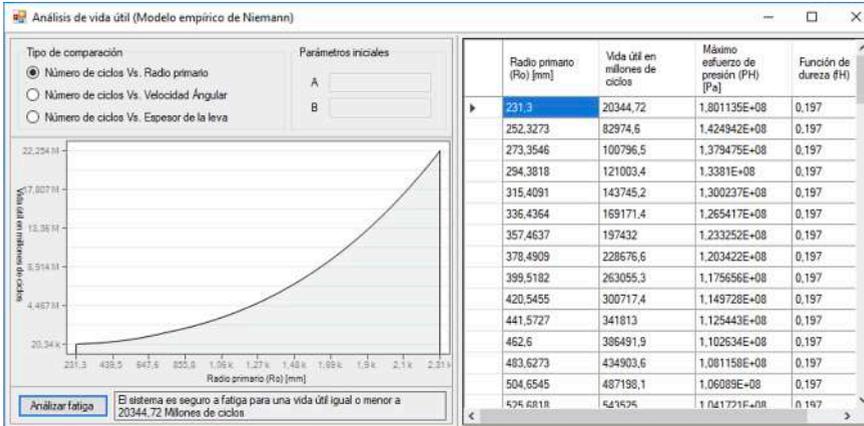
Figura 103. Herramienta para el análisis de fatiga superficial



Fuente: elaboración propia.

Una vez abierto el formulario, se procede a analizar la fatiga presionando el botón Analizar fatiga (ver Figura 104).

Figura 104. Análisis de la vida útil para el ejemplo 2



Fuente: elaboración propia.

Finalmente, y como se puede apreciar en la Figura 104, el sistema empleado tendrá una vida útil considerablemente cercana a la demandada.

Para terminar, resulta importante destacar que a partir de esta investigación fue posible desarrollar un *software* que, a través de su interfaz gráfica, posibilita la demostración de todos los conceptos impartidos desde la teoría, sobre todo en lo que respecta al diseño de levas planas con seguidores de rodillo y de zapata plana.



EPÍLOGO

Este libro fue elaborado a partir del trabajo de estudiantes del programa de Ingeniería mecánica y de su docente, quienes se interesan por el mejoramiento de algunas herramientas de aprendizaje encaminadas al completo y mejor entendimiento del diseño y fabricación de levas planas con seguidores de rodillo y de zapata plana. Esto por cuanto dicho tema se abordaba desde lo teórico, por lo que con la utilización del *software* Leva-CAD esto se hace útil y más didáctico.

Así, esta herramienta puede ser el complemento de asignaturas relacionadas como Mecanismos y Diseño de máquinas pertenecientes al programa de Ingeniería mecánica. En ese sentido, se busca interactuar con los diferentes momentos que se presentan en las asignaturas antes mencionadas y con la posible aplicación de esta herramienta en diseños en los que se aplique la fabricación de levas. En definitiva, los autores de este documento intentaron reflejar una necesidad presentada en los contenidos micro curriculares del programa para, de esta forma, ayudar al lector de esta obra a diversificar y a utilizar material didáctico que, en última instancia, le permita mejorar su comprensión en el aula de clase.

REFERENCIAS

- Acevedo Peñaloza, C., Cardona i Foix, S. y Bris Cabrera, J. (2004). Diseño de perfil de levas por curvas de Bézier. *Ingeniería & Desarrollo*, 16, 20-31. <https://www.redalyc.org/pdf/852/85216002.pdf>
- Acevedo Peñaloza, C. (2005). *Estudio del ángulo de presión y de la presión de contacto en mecanismos leva seguidor cuya ley de desplazamiento se diseña por curvas de Bézier*. Universidad Politécnica de Cataluña. <http://www.tdx.cat/TDX-0725105-131338>
- Battarra, M. y Mucchi, E. (2022). Assessment of the finger contact surface to promote the spin motion in finger follower mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 178. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2022.105087>
- Bravo, A., Koffi, D., Toubal, L. y Erchiqui, F. (2015). Life and damage mode modeling applied to plastic gears. *Engineering Failure Analysis*, 58, 113-133. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.08.040>
- Budynas, R.G. y Nisbett, J.K. (2012). *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley* (Novena edición). McGraw-Hill.

- Chang, W.T., Hu, Y.E. y Chang, W.C. (2022). An improved design for rotating balance of assembled type conjugate disk cams. *Mechanism and Machine Theory*, 171. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104700>
- Downey, A., Theisen, C., Murphy, H., Anastasi, N. y Laflamme, S. (2019). Cam-based passive variable friction device for structural control. *Engineering Structures*, 188, 430-439. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.03.032>
- Flórez Solano, E.N. (2015). *Módulo del mecanismo leva-seguidor*. Universidad Francisco de Paula Santander.
- Hejnová, M. (2014). Service Life Assessment of the Cam Mechanisms. *Procedia Engineering*, 96, 157-163. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.135>
- Hong, W. (2011). Cam fine blanking technology and die design. *Procedia Engineering*, 15, 137-141. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.08.028>
- Jackson, R.L., Ghaednia, H., Lee, H., Rostami, A. y Wang, X. (2013). Contact Mechanics. En P. Menezes *et al.* (eds.), *Tribology for Scientists and Engineers* (pp. 93-140). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1945-7_3
- Kerle, H. y Mauersberger, K. (2009). A Contribution to the History of Cam Mechanisms – From Leonardo da Vinci Till Today. *International Symposium on History of Machines and Mechanisms*, 8, 384. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9485-9>
- Khosrozadeh, A., Hashemnia, K. y Vatankhah, R. (2021). Investigating impact-induced vibrations of fluid-conveying elastic pipes considering Hertz theory. *Mechanics Research Communications*, 116. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2021.103762>
- Lei, X., Yuan, L., Peng, L., Sun, C., Wei, B. y Wei, Y. (2021). Fatigue endurance limit and crack front evolution in metallic glass. *International Journal of Fatigue*, 143. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.106004>
- Norton, R. (2012). *Kinematics and design of machinery* (Segunda edición). McGraw-Hill.
- Ondrášek, J. (2018). The Stress Distribution in the Contact Region of a Cam Mechanism General Kinematic Pair. En M. Dede *et al.* (eds.) *Mechanisms and Machine Science* (99-108). Springer. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-319-60702-3_11
- Rothbart, H. y Klipp, D.L. (2004). Cam Design Handbook. *Journal of Mechanical Design*, 126(2), 375. <https://doi.org/10.1115/1.1723466>
- Sathish Gandhi, V.C., Kumaravelan, R., Ramesh, S., Thanmanaselvi, M. y Sriram, K. (2014). Performance Analysis of Wheel and Rail Contact by Nature of Material Characteristics – a Contact Mechanics Approach. *Mechanics and Mechanical Engineering*, 18(1), 11-24.
- Serrano, A. (2010). *Diseño, análisis y simulación de levas planas. Aplicación informática cam-das*. Universidad Carlos III de Madrid.

- Shakoor, M.M. (2006). *Fatigue life investigation for cams with translating roller-follower and translating flat-face follower systems*. Iowa State University <https://doi.org/10.31274/rtd-180813-8830>
- Shigley, J.E. y Uicker, J.J. (2009). *Teoría de máquinas y mecanismos*. McGraw-Hill.
- Siczek, K.J. (2016). Valve train tribology. En K.J. Siczek (ed.) *Tribological Processes in the Valve Train Systems with Lightweight Valves* (pp. 85-180). Butterworth & Heinemann. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100956-7.00017-5>
- Tsuha, N.A.H., Nonato, F. y Cavalca, K.L. (2017). Formulation of a reduced order model for the stiffness on elastohydrodynamic line contacts applied to cam-follower mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, 113, 22-39. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.03.002>
- Voronin, B. y Villalobos Hernández, G. (2010). Determinación del radio de curvatura de la leva de un mecanismo plano. *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*, 14(1), 15-25.
- Xiao, Z., Shi, X., Wang, X., Ma, X. y Han, Y. (2021). Lubrication analysis and wear mechanism of heavily loaded herringbone gears with profile modifications in full film and mixed lubrication point contacts. *Wear*, 477. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.wear.2021.203790>
- Yang, W., Ding, H. y Kecskeméthy, A. (2022). Structural synthesis towards intelligent design of plane mechanisms: Current status and future research trend. *Mechanism and Machine Theory*, 171. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104715>
- Yuan, W., Zheng, Y. y Wang, G. (2022). Modelling tangential contact problem with surface stress. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 91. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2021.104381>
- Zatarain, P., Carlos, J., Ortega, F., Francisco, C. y Hernández, G. (2017). Modelado Dinámico de Parámetros Concentrados de un Mecanismo tipo *pick and place* Modulado por Levas. *Memorias Del XXIII Congreso Internacional Anual de La SOMIM*, 138-147.
- Zhang, C., Yang, J. y Chang, Z. (2022). Dynamics of machinery with joint clearance. En C. Zhang, J. Yang y Z. Chang (eds.) *Machinery Dynamics* (pp. 405-423). Academic Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815785-5.00026-1>
- Zhou, C., Hu, B., Chen, S. y Ma, L. (2016). Design and analysis of high-speed cam mechanism using Fourier series. *Mechanism and Machine Theory*, 104, 118-129. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.05.009>

DISEÑO DE LEVAS PLANAS CON SEGUIDORES DE RODILLO Y DE ZAPATA PLANA

Actualmente los Ingenieros mecánicos participan de una era informática que provee grandes beneficios para el diseño de elementos mecánicos. Toda esta evolución ha sido con la finalidad de que al implementar un *software*, el tiempo de diseño, análisis e incluso la investigación (a través de la simulación) se reduzca considerablemente. Es necesario destacar la gran ventaja que un *software* puede brindarle a una organización en comparación con otra que no lo posea.

Leva-CAD, en este caso, es un *software* de uso sencillo con una interfaz dinámica y agradable que tiene una secuencia lógica de la información inicial que el usuario debe introducir para iniciar con su diseño; además, el programa cuenta con ayudas integradas para garantizar que el usuario tenga una grata experiencia. Aparte de ser un *software* autónomo, cuenta con la conexión directa con SolidWorks, de donde se pueden tomar herramientas complementarias.

Este documento parte de la necesidad de realizar un trabajo para el aula de clase en la asignatura de Mecanismos del programa de Ingeniería Mecánica, por lo cual va dirigido a estudiantes y docentes del área, para que tengan una herramienta que le ayude a compararlas.

Incluye

- ▶ Diseño de elementos de máquinas, en especial de los mecanismos como los sistemas levas seguidor.
- ▶ Documento para estudiantes del área de diseño como herramienta de apoyo

Ismael Duván Pabón León

Ingeniero Mecánico. Actualmente trabaja para la empresa de rodamientos SKF en Colombia.

Moisés Sarabia Duque

Ingeniero Mecánico. Trabaja como diseñador mecánico para la empresa AGP de Colombia y actualmente está desarrollando un emprendimiento en el sector de las autopartes.

Eder Norberto Flórez Solano

Magíster en Ingeniería Mecánica e Ingeniero Mecánico. Director del grupo de investigación INGAP de la UFPSO y docente de tiempo completo de la UFPSO.



Universidad Francisco
de Paula Santander
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación



Grupo de Investigación
INGAP
Ingenierías Aplicadas para la Innovación, Gestión y Desarrollo

ISBN 978-958-503-571-3



e-ISBN 978-958-503-572-0