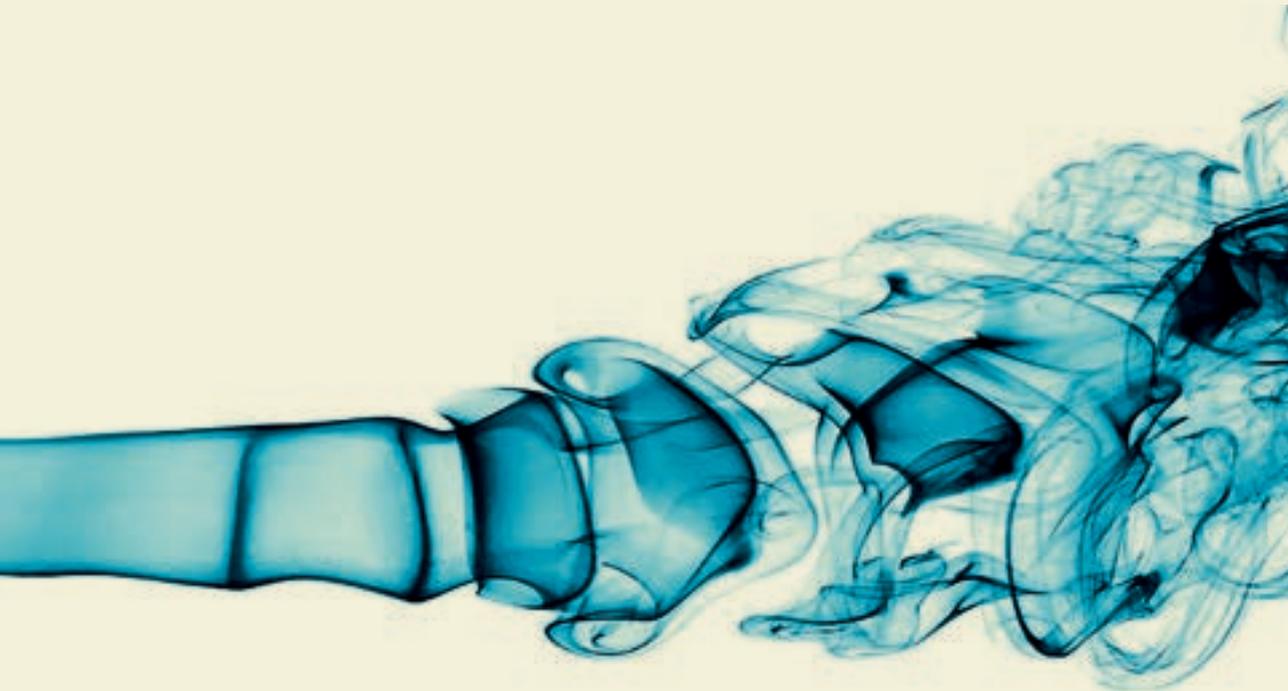


Conceptos básicos de mecánica de fluidos e hidráulica



Universidad Francisco
de Paula Santander
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación



GIGMA
Grupo de Investigación en Construcción
Geotecnia y Medio Ambiente

Romel Jesús Gallardo Amaya
Haidee Yulady Jaramillo
July Andrea Gómez Camperos

**CONCEPTOS BÁSICOS
DE MECÁNICA DE FLUIDOS
E HIDRÁULICA**

ROMEL JESÚS GALLARDO AMAYA
HAIDEE YULADY JARAMILLO
JULY ANDREA GÓMEZ CAMPEROS

Gallardo Amaya, Romel Jesús

Conceptos básicos de mecánica de fluidos e hidráulica / Romel Jesús Gallardo Amaya, Haidee Yulady Jaramillo, July Andrea Gómez Camperos. -- 1a. ed. -- Bogotá : Ecoe Ediciones ; Ocaña : Universidad Francisco de Paula Santander, 2020.
204 p. -- (Ingeniería. Ingeniería civil)

Incluye datos de los autores en la pasta. -- Contiene bibliografía.

ISBN 978-958-771-963-5

1. Mecánica de fluidos 2. Hidráulica I. Jaramillo, Haidee Yulady II. Gómez Camperos, July Andrea III. Título IV Serie

CDD: 532.5 ed. 23

CO-BoBN- a1061728



Área: Ciencias naturales

Subárea: Ciencias agrarias



**Universidad Francisco
de Paula Santander**
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación



GIGMA
Grupo de Investigación en Construcción
Geotecnia y Medio Ambiente

© Romel Jesús Gallardo Amaya
© Haidee Yulady Jaramillo
© July Andrea Gómez Camperos

© Universidad Francisco
de Paula Santander
Vía Acolsure, Sede el Algodonel
Ocaña Norte de Santander -
Colombia
Teléfono (057)(7) 5690088Bogotá,
Colombia

► Ecoe Ediciones Limitada
Carrera 19 # 63C 32
Bogotá, Colombia

Primera edición: Bogotá, diciembre del 2020

ISBN: 978-958-771-963-5

Directora editorial: Claudia Garay Castro
Corrección de estilo: Camilo Moreno
Copy: Angie Sánchez Wilchez
Diagramación: Denise Rodríguez
Carátula: Wilson Marulanda Muñoz
Impresión: Carvajal Soluciones de
comunicación S.A.S
Carrera 69 #15 -24

*Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.*

Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	XI
PRESENTACIÓN	VI
CAPÍTULO 1: PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Definición de fluido	2
1.3 El fluido como medio continuo.....	3
1.4 Dimensiones y unidades.....	3
1.4.1 Unidades de capacidad	5
1.4.2 Factores de conversión.....	6
1.5 Conceptos de masa, fuerza y peso	9
1.5.1 Masa	9
1.5.2 Fuerza.....	9
1.5.3 Peso.....	9
1.6 Propiedades de los fluidos	9
1.6.1 Densidad.....	9
1.6.2 Peso específico	10
1.6.3 Densidad relativa o peso específico relativo	10

1.6.4 Volumen específico	11
1.6.5 Módulo de elasticidad volumétrico o módulo de compresibilidad.....	12
1.6.6 Tensión superficial.....	14
1.6.7 Capilaridad.....	15
1.6.8 Viscosidad.....	17
1.6.9 Presión o tensión de vapor	21
1.6.10 Propiedades físicas del agua.....	23
1.7 Recapitulación.....	25
1.8 Ejercicios unidad 1	25
CAPÍTULO 2: HIDROSTÁTICA.....	27
2.1 Introducción.....	27
2.2 Definición.....	28
2.3 El concepto de presión.....	28
2.4 Presión atmosférica.....	31
2.5 Presión manométrica.....	33
2.6 Presión absoluta.....	33
2.7 Unidades y escalas para medir presión.....	34
2.8 Medición de presiones hidrostáticas.....	34
2.8.1 Piezómetro.....	34
2.8.2 Manómetro de tubo en u.....	35
2.8.3 Manómetro tipo Bourdon.....	36
2.9 Fuerzas debidas a presión hidrostática sobre superficie sumergidas....	37
2.10 Fuerzas de empuje sobre cuerpos sumergidos y flotantes	39
2.11 Ejemplos unidad 2.....	39
2.12 Recapitulación	49
2.13 Ejercicios unidad 2.....	50
CAPÍTULO 3: HIDRODINÁMICA	56
3.1 Introducción.....	56
3.2 Definición.....	56
3.3 Flujo de un fluido	57
3.3.1 Flujo permanente y no permanente.....	57
3.3.2 Flujo uniforme y no uniforme	57

3.3.3 Flujo laminar	58
3.3.4 Flujo turbulento	58
3.3.5 Flujo unidimensional	58
3.3.6 Flujo bidimensional.....	59
3.3.7 Flujo rotacional.....	59
3.4 Flujo volumétrico	59
3.5 Energía y altura de carga en un flujo	63
3.5.1 Energía potencial.....	63
3.5.2 Energía cinética.....	63
3.5.3 Energía de presión.....	64
3.5.4 Energía total	64
3.6 Ecuaciones básicas del flujo de fluidos	65
3.6.1 Ecuaciones de continuidad	65
3.6.2 La ecuación de energía.....	66
3.6.3 Ecuación de la cantidad de movimiento	68
3.7 Ejemplos unidad 3	69
3.8 Recapitulación.....	78
3.9 Ejercicios unidad 3	79
CAPÍTULO 4: ORIFICIOS Y VERTEDEROS	83
4.1 Introducción.....	83
4.2 Definición.....	84
4.3 Tipos de orificios	85
4.3.1 Orificios de pared gruesa.....	85
4.3.2 Orificios de pared delgada o borde cortante.....	86
4.3.3 Orificio sumergido	88
4.4 Tipos de vertederos	89
4.4.1 Vertederos de pared delgada.....	89
4.4.2 Vertedero de pared gruesa.....	94
4.4.3 Tiempo de vaciado de depósitos por medio de un orificio.....	95
4.5 Ejemplos unidad 4	95
4.6 Recapitulación.....	103
4.7 Ejercicios unidad 4	104

CAPÍTULO 5: FLUJO EN CONDUCTOS CERRADOS.....	107
5.1 Introducción.....	107
5.2 Definición.....	108
5.2.1 Pérdidas primarias o pérdidas por fricción	109
5.2.2 Pérdidas menores o pérdidas localizadas	118
5.3 Ejemplos unidad 5.....	124
5.4 Recapitulación.....	136
5.5 Ejercicios unidad 5	137
CAPÍTULO 6: FLUJO EN CANALES.....	139
6.1 Introducción.....	139
6.2 Definición.....	140
6.2.1 Flujo en un canal	140
6.2.2 Elementos de la sección transversal de un canal	141
6.2.3 Energía del flujo en un canal.....	146
6.2.4 Expresión de la velocidad en canales	149
6.3 Borde libre en un canal.....	151
6.4 El resalto hidráulico	153
6.5 Ejemplos unidad 6.....	155
6.6 Recapitulación.....	165
6.7 Ejercicios unidad 6	166
BIBLIOGRAFÍA	169
Apéndice.....	171

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Comparación de la deformación en un sólido y un líquido.....	2
Figura 2. Variación de la densidad y el peso específico del agua con la temperatura a nivel del mar.....	11
Figura 3. Compresibilidad de un líquido.....	12
Figura 4. Formas de la superficie de contacto entre líquido-pared-aire.....	15
Figura 5. Variación de la viscosidad con la temperatura.....	18
Figura 6. Figura ejemplo 1.15.....	20
Figura 7. Variación de la presión de vapor de agua con la temperatura.....	22
Figura 8. Presión en un punto en un fluido en reposo	30
Figura 9. Barómetro aneroide preciso.....	31
Figura 10. Variación de la presión atmosférica con la altitud.....	32
Figura 11. Unidades y escalas de medida de la presión	34
Figura 12. Piezómetro	34
Figura 13. Manómetro de tubo en u y manómetro diferencial	35
Figura 14. (a) Manómetro diferencial, (b) manómetro digital y (c) manómetro tipo Bourdon	37
Figura 15. Fuerza hidrostática sobre una superficie sumergida	38
Figura 16. Fuerza de empuje sobre cuerpos sumergidos y flotantes.....	39
Figura 17. Manómetro ejemplo 2.1	40
Figura 18. Manómetro ejemplo 2.2	42
Figura 19. Vertedero del ejemplo 2.3	43
Figura 20. Diagrama de distribución de presiones ejemplo 2.3.....	43
Figura 21. Barcaza ejemplo 2.4	44
Figura 22. Compuerta ejemplo 2.5	46
Figura 23. Diagrama de distribución de presiones sobre la compuerta ejemplo 2.5	47
Figura 24. Fuerzas actuantes sobre la compuerta (se desprecia el peso)	49
Figura 25. Esquema ejercicio 2.6	51
Figura 26. Manómetro ejercicio 2.7	52
Figura 27. Compuerta ejercicio 2.8	52
Figura 28. Manómetro ejercicio 2.9	53
Figura 29. Esquema ejercicio 2.10	54
Figura 30. Barcaza ejercicio 2.12.....	54

Figura 31. Molinete o correntómetro	60
Figura 32. Medidor Parshall.....	61
Figura 33. (a) Contador magneto inductivo y (b) Medidor tipo vortex	62
Figura 34. ecuación de continuidad en una derivación	65
Figura 35. Energías en un fluido en movimiento.....	67
Figura 36. Fuerzas debidas a la variación de la cantidad de movimiento (se ha omitido en la figura la fuerza de cuerpo).....	68
Figura 37. Esquema ejemplo 3.4.....	70
Figura 38. Esquema ejemplo 3.5.....	72
Figura 39. Sección de tubería del ejemplo 3.7	75
Figura 40. Línea piezométrica y de energía total ejemplo 3.3	76
Figura 41. Sistema de bombeo del ejemplo 3.8	77
Figura 42. Esquema sistema de bombeo del ejercicio 3.8.....	80
Figura 43. Sistema del ejercicio 3.9	81
Figura 44. Esquema canal del ejercicio 3.10	81
Figura 45. Orificio de pared gruesa o de borde redondeado.....	86
Figura 46. Orificio de pared delgada.....	87
Figura 47. Orificio sumergido	88
Figura 48. Vertedero rectangular de pared delgada.....	90
Figura 49. Vertedero rectangular con contracción	91
Figura 50. Vertedero triangular	92
Figura 51. Coeficiente de gasto C_d de vertederos triangulares	92
Figura 52. Vertedero trapezoidal.....	94
Figura 53. Vertedero rectangular de pared gruesa.....	94
Figura 54. Esquema del ejemplo 4.2	96
Figura 55. Esquema del ejemplo 4.4	98
Figura 56. Tanque del ejemplo 4.5	99
Figura 57. Esquema ejercicio 4.4.....	104
Figura 58. Esquema ejercicio 4.6.....	105
Figura 59. Vertedero ejercicio 4.9.....	106
Figura 60. Pérdidas por fricción en una tubería.....	109
Figura 61. Diagrama de Moody para determinar el factor de fricción " f "	117
Figura 62. Pérdidas de carga a la entrada de una tubería.....	118
Figura 63. Pérdidas de carga en la entrada a un depósito	119
Figura 64. Pérdidas de carga debidas a cambios en la dirección del flujo.....	119

Figura 65. Ampliación y reducciones bruscas en la sección de una tubería....	120
Figura 66. Válvulas: (a) válvula de globo, (b) válvula de compuerta, (c) válvula de retención y (d) válvula de ángulo	121
Figura 67. Sistema de tuberías del ejemplo 5.2.....	125
Figura 68. Sistema de tanques del ejemplo 5.3	127
Figura 69. Línea de conducción ejemplo 5.4	129
Figura 70. Sistema de bombeo ejemplo 5.5.....	130
Figura 71. Resultados del ejemplo 5.5	133
Figura 72. Línea de conducción ejemplo 5.6	134
Figura 73. Resultados del ejemplo 5.6	136
Figura 74. Canal de sección transversal rectangular	141
Figura 75. Canal de sección transversal trapezoidal.....	143
Figura 76. Canal se sección transversal triangular.....	144
Figura 77. Canal de sección transversal circular	145
Figura 78. Canal se sección transversal parabólica.....	146
Figura 79. Curva de energía específica	148
Figura 80. Borde libre recomendado en canales revestidos.....	152
Figura 81. Resalto hidráulico	153
Figura 82. Sección canal ejemplo 6.2	156
Figura 83. Sección canal ejemplo 6.3	157
Figura 84. Sección alcantarilla ejemplo 6.5.....	161
Figura 85. Gráfica de valores y/D para conductos parcialmente llenos	162
Figura 86. Esquema ejemplo 6.6.....	163
Figura 87. Secciones para determinación del caudal ejemplo 6.6.....	163
Figura 88. Canal trapezoidal del ejercicio 6.4.....	167
Figura 89. Línea de energía total y del gradiente de energía para el ejercicio 6.10.....	182
Figura 90. Línea piezométrica ejercicio 5.4	192
Figura 91. Cota línea piezométrica ejercicio 5.5	194
Figura 92. Definición de la función objetivo	198
Figura 93. Aplicación análisis de hipótesis de la hoja de cálculo Excel.....	198
Figura 94. Función “Buscar objetivo” del menú “Datos” de Excel.....	198
Figura 95. Ventana para establecer la función objetivo, definir el valor de iteración e indicar la celda con la variable a despejar	199
Figura 96. Programación de la función objetivo en la celda respectiva y asignación de valor inicial del proceso de iteración	199
Figura 97. Resultados del proceso de iteración	200

LISTA DE ABREVIATURAS

Abreviatura	Significado
$^{\circ}\text{C}$	Grados centígrados
A	Área
A_o	Área del orificio
A_T	Área de la sección transversal del depósito
atm	Atmósfera
c.p.	Centro de presión
C_c	Coefficiente de contracción
C_d	Coefficiente de gasto o de descarga
C_v	Coefficiente de velocidad
D	Profundidad hidráulica
D_r o S	Densidad relativa
E	Energía de flujo o Energía específica
F	Fuerza
F_E	Fuerza de empuje
F_H	Fuerza hidrostática
F_r	Número de Froude

Abreviatura	Significado
G	Aceleración de la gravedad
H_p	Caballos de fuerza
J	Pérdida de energía por unidad de longitud
K o E_v	Módulo de compresibilidad
kgf	Kilogramo fuerza
kg	Kilogramo masa
l	Litro
lps	Litros por segundo
mca	Metros de columna de agua
m	Masa
m.s.n.m.	Metros sobre el nivel del mar
N	Newton
P	Perímetro mojado
Pa	Pascales
Q	Caudal
q	Flujo o caudal por unidad de ancho
R_e	Número de Reynolds
R	Radio hidráulico
SI	Sistema Internacional
s	Segundo
T	Ancho superficial
V	Volumen
V_e o V_s	Volumen específico
W	Peso
Y	Profundidad de flujo
Z	Cota topográfica
ε	Rugosidad absoluta de una tubería
γ	Peso específico
η	Viscosidad cinemática
μ	Viscosidad dinámica o absoluta
ρ	Densidad
σ	Tensión superficial
τ	Esfuerzo cortante o tensión cortante
v	Velocidad

INTRODUCCIÓN

La mecánica de los fluidos está relacionada con el estudio de los fluidos en dos condiciones específicas: cuando se encuentran en reposo o cuando se encuentran en movimiento. Cada una de estas situaciones es materia de estudio de una rama específica: la hidrostática estudia los fluidos en reposo y la hidrodinámica que estudia los fluidos en movimiento. En ambos casos es importante conocer la interacción que hay entre el fluido y la superficie que lo contiene y los efectos asociados a esta interacción.

Así mismo, en el caso de un fluido en movimiento como el agua, a continuación se desarrollan algunos capítulos relacionados con la hidráulica; esta se entiende como una aplicación de la mecánica de fluidos en problemas relacionados al flujo de fluidos por conductos o canales abiertos y dispositivos medidores de flujo.

Todos los conocimientos abordados en este libro serán una pieza clave para que el lector pueda tener los conceptos básicos necesarios para concebir sistemas para el aprovisionamiento, tratamiento y distribución de un líquido. Además, el libro se centra de forma particular en un líquido: el agua.

Muchos de los temas tratados en cada uno de los 6 capítulos que vienen a continuación se desarrollan de forma que permiten al lector entender los conceptos y aplicaciones más importantes sin entrar en el estudio profundo desde el punto de vista diferencial o integral.

En la *unidad 1* se realiza un estudio de las diferentes propiedades que poseen los fluidos y se hace un énfasis especial en el agua.

En las *unidades 2 y 3* se presentan los conceptos básicos del estudio de la mecánica de los fluidos con respecto al comportamiento de estos en su estado de reposo y en movimiento.

En las *unidades 4, 5 y 6* se aborda el estudio de los dispositivos utilizados para realizar mediciones de gasto o caudal como, por ejemplo, los orificios y vertederos. Se realiza el estudio del comportamiento del agua cuando se conduce por un conducto cerrado a presión, y por un conducto cerrado o abierto con superficie libre.



METODOLOGÍA



A continuación, se describen unos puntos básicos que el lector debe tener en cuenta para desarrollar las diferentes unidades contenidas en este libro:

1. Lea detenidamente los objetivos planteados para cada unidad. Luego, a medida que realiza la lectura de los conceptos, enunciados, ejemplos y los ejercicios planteados, identifique estos objetivos y determine el nivel de conocimiento que ha adquirido.
2. Para un mejor entendimiento de los conceptos planteados en este libro el lector debe realizar la lectura de los contenidos de cada unidad y observar los ejemplos antes de abordar los ejercicios de cada unidad. Se recomienda que la solución a dichos ejercicios se revise únicamente cuando estos se hayan resuelto, para que, de este modo, se garantice la apropiación de los conceptos tratados en cada unidad.
3. Los diferentes temas abordados en el presente libro deben, en lo posible, ser ampliados realizando la consulta de la bibliografía definida al final del mismo.

OBJETIVOS GENERALES

Una vez el lector haya concluido el estudio de las diferentes temáticas abordadas en este libro estará en capacidad de:

- Definir algunas de las propiedades más importantes de los fluidos, especialmente del agua.
- Manejar el concepto de presión y evaluar las fuerzas que el agua puede ejercer sobre las superficies que la contienen.
- Conocer los diferentes tipos de energía que se superponen mientras un líquido como el agua se encuentra en movimiento.
- Identificar algunos de los dispositivos para la medición de caudal y sus principios básicos de funcionamiento.
- Establecer las pérdidas de energía que se presentan cuando se transporta un determinado caudal de un punto a otro.
- Analizar las condiciones de flujo cuando se transporta un determinado caudal a superficie libre por un conducto cerrado o abierto.

CAPÍTULO 1

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

Objetivos generales

Al concluir el estudio del presente capítulo, el lector estará en capacidad de: identificar las propiedades que distinguen a los líquidos entre sí y que se ven reflejadas en su comportamiento.

Objetivos específicos

- Establecer las diferentes aplicaciones de la hidráulica y la mecánica de los fluidos.
- Describir las propiedades más relevantes de los fluidos, particularmente del agua.
- Conocer algunos de los problemas asociados a las diferentes características físicas del agua.

1.1 Introducción

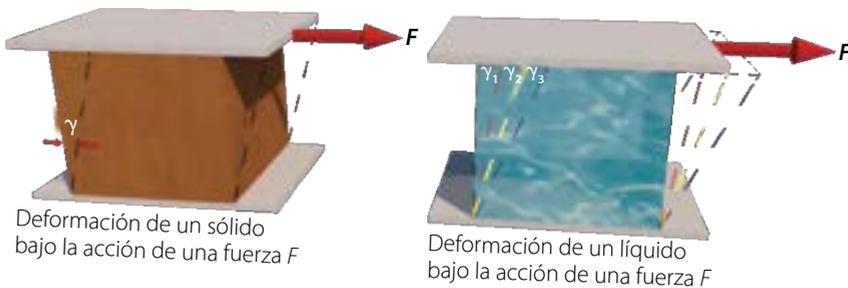
El estudio del comportamiento de un fluido en condiciones dinámicas o estáticas siempre dependerá de las propiedades propias de cada fluido. En lo que respecta a este libro el estudio se centra exclusivamente en los líquidos (pues los fluidos se clasifican en líquidos y gases) y, en particular, en el agua. Muchas de las propiedades de los líquidos están íntimamente relacionadas con la temperatura, por ello, es importante especificar el grado de variación y saber de qué manera esa variación afecta el comportamiento del líquido y en particular del agua.

1.2 Definición de fluido

Es toda sustancia capaz de fluir es una sustancia que se deforma continuamente bajo la aplicación de un esfuerzo de corte¹, sin importar cuán pequeño pueda ser este.

Se podría definir también analizando su comportamiento con respecto al de un sólido. De acuerdo con la figura 1, cuando se aplica una fuerza a un sólido, este sufre una determinada deformación o cambio de forma que alcanza un determinado valor mientras se esté aplicando la fuerza al sólido. En el caso de aplicación de la misma fuerza a un líquido, la deformación continúa mientras se esté aplicando la fuerza. Así, el movimiento del fluido continuo se mantendrá mientras se esté aplicando la fuerza de corte, por ende, un fluido no puede soportar esfuerzos cortantes cuando está en reposo.

Figura 1. Comparación de la deformación en un sólido y un líquido



Fuente: elaboración propia

Los fluidos se clasifican en dos grupos característicos: líquidos y gases. A continuación, nos centraremos en los líquidos y, entre ellos, particularmente el agua.

Un líquido se adapta al recipiente que lo contiene, es decir, no tiene rigidez de forma como sucede con los sólidos.

Cuando las moléculas de un líquido están sometidas únicamente a la acción de la gravedad, todas tienden a descender al fondo del recipiente y, por ello, el cuerpo del fluido adopta la forma de este.

1 Un esfuerzo de corte es el que se produce por la acción de una fuerza en forma paralela a una superficie o que aparece cuando dos superficies entran en contacto o cuando una trata de deslizarse respecto a otra.

1.3 El fluido como medio continuo

Este libro considera las condiciones medias, efectos promedios o macroscópicos de muchas moléculas (que son lo que ordinariamente percibimos y medimos como, por ejemplo, presión, velocidad, temperatura, densidad, etc.). Por tanto, como no es nuestro interés el estudio por separado de cada molécula, pues, los fluidos se pueden considerar medios que poseen continuidad en todas sus propiedades. Se supone que el fluido es un medio continuo; es decir, una distribución continua de materia sin espacios vacíos.

1.4 Dimensiones y unidades

En la mecánica de fluidos y la hidráulica se analizan diversos aspectos relacionados con propiedades, parámetros o cantidades, los cuales requieren ser expresados en unidades convencionales. Lo anterior implica la necesidad de utilizar sistemas de unidades que se basan en dimensiones básicas independientes entre sí y mediante las cuales se puedan establecer las unidades de otras dimensiones consideradas secundarias.

Los sistemas de unidades adoptados para definir las unidades de las dimensiones básicas son variados, entre los principales están: el sistema CGS, el sistema inglés y el sistema internacional (SI). Desde 1971, este último se ha intentado consolidar como el sistema universal de unidades.

Las dimensiones básicas o primarias se han definido como: la longitud, el tiempo, la masa y la temperatura. En la tabla 1 se resumen los principales sistemas de unidades y las correspondientes unidades que se asignan a las dimensiones básicas.

Tabla 1. Unidades para dimensiones básicas

Sistema	Longitud	Tiempo	Masa	Temperatura
SI	Metro (m)*	Segundo (s)*	Kilogramo (kg)*	Kelvin (°K)
CGS	Centímetro (cm)*	Segundo (s)*	Gramo (g)*	Kelvin (°K)
Inglés	Pie (ft)*	Segundo (s)*	Libra-masa (lbm)*	Rankine (°R)

()* Símbolo de la unidad.

Fuente: elaboración propia

Las dimensiones secundarias, como se indicó anteriormente, estarán representadas por dimensiones básicas basándose en leyes o definiciones. En la tabla 2 se muestran algunas de estas dimensiones en diferentes sistemas de unidades.

Tabla 2. Unidades para algunas dimensiones secundarias

Sistema	SI	CGS	Inglés
Velocidad	m/s	cm/s	pie/s
Volumen	m ³	cm ³	pie ³
Fuerza	Newton (N)*	dina	Libra-fuerza (lbf)*
Presión	Pascal = N/m ² (Pa)*	dina/cm ² (baría)*	lbf/pie ²
Caudal	m ³ /s	cm ³ /s	pie ³ /s
Energía	Joule (J)*	Ergio (erg)*	
Potencia	Watt = J/s (W)*	ergio/s	lbf * pie/s
Viscosidad	Pa * s	poise	lbf * s/pie ²
Viscosidad cinemática	m ² /s	stoke	pie ² /s

(*) Símbolo de la unidad.

Fuente: elaboración propia

Para el caso de la fuerza en el sistema internacional su unidad es el newton (N) y se define en función de dimensiones básicas de masa, longitud y tiempo con la segunda ley de Newton: fuerza = masa * aceleración = $N = \frac{\text{kg} * m}{s^2}$. La equivalencia para la unidad de fuerza entre el sistema SI y el inglés está dada por: $1N = 0,22480,9 \text{ lbf}$.

En el caso de la presión, la equivalencia entre el SI y el sistema inglés es:

$$1 \frac{\text{lbf}}{\text{pie}^2} = 47,9 = \frac{N}{m^2} = 47,9 \text{ Pa}$$

En el caso del SI, las unidades secundarias en ocasiones requieren ser expresadas en cantidades que pueden ser o muy grandes o muy pequeñas, para ello se utilizan los prefijos que se indican en la tabla 3. Un ejemplo de uso de estos prefijos es cuando tenemos que expresar un valor muy alto de presión; en ese caso se podrían utilizar el giga o el mega: $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ pascales}$ o $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ pascales}$.

Tabla 3. Prefijos en el SI y sus símbolos

Prefijo	Factor multiplicador	Símbolo
exa	1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}	E
peta	1 000 000 000 000 000 = 10^{15}	P
tera	1 000 000 000 000 = 10^{12}	T
giga	1 000 000 000 = 10^9	G
mega	1 000 000 = 10^6	M
kilo	1 000 = 10^3	k
hecto	100 = 10^2	h
deca	10	da
deci	0.1 = 10^{-1}	d
centi	0,01 = 10^{-2}	c
mili	0,001 = 10^{-3}	m
micro	0,000001 = 10^{-6}	μ
nano	0,000000001 = 10^{-9}	n
pico	0,000000000001 = 10^{-12}	p
fento	0,000000000000001 = 10^{-15}	f
atto	0,000000000000000001 = 10^{-18}	a

Fuente: elaboración propia

1.4.1 Unidades de capacidad

En algunas ocasiones se requiere expresar algunas magnitudes físicas en términos de unidades de capacidad², las cuales tienen relación estrecha con las unidades de volumen³. Un caso común es el uso de unidades relacionadas con el litro (*l*) o (L) al definir el caudal que fluye por una tubería o un canal, por ejemplo 30 litros por segundo = 30 lps = 30 l/s. En la tabla 4 se muestran las unidades de capacidad y su equivalencia en litros.

² Capacidad corresponde al espacio vacío de una cosa que es suficiente para contener a otra.

³ Volumen refiere al espacio que ocupa un cuerpo.

Tabla 4. Unidades de capacidad

Nombre	Símbolo	Equivalencia en litros
kilolitro	kl	1000 L
hectolitro	hl	100 L
decalitro	dal	10 L
litro	l	1 L
decilitro	dl	0,1 L
centilitro	cl	0,01 L
militro	ml	0,001 L

Fuente: elaboración propia

Para relacionar m^3 con litros se tiene la siguiente equivalencia: $1 m^3 = 1.000 L$. Un caso común es el uso de unidades relacionadas con el litro para definir el caudal que fluye por una tubería o un canal, por ejemplo 30 litros por segundo = 30 lps = 30 l/s.

1.4.2 Factores de conversión

Con el fin de facilitar la conversión de unidades entre los diferentes sistemas se han establecido factores de conversión, en la tabla 5 y en el apéndice A se incluyen los de uso más común.

Tabla 5. Factores de conversión

Magnitud	a SI
Longitud	1 in = 25,40 mm
	1 pie = 0,3048 m
	1 mi = 1,609 km
Volumen	1 in ³ = $16,39 \times 10^3$ mm ³
	1 pie ³ = 0,02832 m ³
	1 gal = 3,785 L
masa	1 lbm = 0,454 kg
Fuerza	1 lbf = 4,448 N
Presión o esfuerzo	1 psi = 6,895 kPa
	1 ksi = 6,895 MPa
Potencia	1 pie * lbf/s = 1.356 W
	1 hp = 746 W

Otros Factores de conversión útiles
1 litro = 1 L = 1.000 ml = 1.000 cm ³
1 ml = 1 cm ³
1 galón = 1 gal = 231 in ³
1 pie ³ = 7,48 gal
1 poise = 0,1 kg/(m * s)
1 Stoke = 0,0001 m ² /s
1 bar = 10 ⁵ Pa
1 atmósfera = 1 atm = 1,01325 bar
1 atm = 101.325 Pa
1 caballo de fuerza = 1 hp = 550 pie * lbf/s
1 milla = 1 mi = 5.280 pies
1 kilogramo fuerza = 1 kgf = 9.806 N

Fuente: elaboración propia

Ejemplo 1.1. Una línea de conducción de un sistema de acueducto rural tiene una longitud de 9.879 pies, vamos a expresar en unidades SI esta dimensión.

En unidades SI la longitud se expresa en metros (m). Para determinar a cuántos metros equivalen 9.879 pies, se aplica el método del factor unitario:

$$9.879 \text{ pie} \times \frac{0,3048 \text{ m}}{1 \text{ pie}} = 3.011,12 \text{ m}$$

El valor en metros se puede expresar utilizando el prefijo kilo de la tabla 3:

$$3.011,12 \text{ m} \times \frac{1 \text{ km}}{1.000 \text{ m}} = 3.012 \text{ km}, \text{ donde km} = \text{kilómetro}$$

Ejemplo 1.2. Se desea construir un tanque para un volumen de 72 m³, ¿cuál es la capacidad correspondiente en litros?

Se debe tener en cuenta la equivalencia que existe entre m³ y litros:

$$72 \text{ m}^3 \times \frac{1.000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} = 72.000 \text{ l}$$

Ejemplo 1.3. Encontrar la presión equivalente en unidades del sistema inglés para una presión de 50 pascales.

De acuerdo con la tabla 2, en el sistema inglés la unidad de presión es lbf/pie² y, utilizando la equivalencia entre la unidad de presión del SI y el sistema inglés, se tiene:

$$50 \text{ pascales} = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 50 \text{ Pa} \times \frac{1 \frac{\text{lbf}}{\text{pie}^2}}{47,9 \text{ Pa}} = 1,044 \frac{\text{lbf}}{\text{pie}^2}$$

Ejemplo 1.4. Por una tubería circula un caudal de 20 lps (litros por segundo = l/s), expresar este caudal en unidades SI.

En la tabla 2 se observa que las unidades para caudal en el SI es el m³/s, aplicando el factor de conversión se tiene:

$$20 \text{ lps} = 20 \frac{\text{l}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1.000 \text{ l}} = 0,02 \text{ m}^3$$

Ejemplo 1.5. Un tanque de nitrógeno comprimido para uso en procesos industriales es un cilindro con 6 pulgadas de diámetro y 4,25 pies de longitud. Calcular la capacidad del tanque en litros y el correspondiente volumen en m³.

El volumen de un cilindro está dado por el producto del área de su sección transversal (área de la base) y su altura o longitud. Además, la equivalencia entre pulgadas y pies está dada por: 1 pie = 12 pulgadas (12 in). Aplicando los correspondientes factores de conversión se tiene:

$$6 \text{ in} \times \frac{1 \text{ pie}}{12 \text{ in}} = \frac{0,3048 \text{ m}}{1 \text{ pie}} = 0,1524 \text{ m}$$

$$4,25 \text{ ft} \times \frac{0,3048 \text{ m}}{1 \text{ ft}} = 1,30 \text{ m}$$

$$\text{Volumen tanque} = \text{Área base} * \text{longitud} = \frac{\pi}{4} (0,1524 \text{ m})^2 * 1,30 \text{ m} = 0,024 \text{ m}^3$$

Capacidad tanque:

$$0,024 \text{ m}^3 \times \frac{1.000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} = 24 \text{ l}$$

La capacidad del tanque es de 24 litros, correspondiente a un volumen de 0,024 m³.

1.5 Conceptos de masa, fuerza y peso

1.5.1 Masa

Es la propiedad de un cuerpo, de un fluido (gas o líquido) que se mide a partir de su inercia o su resistencia a un cambio de movimiento. Es una medida de la cantidad de fluido. Se denota con la letra m y su unidad en el SI es el kilogramo (kg).

1.5.2 Fuerza

Se puede entender la fuerza como la acción que un cuerpo ejerce sobre otro que puede derivarse de un contacto físico entre ambos o entre cuerpos que no están en contacto cuando es el resultado de un efecto gravitatorio, de tipo eléctrico o incluso magnético. Se puede analizar el concepto de la siguiente forma: se deja caer un cuerpo con una masa de 1 kg sobre la que actúa una aceleración de 9.806 m/s^2 , para el caso de la tierra; la acción que experimenta este cuerpo estará dada por la segunda ley de Newton: $F = m \times a$. En esta, F es la fuerza (acción sobre el cuerpo), m es la masa del cuerpo y a es la aceleración de la gravedad. Las unidades de medida de la fuerza en el SI son el newton (N), además, un 1 N es igual a $1 \frac{\text{kg} * \text{m}}{\text{s}^2}$.

1.5.3 Peso

Es la cantidad de fuerza con la que el cuerpo es atraído hacia la tierra por la acción de la gravedad. Se representa por la letra w y de acuerdo a la segunda ley de Newton $w = m * g$, donde $g = \text{gravedad terrestre} = 9,81 \text{ m/s}^2$.

1.6 Propiedades de los fluidos

1.6.1 Densidad

Se representa con la letra griega ρ y representa la masa de un fluido contenida en la unidad de volumen. Sus unidades en el sistema internacional son kg/m^3 y se calcula mediante la ecuación 1.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde:

m = masa

V = Volumen

La densidad del agua a $4 \text{ }^\circ\text{C}$ es de 1.000 kg/m^3 .

1.6.2 Peso específico

Representa el peso del fluido por unidad de volumen. Se representa con la letra griega γ y sus unidades en el SI son N/m^3 ; se calcula mediante la ecuación 2:

$$\gamma = \frac{\text{peso}}{\text{volumen}} = \frac{W}{V} \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde:

W = peso

V = volumen

Esta propiedad se relaciona con la densidad a través de la siguiente ecuación.

$$\gamma = \rho * g \quad \text{Ecuación 3}$$

Donde:

ρ = densidad

g = aceleración de la gravedad = $9,8066 \text{ m/s}^2 = 32,174 \text{ pie/s}^2$

El peso específico del agua a 4°C es de 9.806 N/m^3 o 1.000 kgf/m^3 .

1.6.3 Densidad relativa o peso específico relativo

A menudo resulta conveniente expresar el peso específico o densidad de un fluido en términos del peso específico o densidad de un fluido común que, por lo general, es el agua pura a 4°C , en esta temperatura el agua posee su densidad más grande. La densidad relativa del agua a 4°C es 1 y se calcula mediante la ecuación 4:

$$D_r = S = \frac{\rho_{\text{fluido}}}{\rho_{\text{agua a } 4^\circ\text{C}}} = \frac{\gamma_{\text{fluido}}}{\gamma_{\text{agua a } 4^\circ\text{C}}} \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde:

$D_r = S$ = densidad relativa

γ_f = peso específico del fluido

ρ_f = densidad del fluido

$\gamma_{\text{agua}} = \text{peso específico del agua} = \gamma_w = \gamma_o$

$\rho_{\text{agua}} = \text{densidad del agua} = 1.000 \text{ kg/m}^3$

1.6.4 Volumen específico

Representa el volumen ocupado por la unidad de masa. Se determina con el inverso de la densidad. Sus unidades en el SI son $\text{m}^3/\text{kg-masa}$ y se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$V_e = V_s = \frac{1}{\rho} \quad \text{Ecuación 5}$$

Donde:

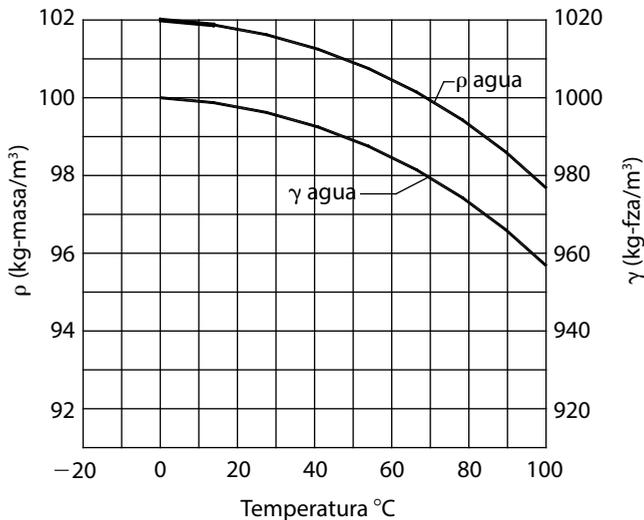
V_e = volumen específico del fluido

ρ = densidad del fluido

¡Para tener en cuenta!

La densidad, el peso específico, la densidad relativa y el volumen específico de un fluido, particularmente para los líquidos, son prácticamente independientes de la presión, pero sí dependen de la temperatura. Estas propiedades disminuyen cuando aumenta la temperatura, ver figura 2.

Figura 2. Variación de la densidad y el peso específico del agua con la temperatura a nivel del mar

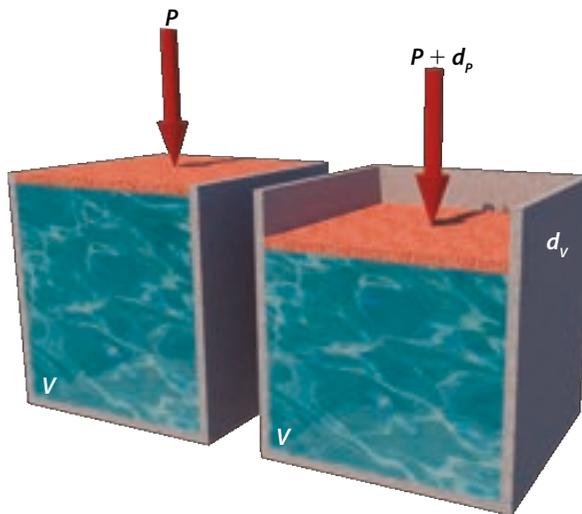


Fuente: Sotelo (1998, 22).

1.6.5 Módulo de elasticidad volumétrico o módulo de compresibilidad

La compresibilidad de un fluido es una medida que expresa el cambio de volumen cuando un fluido se somete a diversas presiones. De acuerdo con la figura 3, en el caso de los líquidos que se supone incompresibles, cuando experimentan cambios súbitos o grandes en la presión, sufren cambios de volumen y la relación entre la variación de la presión y la variación de volumen se establece mediante el módulo de compresibilidad. Sus unidades en el SI son N/m^2 y se expresa mediante la ecuación 6.

Figura 3. Compresibilidad de un líquido



Fuente: elaboración propia

$$K = E_v = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_o}}$$

Ecuación 6

Donde:

$K = E_v$ = módulo de compresibilidad

ΔP = variación de presión que experimenta el fluido

ΔV = variación de volumen generada por la acción de ΔP

V_o = volumen inicial del fluido antes de la acción de ΔP

Para el agua a $20\text{ }^\circ\text{C}$ el módulo de compresibilidad es $K = 2,2\text{ GPa}$.

Ejemplo 1.6. Una presión de 1 MPa (1×10^6 Pa) aplicada a 300 litros de líquido causa una reducción en el volumen de 0,6 litros. Determinar el módulo de elasticidad volumétrico en GPa.

Reemplazando en la ecuación 6 se tiene:

$$K = -\frac{1 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\frac{-0,6 \text{ L}}{300 \text{ L}}} = 0,5 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} * \frac{1 \text{ GPa}}{1 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 0,5 \text{ GPa}$$

Ejemplo 1.7. En el caso de un líquido comprimido en un tanque cilíndrico, este tiene un volumen de 1,5 litros a una presión de 1,5 MPa y un volumen de 900 cm³ a 3 MPa, ¿cuál es el módulo de elasticidad volumétrico del líquido?

Del enunciado del problema se extraen las variables que componen la ecuación 6.

$$\Delta P = 3 \text{ MPa} - 1,5 \text{ MPa} = 1,5 \text{ MPa}$$

$\Delta V = V_f - V_o$, se llevan a las mismas unidades estos 2 volúmenes:

$$1,5 \text{ L} * \frac{1.000 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 1.500 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = 900 \text{ cm}^3 - 1.500 \text{ cm}^3 = -600 \text{ cm}^3.$$

Aplicando la ecuación 6 se tiene:

$$K = -\frac{1,5 \text{ MPa}}{\frac{-600 \text{ cm}^3}{1.500 \text{ cm}^3}} = 3,75 \text{ MPa}$$

Ejemplo 1.8. A 1 m³ de agua a 30 °C se le aumenta la presión en 20 kgf/cm², determinar la variación de volumen en m³ en estas condiciones.

Inicialmente se debe conocer el valor del módulo de elasticidad volumétrico del agua a 30 °C, a partir de la tabla 7 se tiene que $K = 23.100 \text{ kgf/cm}^2$. Si se aplica la ecuación 6, se puede determinar la variación de volumen que corresponde a la variación de presión de 20 kgf/cm².

$$K = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_o}} \rightarrow \Delta V = -\frac{V_o \times \Delta P}{K} = -\frac{1 \text{ m}^3 \times 20 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}}{23.100 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} = -8,66 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Ejemplo 1.9. Si el módulo de elasticidad volumétrica del agua es 2,2 GPa, ¿cuál es la presión en MPa requerida para reducir su volumen en un 0.5 %?

Si el volumen se reduce en un 0.5 %, el volumen final será:

$$V_f = \left(1 - \frac{0,5}{100}\right)V_o = 0,995 V_o$$

Aún cuando no se conoce el volumen inicial, cuando se reemplaza en la ecuación 6, este valor se cancela y se podrá determinar la presión requerida para generar la reducción de volumen indicada.

$$K = 2,2 \text{ GPa} = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_o}} = -\frac{\Delta P}{\left[\frac{(V_f - V_o)}{V_o}\right]} = -\frac{\Delta P}{\left[\frac{(0,995V_o - V_o)}{V_o}\right]}$$

$$K = 2,2 \text{ GPa} = -\frac{\Delta P}{(0,995 - 1)} = \frac{\Delta P}{0,005}; \Delta P = (2,2 \text{ GPa})(0,005) = 0,011 \text{ GPa}$$

$$K = 0,011 \text{ GPa} \times \frac{1 \times 10^9 \text{ Pa}}{1 \text{ GPa}} \times \frac{1 \text{ MPa}}{1 \times 10^6 \text{ Pa}} = 11 \text{ MPa}$$

1.6.6 Tensión superficial

Se origina porque la resultante de las fuerzas de cohesión entre las moléculas localizadas en la superficie del fluido se dirige hacia el centro del líquido, pues las fuerzas de cohesión del medio que se encuentra encima de la superficie libre (por ejemplo, aire) son muy reducidas. Estas fuerzas impulsan a las moléculas inferiores a un movimiento ascendente.

La tensión superficial representa la fuerza que se genera sobre la superficie libre del líquido o la de contacto entre dos líquidos. Es la medida por unidad de longitud perpendicular a una dirección especificada. La acción de las componentes verticales de esta fuerza equilibra la resultante de las fuerzas de cohesión cuya dirección es perpendicular a la superficie del líquido.

La tensión superficial hace inestable la superficie plana de frontera en que se ejerce. El desequilibrio originado en la interface por la tensión superficial, da lugar a una serie de fenómenos:

- Interacción con una pared sólida (líquidos que mojan o no la superficie de contacto, ascenso o descenso de la superficie libre en tubos capilares).
- Flotación de objetos en la superficie.
- Formación de gotas. Adquiere la menor superficie posible, a saber, la esférica.
- Evaporación superficial.

Las unidades de tensión superficial en el SI son N/m, se designa con la letra griega σ y se calcula mediante la ecuación 7:

$$\sigma = \frac{F}{L} \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde:

F = fuerza de tensión distribuida a lo largo de la superficie del líquido

L = longitud a lo largo de la cual actúa la fuerza de tensión

La tensión superficial varía inversamente con la temperatura de tal forma que a mayor temperatura menor tensión superficial.

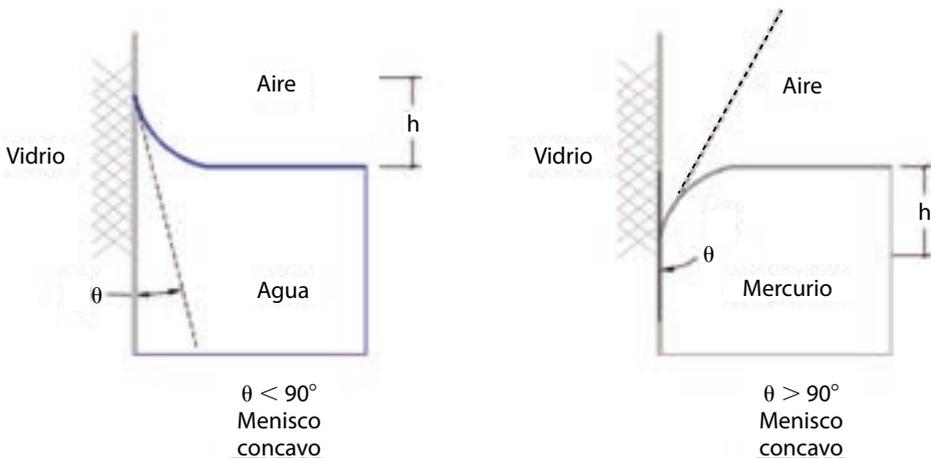
La tensión superficial para el agua a 20 °C es de 0,074 N/m.

1.6.7 Capilaridad

Este fenómeno se presenta debido a la tensión superficial de los líquidos y por el valor relativo de la adhesión entre líquido y sólido a las fuerzas de cohesión del líquido que se conoce como *tensión de adherencia*.

Cuando un líquido está limitado por una pared, sus moléculas son atraídas no solo por las fuerzas del medio superior (que puede ser el aire), sino además por las de la propia pared. En el caso de que las fuerzas de adhesión de la pared sean mayores que las de cohesión de las moléculas vecinas del líquido, este se extenderá sobre la pared, es decir, la moja. En caso contrario, el líquido repele la pared y no la moja, ver figura 4.

Figura 4. Formas de la superficie de contacto entre líquido-pared-aire



Para determinar la elevación capilar que alcanza el agua en un tubo con estas características se utiliza la ecuación 8 conocida como ecuación de Jurin.

$$h = \frac{2 \times \sigma \times \cos \theta}{r \times \gamma} \quad \text{Ecuación 8}$$

Donde:

r = radio del tubo capilar

σ = tensión superficial del líquido

θ = ángulo de contacto del menisco con la frontera sólida

Por los bajos valores de la tensión superficial, solo son apreciables los ascensos – descensos capilares en tubos de diámetros muy pequeños que se denominan capilares y que da el nombre al fenómeno. La altura capilar es despreciable en tubos con diámetro interior de 15 mm o mayores.

Para el agua en un tubo de vidrio, con valores de ángulo de contacto θ de aproximadamente 0° y tensión superficial de 0,074 N/m (a 20°C), en la tabla 6 se tienen los siguientes valores del ascenso capilar aplicando la ecuación 8 para distintos diámetros de los tubos.

Tabla 6. Valores de Ascensión capilar para diferentes diámetros de tubos

h (mm)	297	29,7	2,97	0,297
D (mm)	0,1	1	10	100

Fuente: elaboración propia

Ejemplo 1.10. ¿Qué diámetro requiere un tubo de vidrio de modo que la altura capilar máxima de agua dentro de este sea de 0,5 mm?

Utilizando la ecuación 8, considerando la tensión superficial para el agua a 20°C y teniendo en cuenta que el menisco se encontrará totalmente desarrollado (con lo cual el ángulo de contacto es 0°) se convierten los 0,5 mm a metros.

$$0,5 \text{ mm} \times \frac{1 \text{ m}}{1.000 \text{ mm}} = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$5 \times 10^{-4} \text{ m} = \frac{2 \times \left(0,074 \frac{\text{N}}{\text{m}}\right) \times \cos 0^\circ}{\left(\frac{5 \times 10^{-6} \text{ m}}{2}\right) \times 9.806 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}} r = 0,03 \text{ m}$$

El diámetro del tubo de vidrio debe ser de $0,06 \text{ m} = 2r = 60 \text{ mm} = 6 \text{ cm}$

Ejemplo 1.11. Calcular la ascensión capilar máxima del agua en un tubo de vidrio de 0,005 mm de diámetro.

El diámetro del tubo en metros es de 5×10^{-6} m, la tensión superficial del agua a 20 °C es de 0,074 N/m y para la ascensión capilar máxima se tiene que el ángulo de contacto es de 0° .

$$h_{\text{máx}} = \frac{2 \times \left(0,074 \frac{\text{N}}{\text{m}}\right) \times \cos 0^\circ}{\left(\frac{5 \times 10^{-6} \text{ m}}{2}\right) \times 9.806 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}} = 6,04 \text{ m}$$

1.6.8 Viscosidad

Es la propiedad de un fluido por la cual este ofrece resistencia al movimiento relativo de sus moléculas; es decir, ofrece resistencia a que el fluido fluya. Esta resistencia conlleva a que el fluido pierda energía mientras se mueve, como es el caso del flujo de agua a través de las tuberías. En un fluido los esfuerzos cortantes que se presentan, por el hecho de este fluir, son proporcionales a la variación de la velocidad del fluido con la altura o espesor de la capa de fluido. Esta constante de proporcionalidad es lo que se conoce como viscosidad dinámica o absoluta " μ ". Las unidades de la viscosidad absoluta en el SI son **Pa * s** o **N * s/m²**, ver ecuación 9.

$$\tau = \mu * \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad \text{Ecuación 9}$$

Donde:

μ = viscosidad absoluta

$\frac{\Delta v}{\Delta y}$ = gradiente de velocidad y tiene unidades de s^{-1} o $1/\text{s}$.

Δv = variación de velocidad en dirección y (vertical).

Δy = diferencia de altura en la distribución de velocidades en el fluido.

Los fluidos que cumplen la relación anterior se denominan *fluidos newtonianos*, a los cuales pertenecen la mayoría de los líquidos.

En algunas expresiones utilizadas en mecánica de fluidos se obtiene el cociente entre la viscosidad absoluta y la gravedad (ecuación 10), a dicha relación se le denomina viscosidad cinemática y sus unidades en el SI son m^2/s .

$$\eta = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{Ecuación 10}$$

Donde:

η = viscosidad cinemática del fluido

μ = viscosidad absoluta del fluido

ρ = densidad del fluido

¡Para experimentar!

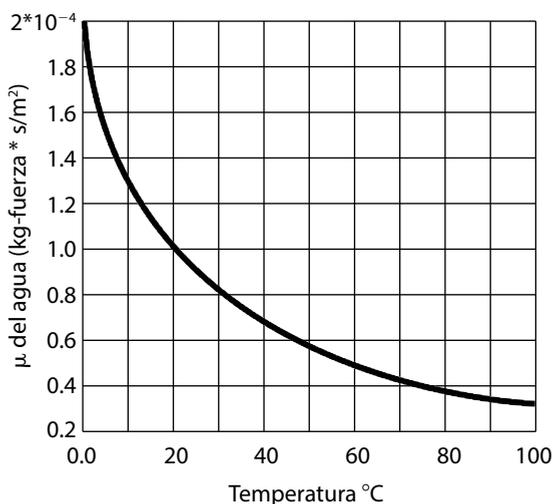
Si se toman dos recipientes, uno de ellos con agua y el otro con aceite de cocina, y se va inclinando lentamente cada uno de los recipientes ¿qué se observa? ¿Cuál fluye primero? ¿A qué se debe esto?

Según lo que se observa en la figura 5 la viscosidad varía en forma inversa con la temperatura, es así como a medida que aumenta la temperatura disminuye la viscosidad.

¡Para experimentar!

Si se toman dos recipientes de vidrio y se coloca aceite de cocina hasta casi llenarlos, calentando posteriormente uno de los recipientes e introduciendo una paleta en el líquido contenido en cada uno de ellos, ¿cuál presentó más resistencia a la penetración de la paleta?, ¿qué se comprueba con esto?

Figura 5. Variación de la viscosidad con la temperatura



Fuente: Sotelo (1998 p. 25).

Ejemplo 1.12. Determinar la viscosidad cinemática en m^2/s de un líquido cuya viscosidad absoluta es de 15,20 poises y su densidad relativa de 0,96.

Para utilizar la ecuación 10 se debe verificar que la viscosidad y la densidad estén en unidades consistentes. De la tabla 5 se tiene que 1 poise = 1 Poise = $0.1 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ y del concepto de densidad relativa de la ecuación 4 se puede determinar la densidad del fluido:

$$D_r = 0,96 = \frac{\rho_{\text{fluido}}}{\rho_{\text{agua}}}, \rho_{\text{fluido}} = 0,96 \times 1.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\eta = \frac{15,20 \times 0,1 \frac{\text{kg}}{(\text{m} \cdot \text{s})}}{960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1,58 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Ejemplo 1.13. Determinar el esfuerzo cortante (tensión cortante) que experimenta un líquido con densidad relativa de 0,86 cuando en este se está generando un gradiente de velocidad de 15 s^{-1} . El fluido tiene una viscosidad absoluta de $4,88 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$.

Para determinar el esfuerzo cortante se utiliza la expresión dada por la ecuación 9:

$$\tau = (4,88 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2) \times 15 \text{ s}^{-1} = 0,0732 \text{ N}/\text{m}^2 = 0,0732 \text{ Pa}$$

Ejemplo 1.14. Si la viscosidad del agua a 68°F (20°C) es de $2,11 \times 10^{-5} \text{ lb} \cdot \text{s}/\text{pie}^2$, ¿cuál es la viscosidad cinemática en estas condiciones? y ¿cuántos Stokes de viscosidad cinemática tiene el agua?

Utilizando la ecuación 10, con la densidad del agua a 20°C que es de $998,2 \text{ kg}/\text{m}^3$, se determina la viscosidad cinemática; sin embargo, previamente se debe expresar la viscosidad del agua en unidades SI para que se tenga consistencia de unidades.

$$2,11 \times 10^{-5} \frac{\text{lb} \cdot \text{s}}{\text{pie}^2} \times \frac{4,448 \text{ N}}{1 \text{ lb}} \times \frac{1 \text{ pie}^2}{(0,3048 \text{ m})^2} = 1,01 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}^2}$$

$$\eta = \frac{1,01 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}^2}}{998,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{1,01 \times 10^{-3} \left(\text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2}}{998,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1,01 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

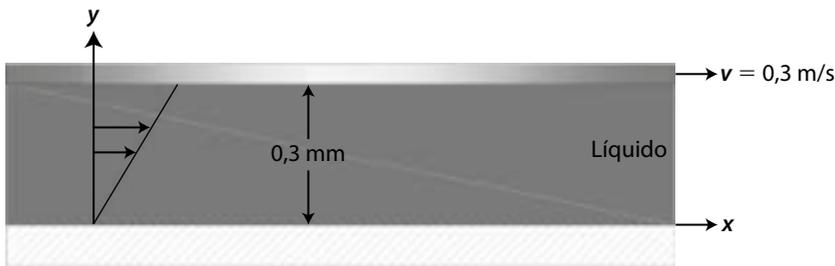
Para expresar la viscosidad cinemática en Stokes, se utiliza el factor de conversión dado en la tabla 5 de 1 Stoke = $0.0001 \text{ m}^2/\text{s}$.

$$\eta = 1,01 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ Stoke}}{0,0001 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 0,0101 \text{ Stokes} = 1,01 \times 10^{-4} \text{ Stokes}$$

Ejemplo 1.15. El líquido ubicado entre las dos placas mostradas en la figura 6, separadas 0,3 mm, tiene una densidad relativa de 0,88 y una viscosidad absoluta de 0,65 centipoise. Si la placa superior se mueve a una velocidad de 0,3 m/s y la variación de velocidad en el líquido se asume con una distribución lineal, determinar:

1. La viscosidad absoluta en unidades SI.
2. La viscosidad cinemática en m^2/s .
3. El esfuerzo cortante que actúa bajo la placa superior en Pa.

Figura 6. figura ejemplo 1.15



Fuente: elaboración propia

Inicialmente se expresan todas las cantidades en unidades consistentes del SI.

Separación entre placas = 0,3 mm = 3×10^{-4} m

Densidad del líquido = $D_r \times$ Densidad del agua = $0,88 \times 1.000 \text{ kg/m}^3 = 880 \text{ kg/m}^3$

Viscosidad absoluta del líquido = $\mu = 0,65$ centipoise = $0,65 \times 10^{-2}$ poise

$$\begin{aligned} \mu = 0,65 \times 10^{-2} \text{ poise} &= \frac{0,1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \times \text{s}}}{1 \text{ poise}} = 6,5 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m} \times \text{s}} \times \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \\ &= 6,5 \times 10^{-4} \text{ N} \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

a. Viscosidad absoluta = $\mu = 6,5 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 6,510^4 \times \text{Pa} \cdot \text{s}$

b. Viscosidad cinemática = $\eta = \frac{\mu}{\rho} = \frac{6,5 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}{880 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 7,39 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

- c. Para determinar el esfuerzo cortante bajo la placa superior, se debe tener en cuenta la ecuación 9 y que, para la distribución lineal de velocidad en

el líquido, la velocidad en la parte inferior es cero y en la parte superior es igual a la de la placa superior de 0,3 m/s.

$$\begin{aligned}\tau &= \mu * \frac{\Delta v}{\Delta y} = 6,5 \times 10^{-4} \frac{\text{N} \times \text{s}}{\text{m}^2} \times \frac{v_{\text{sup}} - v_{\text{inf}}}{y_{\text{sup}} - y_{\text{inf}}} \\ &= 6,5 \times 10^{-4} \frac{\text{N} \times \text{s}}{\text{m}^2} \times \frac{0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \times 10^{-4} \text{m} - 0 \text{m}} \\ \tau &= 0,65 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,65 \text{ Pa}\end{aligned}$$

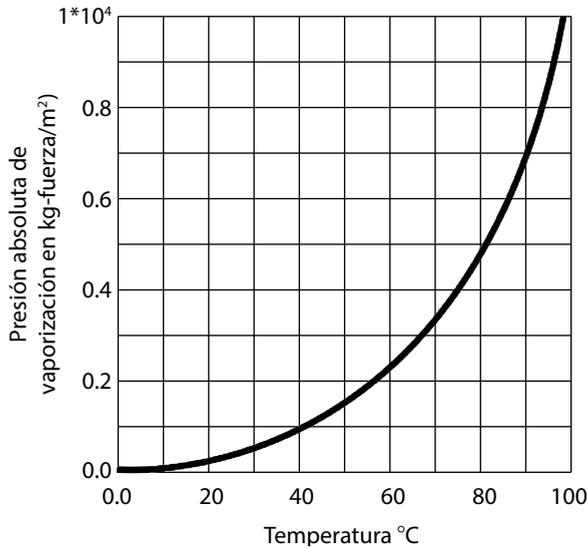
1.6.9 Presión o tensión de vapor

Todos los líquidos se evaporan porque en la inmediata vecindad de la superficie libre de un líquido algunas moléculas escapan hacia el medio por encima de dicha superficie (normalmente aire). Las moléculas de vapor ejercen una presión parcial en la superficie conocida como presión de vapor.

La presión de vapor de un líquido depende de la temperatura y se incrementa con cualquier aumento de esta. Cuando la presión por encima del líquido es igual a la presión de vapor del líquido, se produce la ebullición. A 20 °C el agua tiene una presión de vapor de 2,451 kPa absoluta⁴; es decir, se puede vaporizar un líquido sin necesidad de aumentar la temperatura, solo se debe disminuir la presión que actúa sobre este hasta un valor igual a su presión de vapor.

En la figura 7 se puede observar la variación que experimenta la presión de vapor del agua con respecto a la temperatura.

⁴ Una presión absoluta es la presión total que actúa sobre el líquido y está compuesta por la presión manométrica más la presión barométrica local.

Figura 7. Variación de la presión de vapor de agua con la temperatura.

Fuente: Sotelo (1998, p. 25).

¡Para tener en cuenta!

En ocasiones algunas condiciones de flujo de líquidos como conducciones por gravedad y turbomaquinaria se presentan presiones bajas (negativas)⁵ en ciertos lugares del sistema. En tales situaciones las presiones pueden ser tan bajas que alcancen la presión de vapor del líquido, cuando esto ocurre, el líquido se convierte rápidamente en vapor. Este fenómeno se conoce con el nombre de *cavitación*.

Por cavitación se entiende la formación de bolsas localizadas de vapor dentro del líquido, pero casi siempre en las proximidades de las superficies sólidas que limitan el líquido. En contraste con la ebullición, la cual puede ser causada por la introducción de calor o por una reducción en la presión estática ambiente del líquido, la cavitación es una vaporización local del líquido inducido por una reducción hidrodinámica de la presión.

⁵ Una presión negativa es aquella presión que se presenta cuando la presión absoluta se encuentra por debajo de la presión atmosférica.

El fenómeno de cavitación, como se había mencionado anteriormente, se caracteriza por la formación de bolsas (de vapor y gas) en el interior y junto a los contornos de una corriente fluida en rápido movimiento. Los fenómenos acompañantes de la cavitación pueden ser: pérdida de sólidos en las superficies límites (llamado erosión por cavitación o Pitting), ruidos generados sobre un ancho espectro de frecuencias (frecuencia de golpeteo 2.500 ciclos/s), vibraciones, pérdidas y alteraciones de las propiedades hidrodinámicas. La cavitación destruirá toda clase de sólidos (los metales duros y concreto).

La cavitación se divide en el proceso de formación de burbujas y en el de implosión-explosión de las mismas. En la primera etapa influyen los gases disueltos en el líquido o impurezas presentes que propician la formación de las burbujas y que, cuando se encuentran en una zona de baja presión, se expanden para colapsar en la zona donde la presión aumenta. Esta acción periódica esta generalmente asociada a un fuerte ruido crepitante.

1.6.10 Propiedades físicas del agua

Dado que las propiedades del agua se ven influenciadas por la temperatura a la que se encuentra este líquido, es necesario contar con estas propiedades tabuladas en función de la temperatura. En la tabla 7 se presentan las principales propiedades del agua para diferentes condiciones de temperatura.

Tabla 7. Propiedades del agua para diferentes temperaturas

Temperatura	Peso específico (γ)	Densidad (ρ)	Viscosidad ($\mu \times 10^{-3}$)	Viscosidad cinemática ($\eta \times 10^{-6}$)	Tensión superficial ($\sigma \times 10^{-2}$)	Cabeza de presión absoluta de vapor (P_v/γ)	Módulo de elasticidad volumétrica ($K \times 10^{-7}$)	Conductividad térmica (k)
°C	N/m ³	kg/m ³	N. s/m ²	m ² /s	N/m	m	N/m ²	W/m × K
0	9.806	999,9	1,792	1,792	7,62	0,06	204	0,561
5	9.807	1000,0	1,519	1,519	7,54	0,09	206	0,571
10	9.804	999,7	1,308	1,308	7,48	0,12	211	0,580
15	9.798	999,1	1,140	1,141	7,41	0,17	214	0,589
20	9.789	998,2	1,005	1,007	7,36	0,25	220	0,598
25	9.778	997,1	0,894	0,897	7,26	0,33	222	0,607
30	9.764	995,7	0,801	0,804	7,18	0,44	223	0,615
35	9.749	994,1	0,723	0,727	7,10	0,58	224	0,623
40	9.730	992,2	0,656	0,661	7,01	0,76	227	0,630
45	9.711	990,2	0,599	0,605	6,92	0,98	229	0,637
50	9.690	988,1	0,549	0,556	6,82	1,26	230	0,643
55	9.666	985,7	0,506	0,513	6,74	1,61	231	0,649
60	9.642	983,2	0,469	0,477	6,68	2,03	228	0,654
65	9.616	980,6	0,436	0,444	6,58	2,56	226	0,659
70	9.589	977,8	0,406	0,415	6,50	3,2	225	0,663
75	9.560	974,9	0,380	0,390	6,40	3,96	223	0,667
80	9.530	971,8	0,357	0,367	6,30	4,86	221	0,670
85	9.499	968,6	0,336	0,347	6,20	5,93	217	0,673
90	9.466	965,3	0,317	0,328	6,12	7,18	216	0,675
95	9.433	961,9	0,299	0,311	6,02	8,62	211	0,677
100	9.399	958,4	0,284	0,296	5,94	10,33	207	0,679

1.7 Recapitulación

El estudio del comportamiento de los fluidos, ya sea que estos se encuentren en reposo o en movimiento, es tarea de la mecánica de los fluidos. Cuando se plantean obras o estructuras para el aprovechamiento en beneficio del hombre del agua, el estudio está a cargo de la hidráulica como una de las divisiones de la mecánica de los fluidos.

Los fluidos se dividen en dos grupos para su estudio: el primero son los gases y el segundo son los líquidos. En nuestro caso, es de interés el estudio de los líquidos, especialmente del agua.

Para entender el comportamiento de los líquidos, es indispensable que se conozcan las propiedades que poseen, entre ellas sus propiedades físicas (como el peso específico, densidad, presión de vapor, viscosidad y tensión superficial). Una de estas, la presión de vapor, es indispensable para entender cómo ocurren fenómenos asociados con el transporte o conducción del agua, como el caso de la cavitación. Este fenómeno, cuyos efectos asociados producen el deterioro de los sistemas de bombeo o en las líneas de conducción, con puntos o zonas sometidos a presiones bajas (presiones negativas), puede llegar a obstaculizar el flujo del agua.

Es importante además de estas propiedades conocer otros parámetros que permiten medir la calidad del recurso agua. Dichos parámetros son de tipo fisicoquímico y permiten caracterizar el recurso cuando se le aprovechará para el consumo humano. Entre estos parámetros se encuentran la alcalinidad, la dureza, la turbidez, el pH, el contenido de hierro y la cantidad de sólidos contenidos, ya sea que estos se encuentren disueltos o en suspensión.

1.8 Ejercicios unidad 1

Ejercicio 1.1

La importancia de la mecánica de fluidos e hidráulica se debe a que permite:

- Manejar los fluidos especialmente el agua.
- Conocer los principios que regulan el comportamiento del agua.
- Satisfacer las necesidades en cuanto al recurso agua.
- Diseñar sistemas de riego, alcantarillados, etc.

Ejercicio 1.2

Las unidades en las que se expresa la tensión superficial son:

- Unidades de fuerza sobre longitud.
- Unidades de presión.
- Unidades de fuerza.
- Unidades de longitud.

Ejercicio 1.3

Cuando se introduce un tubo de diámetro pequeño (por ejemplo, un pitillo) en un líquido se observa que la superficie del líquido dentro del pitillo no es horizontal, sino que adquiere una determinada curvatura. Este fenómeno se debe a:

- a. La tensión superficial del líquido.
- b. La densidad del líquido.
- c. La viscosidad del líquido.
- d. La presión de vapor.

Ejercicio 1.4

Si se desea hervir agua en un lugar a una altitud de 2.000 m.s.n.m. y en otro lugar a una altitud de 100 m.s.n.m. ¿en cuál se requerirá mayor temperatura para lograr la ebullición? Explique su respuesta.

Ejercicio 1.5

Si el módulo de elasticidad volumétrica del agua es $K = 2,2 \text{ GPa}$, ¿cuál es la presión requerida para disminuir su volumen en un 0,5 %?

Ejercicio 1.6

¿Cuáles son los efectos indeseables que causa la cavitación?

Ejercicio 1.7

Si se introduce una paleta de madera en un recipiente con aceite a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ y posteriormente a $70 \text{ }^\circ\text{C}$, ¿en cuál condición se presenta más oposición del aceite a la paleta?

Ejercicio 1.8

Una placa localizada a una distancia de 0,6 mm de una placa fija se mueve a una velocidad de 0,3 m/s y requiere una fuerza por unidad de área de 1,5 Pa para mantener esta velocidad. Determinar la viscosidad fluida de la sustancia entre las placas en unidades SI.

Ejercicio 1.9

¿Un fluido cuando está en reposo experimenta esfuerzos cortantes?

Ejercicio 1.10

La densidad de una sustancia es $2,94 \text{ gr/cm}^3$. En unidades SI, ¿cuál es su densidad relativa, volumen específico y peso específico?

CAPÍTULO 2

HIDROSTÁTICA

Objetivos generales

Determinar el comportamiento de los líquidos cuando estos se encuentran en reposo.

Objetivos específicos

- Definir el concepto de presión.
- Conocer las diferentes escalas y unidades de medida de la presión.
- Identificar los diferentes equipos de medida de la presión.
- Determinar la presión en un punto en un fluido.
- Especificar las fuerzas que actúan sobre superficies sumergidas en un líquido en reposo.
- Analizar las fuerzas actuantes sobre los cuerpos sumergidos o flotantes.

2.1 Introducción

En todo sistema de abastecimiento de agua es indispensable proyectar una serie de estructuras que permitan contener o almacenar el agua mientras se utiliza para cubrir las diferentes necesidades o usos que cotidianamente se le dan a este líquido. Dado que en estas circunstancias el agua se encuentra en reposo su acción sobre las paredes de la estructura que la contiene conlleva a ejercer sobre estas determinadas presiones que hay que tener en cuenta a la hora de proyectar la estructura de almacenamiento.

Cuando se lleva un líquido a través de un sistema de tuberías, ya sea por acción de la gravedad o por un sistema de bombeo en este se encuentran determinados valores de presión. Estos valores pueden ser determinados a través de dispositivos de medida conocidos comúnmente como manómetros. En esta unidad se establecerá la forma de cálculo de las presiones manométricas y se describirán los tipos más comunes de manómetros que se utilizan.

2.2 Definición

La hidrostática o estática de los fluidos estudia las condiciones de equilibrio de los fluidos en reposo y cuando se trata solo de líquidos se denomina *hidrostática*. En lo que respecta al estudio que se hará en esta unidad, el énfasis se realiza en los líquidos en reposo y, entre ellos, especialmente el agua.

La hidrostática es una ayuda en el análisis de situaciones como: presiones presentadas en las paredes de tanques de almacenamiento de agua, represas en tierra para reservorios de agua, fuerzas sobre elementos de desagüe de tanques como el caso de las compuertas que se ubiquen en el fondo del tanque o en las paredes de este y la altura que puede alcanzar el agua, dada por la energía debida a la presión estática, cuando el agua se lleva por una conducción y esta se encuentra en reposo.

2.3 El concepto de presión

La presión corresponde a la magnitud del esfuerzo normal que actúa sobre una superficie. Debido a la presión la acción de fuerzas de superficie se imponen en un fluido estático, por lo que su magnitud está expresada por la relación entre las magnitudes de dichas fuerzas y el área de la superficie sobre la cual actúan, esto se define de acuerdo a la ecuación 11:

$$P = \frac{F}{A} \quad \text{Ecuación 11}$$

Donde:

P = presión correspondiente al esfuerzo perpendicular sobre una superficie determinada

F = fuerza de superficie que actúa perpendicular

A = área de superficie

Su unidad de medida en el sistema internacional si es el pascal (Pa) que equivale a N/m^2 .

Cuando se analiza un punto en un fluido en reposo, es decir, para el que sus dimensiones en los ejes x , y y z tienden a cero, la fuerza de cuerpo⁶ actuante sobre este elemento tiende a cero (en este caso sería únicamente la debida a la acción de la gravedad, es decir, el peso). Esto indica que las fuerzas resultantes sobre el elemento son las de superficie provocadas por la acción de la presión. Dado que las superficies del elemento de fluido considerado tienden a cero y que el elemento debe estar en equilibrio, el principio de Pascal establece que la presión actuante no dependerá de la dirección de la superficie sobre la que actúa y, por consiguiente, para un punto en un fluido la presión será misma en todas las direcciones.

Para establecer cómo varía la presión dentro de un fluido en reposo de un punto a otro se utiliza la ecuación fundamental de la hidrostática o Ley hidrostática que, para el caso de un fluido homogéneo e incompresible, es reasentada por la ecuación 12. Esta ley establece que la presión en un punto dentro de un fluido en reposo depende de la profundidad y del peso específico del fluido.

$$P_{\text{punto}} = \gamma \times h \quad \text{Ecuación 12}$$

Donde:

P_{punto} = presión actuante

γ = peso específico del fluido

h = distancia entre dos puntos en el fluido medida verticalmente

Se debe considerar que, si la distancia h se mide verticalmente hacia abajo, se tendrá un aumento en la presión para el punto analizado dentro del fluido y si se mide en sentido contrario se tendrá una disminución de esta.



¡No olvidar!

La presión hidrostática aumenta a medida que se desciende o aumenta la profundidad del líquido y disminuye a medida que se asciende en este.

⁶ Una fuerza de cuerpo es la que corresponde a una fuerza que tiene su acción a distancia, por ejemplo, para un fluido la fuerza de cuerpo que puede actuar es la debida a la gravedad.

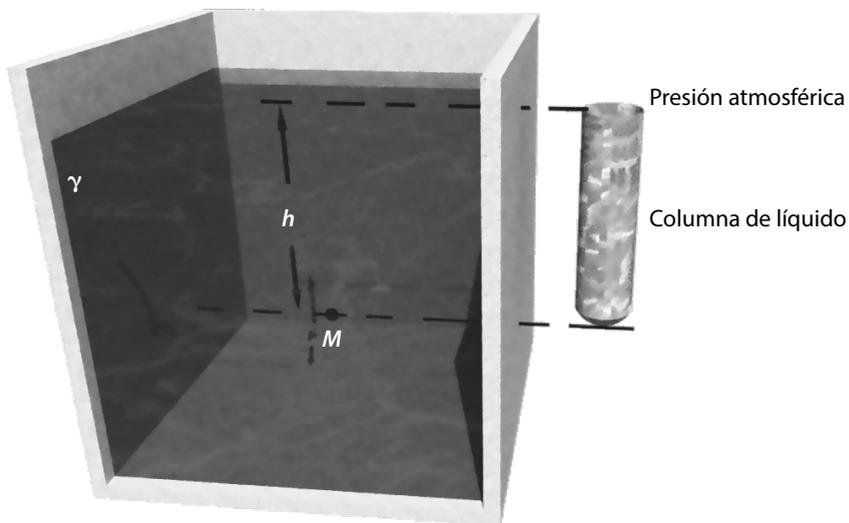

¡Para tener en cuenta!

Para líquidos en reposo se cumplen los siguientes postulados en lo que respecta a la presión hidrostática:

- La presión en un punto en un fluido en reposo es la misma en todas las direcciones.
- La presión en todos los puntos en un plano horizontal en un fluido en reposo es la misma en todos ellos. De acuerdo con lo anterior, la distribución de presiones en el fondo de un tanque es igual en todos sus puntos.
- Las fuerzas que resultan de la presión hidrostática son siempre de compresión y actúan perpendicular a la superficie que contiene al líquido.

Si se desea conocer la presión en el punto M a una profundidad h en un fluido con peso específico γ , según la figura 8, se considera una columna de líquido de área A desde el punto M hasta la superficie del líquido en la que actúa la presión atmosférica.

Figura 8. Presión en un punto en un fluido en reposo



Fuente: elaboración propia

El peso de esta columna de líquido está dado por $W = \gamma \times \text{volumen}$ y el volumen está dado por $A \times h$, por tanto el peso de la columna de líquido sobre M está dado

por $W = \gamma \times A \times h$. La presión que actúa sobre el área A en la base del cilindro por definición estará dada como se indica en la ecuación 13:

$$P_M = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \gamma \times A \times \frac{h}{A} = \gamma \times h \quad \text{Ecuación 13}$$

Donde:

A = área de sección transversal de la columna cilíndrica de líquido

W = peso de la columna cilíndrica de líquido.

γ = peso específico del líquido

h = altura de la columna de líquido

2.4 Presión atmosférica

La presión atmosférica es la presión producida por el peso de la columna de aire que se encuentra directamente encima de cualquier superficie, en nuestro caso la que está directamente encima de nuestras cabezas. Se le conoce también como presión barométrica y se mide a través de los barómetros. Estos pueden ser mecánicos o digitales. En la figura 9 se observan un barómetro anerode.

Figura 9. Barómetro anerode preciso

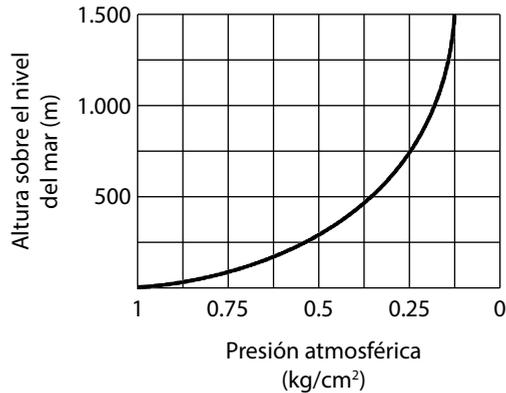


Fuente: elaboración propia

¡Para tener en cuenta!

La presión atmosférica varía inversamente respecto a la altitud, por ello, la presión atmosférica es menor en sitios con mayor altura sobre el nivel del mar. Lo anterior se aprecia en la figura 10.

Figura 10. Variación de la presión atmosférica con la altitud



Fuente: elaboración propia

¡Para recordar!

El valor medio de la presión atmosférica al nivel del mar se puede expresar de la siguiente forma:

- 1,033 kgf/cm²
- 101.325 Pa
- 1 atmósfera
- 10,33 metros de columna de agua (mca)
- 1 Bar = 0,9869 atm = 100 kPa = 14,5 p.SI

La unidad de medida de 10,33 mca se obtiene a partir de la ecuación fundamental de la hidrostática, mediante la que se puede expresar cualquier presión como altura de columna de un líquido determinado. Para ello, basta con dividir el valor de la presión por el peso específico del líquido en función del cual se desea expresar la

presión como metros de columna de este, como se indica, a manera de ejemplo con el mercurio, en la ecuación 14.

$$h_{\text{m.c.mercurio}} = \frac{P}{\gamma_{\text{mercurio}}} \quad \text{Ecuación 14}$$

Donde:

$h_{\text{m.c.l.}}$ = altura en metros de columna de líquido

P = presión actuante en un punto determinado del líquido

γ = peso específico del líquido en función del cual se quiere expresar h

2.5 Presión manométrica

Corresponde a la presión hidrostática en un punto de un líquido tomando como referencia la presión atmosférica. Al igual que la presión hidrostática, sus unidades en el sistema internacional (SI) son N/m^2 , unidad conocida también como pascal (Pa). Los equipos de medida utilizados para establecer esta presión son los manómetros. Estos equipos utilizan la relación existente entre un cambio de presión y un cambio de elevación en un fluido estático (ecuación 15).

$$\Delta P = \gamma \times h \quad \text{Ecuación 15}$$

Donde:

ΔP = variación de presión entre 2 puntos del líquido

γ = peso específico del líquido

h = diferencia de altura entre los dos puntos entre los cuales se calcula ΔP

2.6 Presión absoluta

En realidad, la presión en un punto en el seno de un líquido es igual a la presión hidrostática más la presión ejercida por la atmósfera sobre la superficie del líquido como se expresa en la ecuación 16.

$$P_{\text{absoluta}} = P_{\text{atmosférica local}} \pm P_{\text{manométrica}} \quad \text{Ecuación 16}$$

Donde:

P_{absoluta} = presión total en un punto

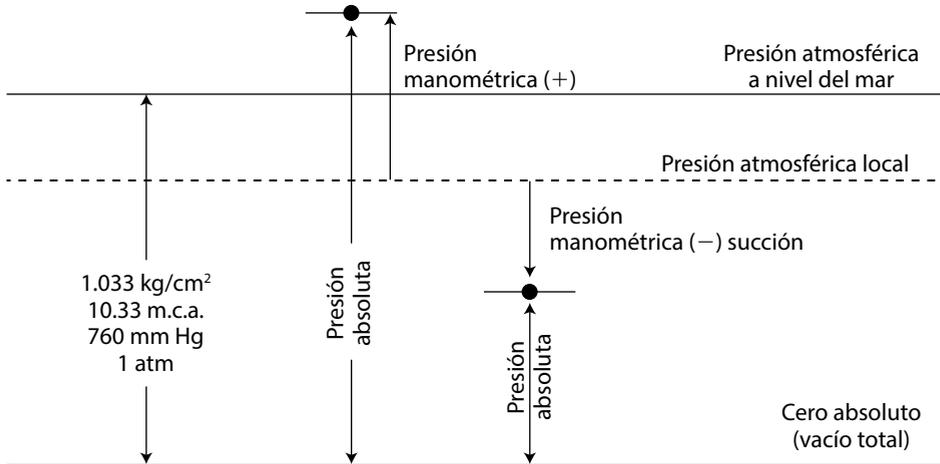
$P_{\text{atmosférica local}}$ = presión barométrica en un lugar particular de medición

$P_{\text{manométrica}}$ = presión respecto a un nivel de referencia que puede ser la presión atmosférica

2.7 Unidades y escalas para medir presión

Estas unidades y escalas se pueden apreciar en la figura 11.

Figura 11. Unidades y escalas de medida de la presión



Fuente: elaboración propia

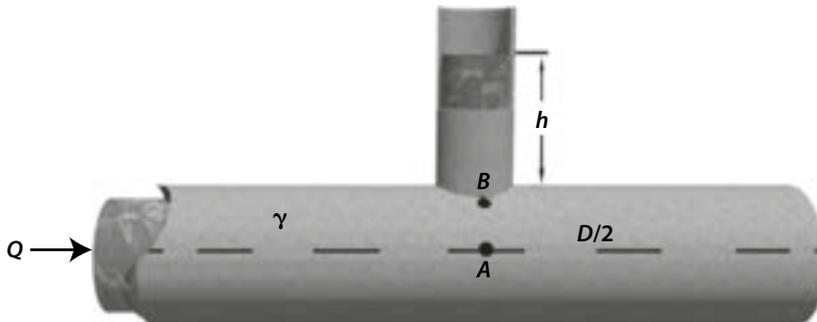
2.8 Medición de presiones hidrostáticas

Para la medición de presiones se utilizan una serie de dispositivos conocidos comúnmente como manómetros, entre los que se encuentran:

2.8.1 Piezómetro

El tubo piezométrico es el manómetro más sencillo y se utiliza para medir presiones estáticas moderadas de un líquido que fluye dentro de una tubería. Su instalación se aprecia en la figura 12.

Figura 12. Piezómetro

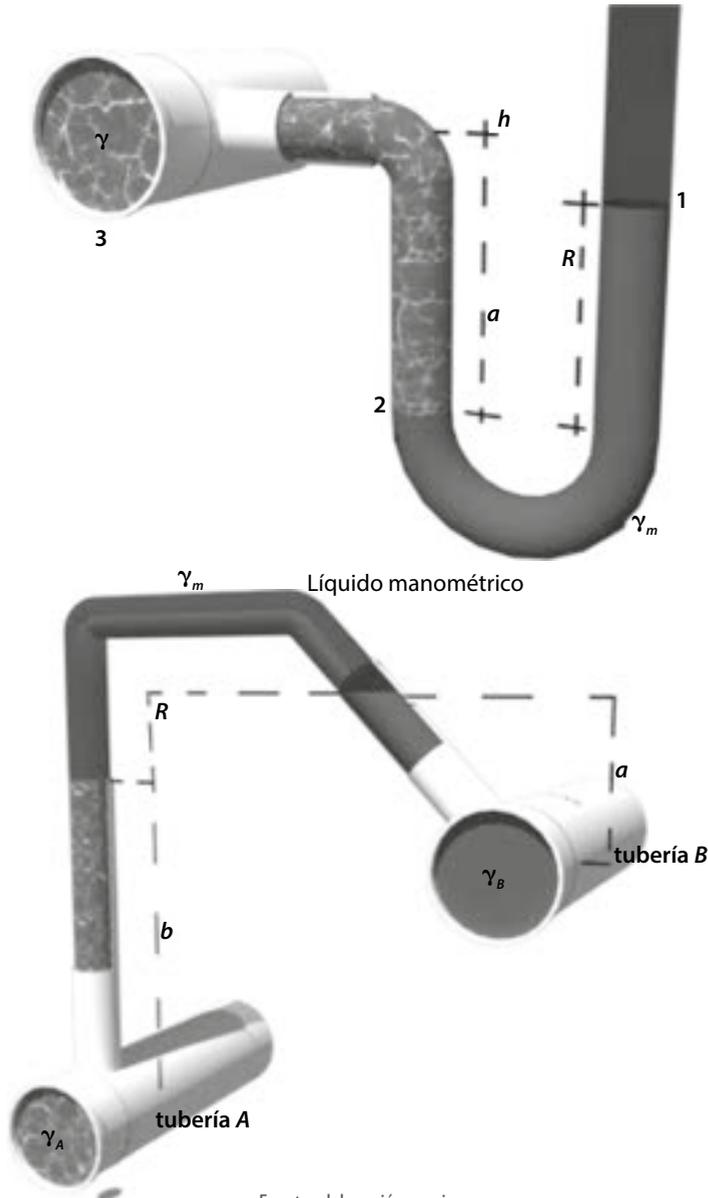


Fuente: elaboración propia

2.8.2 Manómetro de tubo en u

Consisten en un tubo de vidrio en forma de u parcialmente lleno con un líquido pesado (comúnmente mercurio). Un extremo se conecta a la pared que confina el líquido y el otro extremo está abierto a la atmósfera o a otro donde el líquido también se encuentra a presión (en este caso se mide la diferencia de presión entre los puntos que conecta). Esto se puede ver en la figura 13.

Figura 13. Manómetro de tubo en u y manómetro diferencial



Fuente: elaboración propia

Para el manómetro con forma de u la presión en el centro del líquido en la tubería se determina de la siguiente manera:

Paso 1: se inicia en un punto de presión manométrica conocida que en este caso es el punto superior en el brazo abierto a la atmósfera. En este punto la presión manométrica es cero porque se encuentra expuesto a la atmósfera (P_1).

Paso 2: se determina la presión en el punto donde entran en contacto el líquido manométrico con el líquido al que se le desea medir la presión (P_2). Para lo anterior, se tiene en cuenta la relación entre presión y variación de altura en un líquido en reposo y además que la presión en un plano horizontal en esta condición del líquido es la misma en todos los puntos.

Paso 3: se utiliza nuevamente la relación entre presión y altura en un líquido en reposo y se determina la presión en el eje de la tubería (P_3).

$$P_{\text{eje tubería}} = 0 + \gamma_m \times R - \gamma \times a$$

En la expresión anterior, el primer término es cero porque la presión manométrica en el extremo superior del brazo abierto a la atmósfera es cero (P_1). El segundo término se suma porque la presión en un líquido en reposo aumenta al descender en este ($P_2 = \gamma_m \times R$), y el tercer término se resta por que al ascender en el líquido la presión disminuye ($P_3 = \gamma_m \times R - \gamma \times a$).

Para el caso del manómetro diferencial se inicia con el valor de la presión en una de las tuberías (P_A o P_B) y luego se procede como en el caso anterior hasta determinar la presión en el otro extremo del manómetro.

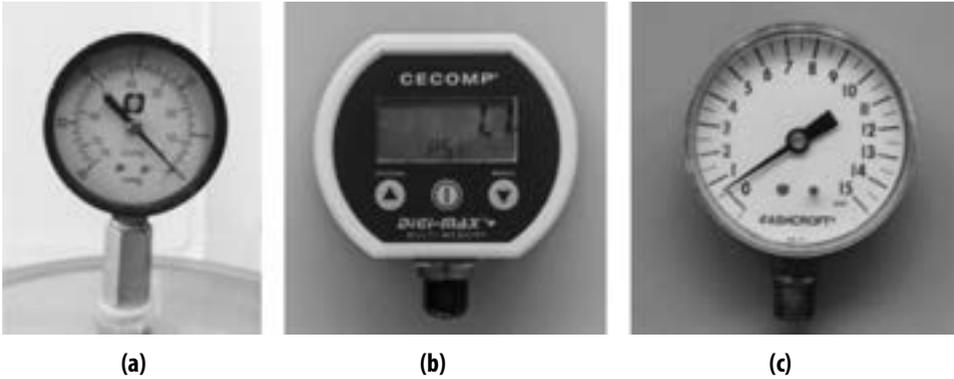
$$P_A - \gamma_A \times b = P_1 \quad P_1 - \gamma_m \times R = P_2 \quad P_2 + \gamma_B \times a = P_B$$

$$P_A - \gamma_A \times b - \gamma_m \times R + \gamma_B \times a = P_B$$

$$P_B - P_A = -\gamma_A \times b - \gamma_m \times R + \gamma_B \times a$$

2.8.3 Manómetro tipo Bourdon

Este está compuesto de un tubo metálico curvado que se encuentra cerrado en uno de sus extremos cuando el otro extremo se conecta al punto en el que se requiere medir la presión. El tubo curvo se deflecta hacia el exterior por la sobrepresión y acciona un mecanismo al que está adherido una aguja; esta indica el valor de presión en una escala graduada de forma que el cero corresponde a la situación sin presión manométrica. En la figura 14 se aprecian diferentes tipos de manómetros.

Figura 14. (a) Manómetro diferencial, (b) manómetro digital y (c) manómetro tipo Bourdon

Fuente: elaboración propia

2.9 Fuerzas debidas a presión hidrostática sobre superficie sumergidas

Cuando se tiene un líquido en reposo, este ejerce una presión hidrostática sobre las paredes del recipiente que lo contiene; esta, al actuar sobre un área determinada, se traduce en una fuerza. Esto es lo mismo que sucede con las paredes de un tanque de almacenamiento, una represa en un reservorio o en el caso de las compuertas de desagüe en los tanques que forman parte de una planta de tratamiento. Para determinar dicha fuerza inicialmente se debe conocer la presión hidrostática que actúa a una profundidad igual a la profundidad a la que está localizado el centroide de área⁷, posteriormente esta presión se multiplica por el área en contacto con el líquido (sumergida) y se obtiene la fuerza. Esta fuerza actúa en un punto por debajo del centroide de área conocido como centro de presión, cuya localización se puede determinar calculando la distancia que hay desde este al centroide de área.

⁷ El centroide de área es el punto donde se concentra el peso para una compuerta o lámina plana, de material homogéneo y de espesor constante. En este caso el centroide de área y el centro de gravedad coinciden en el mismo punto. Para estimar la posición del centroide de área se utilizan procedimientos propios de la estática, pero se cuenta con ayudas tabuladas donde se da la ubicación de este punto para diferentes figuras geométricas comunes. Ver Apéndice B

En la figura 15, se puede observar que la distribución de presiones sobre la superficie sumergida AB tiene la forma de un trapecio; esto se debe a que el punto A se encuentra a menor profundidad que B , por lo que la presión en A será menor que en B . Esta presión actuando sobre la superficie AB con un área determinada da lugar a la fuerza hidrostática F_H la cual actúa en el centro de presión (cp) y se calcula mediante la ecuación 17 y la presión en el punto centroide de área (ca) mediante la ecuación 18 respectivamente. $F_H = P_{ca} \times A$

Ecuación 17

Donde:

F_H = fuerza hidrostática resultante sobre un área debida a la presión actuante

P_{ca} = presión calculada en el centroide de área sobre la que actúa la presión hidrostática

A = área sumergida sobre la que actúa la presión hidrostática

$$P_{ca} = \gamma \times h_{ca}$$

Ecuación 18

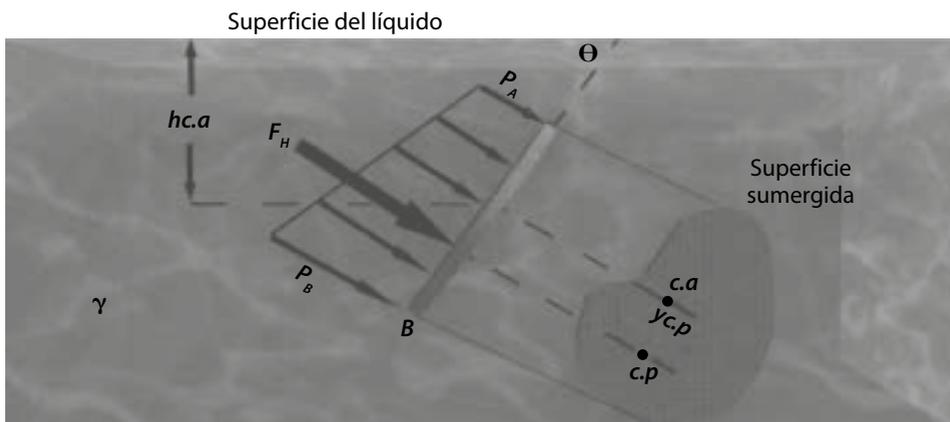
Donde:

γ = peso específico del fluido que actúa sobre el área sumergida

h_{ca} = profundidad en un líquido, medida desde a superficie, a la que se encuentra el centroide del área sumergida

La unidad de F_H en el sistema internacional es el newton (N).

Figura 15. Fuerza hidrostática sobre una superficie sumergida

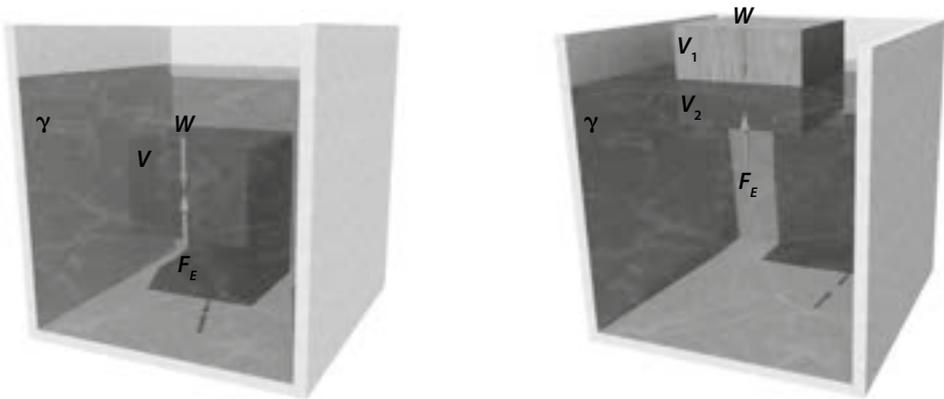


Fuente: elaboración propia

2.10 Fuerzas de empuje sobre cuerpos sumergidos y flotantes

Cuando un cuerpo se encuentra sumergido o parcialmente sumergido en un fluido actúa sobre él una fuerza vertical hacia arriba. Esta fuerza se conoce como *empuje* y equivale al peso del volumen de líquido desplazado por el cuerpo. Este principio fue enunciado por el sabio griego Arquímedes. La línea de acción de la fuerza de empuje pasa por el centro de gravedad del cuerpo sumergido o parcialmente sumergido.

Figura 16. Fuerza de empuje sobre cuerpos sumergidos y flotantes



Fuente: elaboración propia

En la figura 16 se observan dos cuerpos en un líquido, el uno está completamente sumergido y el otro apenas parcialmente. La fuerza de empuje en el caso 1 se determina como el peso específico del fluido por el volumen del cuerpo $F_E = \gamma \times V$. Para el caso 2 la fuerza de empuje se determina como el peso específico del fluido por el volumen parcialmente sumergido del cuerpo $F_E = \gamma \times V_1$.

¡Para experimentar!

Si se toman dos tapones de corcho, uno grande y otro pequeño, y se introducen en un recipiente con agua, ¿en cuál de los dos casos se requiere hacer más fuerza para sumergir el tapón?, ¿a qué se debe esto?

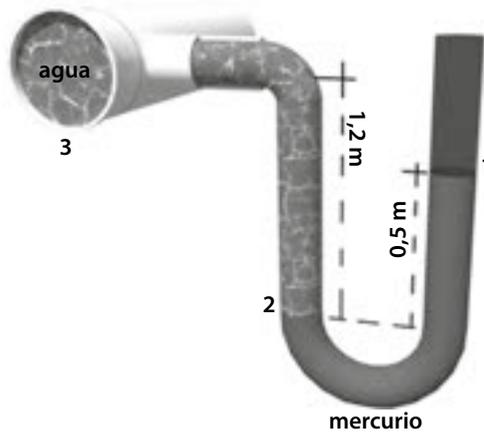
2.11 Ejemplos unidad 2

A continuación, se relacionan una serie de ejemplos que permiten comprender de una manera más clara la forma en que se determinan las presiones de líquidos utilizando manómetros. Además, se calcula la fuerza que actúa sobre una compuerta gracias a la presión hidrostática que ejerce el líquido sobre ella. Así mismo, se estudiará la fuerza de empuje ejercida sobre un objeto parcialmente sumergido líquido.

Ejemplo 2.1

Se requiere determinar la presión a la que se encuentra el líquido en el centro de la tubería (3), ver figura 17. Para ello, se ha acoplado a la tubería un manómetro de tubo en U con una rama abierta a la atmósfera. El manómetro utiliza como líquido manométrico el mercurio cuya densidad relativa es de 13,6 y su peso específico de 13.600 kg/m^3 .

Figura 17. Manómetro ejemplo 2.1



Fuente: elaboración propia

Paso 1: se inicia en un punto de presión conocida, en este caso el punto 1 es donde el líquido manométrico se encuentra bajo la acción de la presión atmosférica.

¡Recuerda que!

Cuando la superficie de un líquido está expuesta a la atmósfera la presión manométrica en este punto es cero.

De acuerdo con lo anterior, la presión manométrica en 1 es cero $P_1 = 0$.

Paso 2: ahora se determina la presión en el nivel donde hay cambio en el líquido, este es el punto 2. Para hallar la presión en dos se suma (porque descendemos en el líquido) a P_1 el incremento de presión que viene dado por el peso específico del mercurio multiplicado por la altura que se desciende en este.

$$P_1 = \gamma_m \times h_{1-2} = P_2$$

$$0 + 13.600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \times 0,5 \text{ m} = P_2 = 6.800 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Paso 3: para calcular la presión en 3 se debe restar a la presión en 2 la variación de presión que ocurre cuando ascendemos en el agua.

$$P_2 - \gamma_2 \times h_{2-3} = P_3$$

$$6.800 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} - 1.000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \times 1,2 \text{ m} = P_3$$

$$P_3 = 5.600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Si se desea expresar la presión en 3 en las unidades del sistema SI, se deben convertir los kg a N.

$$P_3 = 5.600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} * \frac{9,81 \text{ N}}{1 \text{ kgf}} = 54.936 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 54.936 \text{ Pa} = 54.936 \text{ kPa}$$

Si se desea expresar la presión en 3 en metros de columna de agua se debe dividir la presión en 3 por el peso específico del agua.

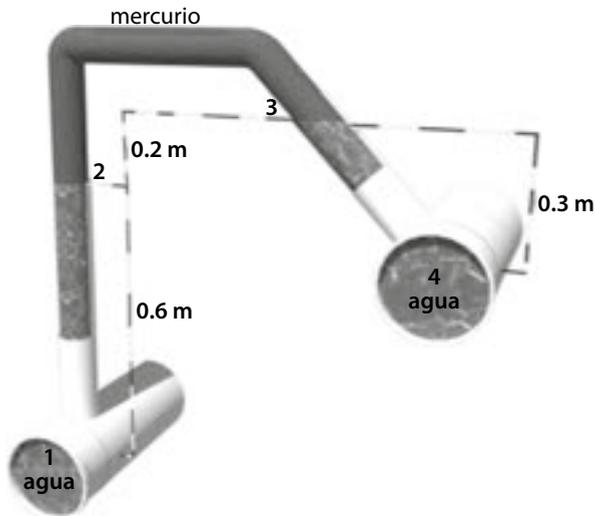
$$h_{mca} = \frac{5.600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}}{1.000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}} = 5,6 \text{ mca}$$

El valor obtenido nos dice que debido a la presión a la que está el agua en la tubería, si se abriera un orificio en el tubo y se colocara un piezómetro el agua alcanzaría una altura de 5,6 m.

Ejemplo 2.2.

Se desea establecer la diferencia de presión entre dos tuberías que conducen agua (ver figura 18). Para ello se ha utilizado un manómetro diferencial acoplado a las dos tuberías.

Paso 1: se toma como punto de partida cualquiera de los dos puntos entre los cuales se desea conocer la diferencia de presión. En este caso, se tomará el punto 1.

Figura 18. Manómetro ejemplo 2.2

Fuente: elaboración propia

Paso 2: se determina la presión en el punto donde haya cambio de líquido, este es el punto 2. La presión en 2 se obtiene restando la variación de presión entre 1 y 2 a la presión en 1 (se resta porque ascendemos en el líquido).

$$P_2 - \gamma_{\text{agua}} \times h_{1-2} = P_1$$

$$P_2 - 1.000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \times 0,6 \text{ m} = P_1$$

$$P_2 = P_1 - 600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Paso 3: ahora se determina la presión en el siguiente punto de cambio de líquido, este corresponde al punto 3. La presión en tres se obtiene restando a la presión en 2 la variación de presión entre 2 y 3.

$$P_3 - \gamma_{\text{mercurio}} \times h_{2-3} = P_2$$

$$(P_1 - 600) - 13.600 \times 0,2 = P_3$$

$$P_3 = P_1 - 13.620 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Paso 4: se determina la presión en la otra tubería sumándole a la presión en 3 la variación de presión entre 3 y 4.

$$P_4 - \gamma_{\text{agua}} \times h_{3-4} = P_3$$

$$(P_1 - 13.620) + 1.000 \times 0,3 = P_4$$

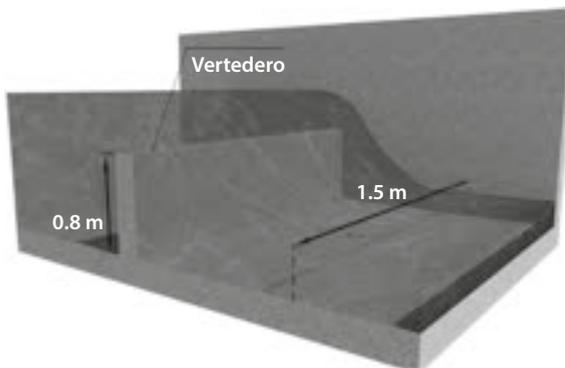
$$P_4 = P_1 - 13.320 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$P_1 = P_4 = 13.320 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = \text{diferencia de presiones entre 1 y 4}$$

Ejemplo 2.3

Se coloca un vertedero rectangular sin contracciones en un canal de 1,5 m de ancho, como se aprecia en la figura 19. Si la altura del vertedero es de 0,8 m, determinar la fuerza hidrostática que está ejerciendo el agua sobre el vertedero. La altura del agua en el canal es de 1,05 m.

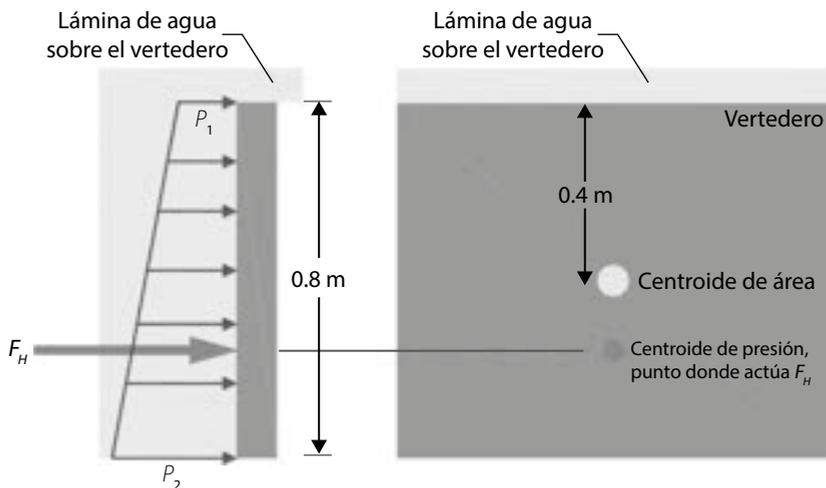
Figura 19. Vertedero del ejemplo 2.3



Fuente: elaboración propia

Para determinar la fuerza hidrostática sobre el vertedero, inicialmente se plantea el diagrama de distribución de presiones sobre este (figura 20).

Figura 20. Diagrama de distribución de presiones ejemplo 2.3



Fuente: elaboración propia

Paso 1: se debe calcular la presión en el centroide del área sumergida. Para ello, se inicia en un punto en la superficie del agua en el canal directamente sobre el vertedero. Como la altura del agua en el canal es de 1,05 m, el centroide del área sumergida (ca) está a una profundidad de $0,4 \text{ m} + 0,25 \text{ m} = 0,65 \text{ m}$. El valor de 0,25 m se obtiene de restar a la altura del agua en el canal la altura del vertedero $1,05 \text{ m} - 0,8 \text{ m} = 0,25 \text{ m}$.

$$P_{c.a. \text{ sumergida}} = P_{\text{man superficie}} + \gamma_{\text{agua}} \times h_{c.a}$$

$$P_{c.a. \text{ sumergida}} = 0 + 1.000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \times 0,65 \text{ m} = 650 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Paso 2: conocida la presión a la profundidad a la que se encuentra el centroide del área sumergida se puede determinar la fuerza hidrostática.

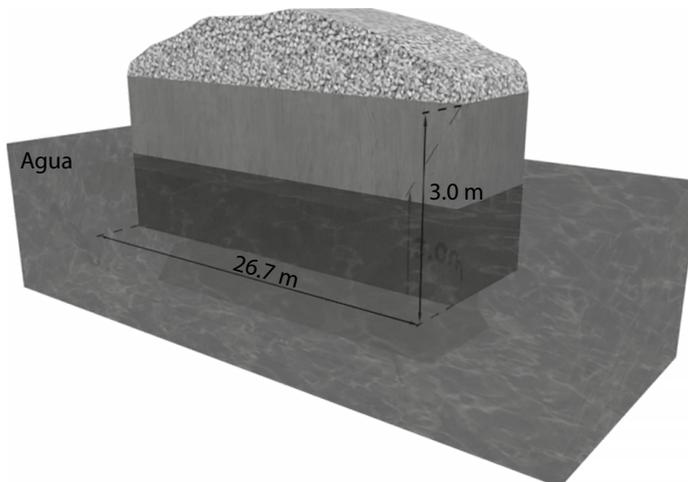
$$F_H = P_{c.a. \text{ sumergida}} \times A_{\text{sumergida}}$$

$$F_H = 650 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \times (0,8 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}) = 780 \text{ kgf}$$

Ejemplo 2.4.

La barcaza mostrada en la figura 21 cargada con triturado tiene la forma de un paralelepípedo rectangular con dimensiones 10 m $26,7 \text{ m} \times \text{m}$. Determine qué tanto se sumerge la barcaza a causa del peso propio y el del material que transporta, el cual, en conjunto alcanza un peso de 4.450 kN.

Figura 21. Barcaza ejemplo 2.4



Fuente: elaboración propia

Paso 1: para determinar qué tanto se sumerge la barcaza por el peso de 4.450 kN, se debe establecer una condición de equilibrio entre el peso total de la barcaza y la fuerza de empuje que ejerce el agua sobre esta. Para que la barcaza no se hunda la fuerza de empuje debe ser igual al peso total.

$$F_{\text{empuje}} = W_{\text{total}} = 4.450 \text{ kN}$$

Paso 2: se debe determinar la fuerza de empuje teniendo en cuenta que por definición esta es igual al peso del volumen de líquido desalojado por el cuerpo. El peso de este volumen de líquido se obtiene multiplicando el peso específico del agua por el volumen desalojado de esta.

$$F_{\text{empuje}} = \text{peso del volumen de agua desalojado}$$

$$F_{\text{empuje}} = \gamma_{\text{agua}} \times V_{\text{Volumen sumergida}}$$

El peso específico del agua es de 1.000 kgf/m³ o 9.806 N/m³; como las unidades del peso están en kN utilizamos el valor de 9.806 N/m³. Dicho valor en kN/m³ es igual a 9,806 kN/m (la conversión se hace teniendo en cuenta que 1 kN = 1.000 N).

$$F_{\text{empuje}} = 9,806 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \times V_{\text{sumergido}}$$

El volumen sumergido se calcula asumiendo como desconocida la profundidad que se sumerge la barcaza por el peso. El volumen total de la barcaza sería 1026,73 m, para el volumen sumergido sería 10 m × 26,7 m × h = 267 * h.

$$F_{\text{empuje}} = 9,806 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} * (267 \times h) = 4.450$$

$$2.618,202 * h = 4.450 \text{ kN}$$

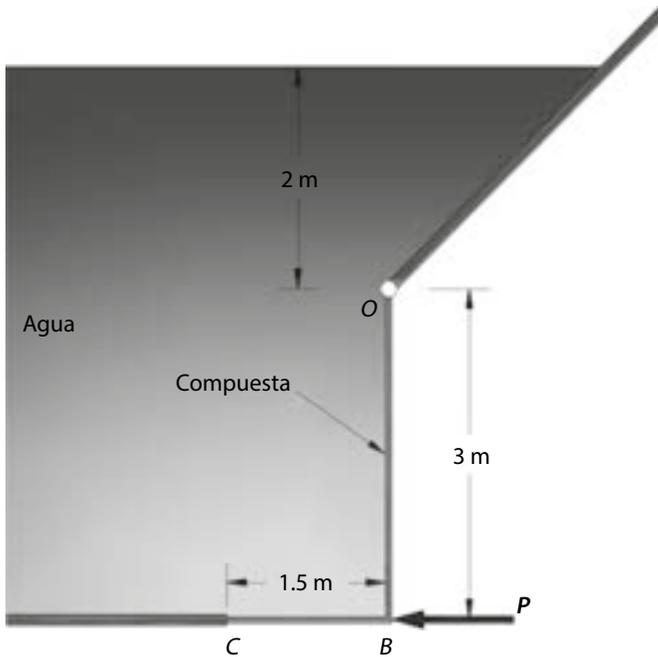
$$h = \frac{4.450 \text{ kN}}{\left(2.618,202 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right)}$$

$$h = 1,7 \text{ m}$$

De acuerdo con el valor obtenido de los 3 m de alto de la barcaza se sumergen por acción del peso total 1,7 m.

Ejemplo 2.5.

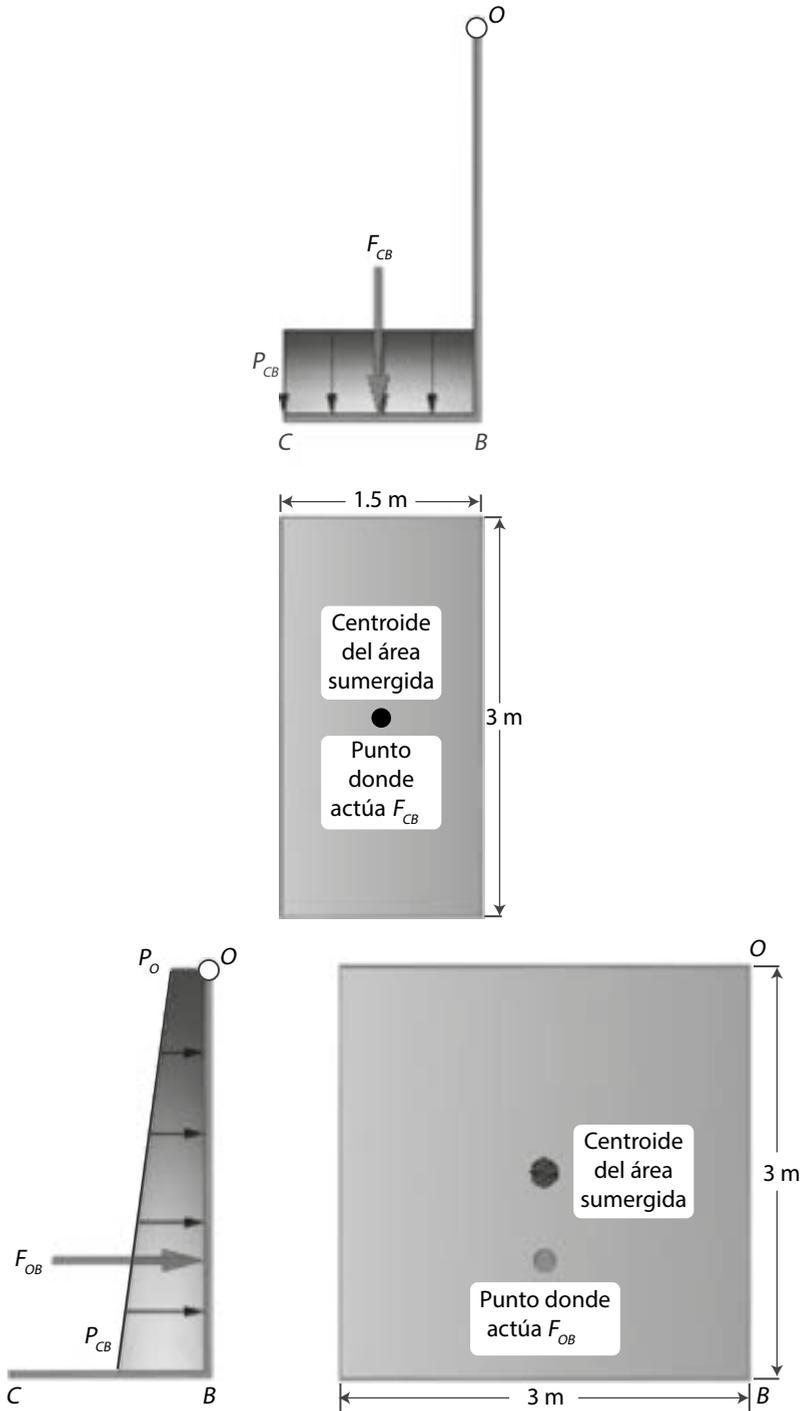
La compuerta rígida mostrada en la figura 22 tiene un ancho de 3 m. Despreciando el peso de la compuerta y asumiendo que el pasador en o como un pasador liso, determinar la fuerza P que sería necesario aplicar para mantener la compuerta en su posición.

Figura 22. Compuerta ejemplo 2.5

Fuente: elaboración propia

Paso 1: para determinar la fuerza P que se debe aplicar, se deben determinar las fuerzas debidas a la presión hidrostática que ejerce el líquido sobre las secciones OB y BC de la compuerta. En la figura 23 se muestran los diagramas de distribución de presiones sobre las dos secciones.

Figura 23. Diagrama de distribución de presiones sobre la compuerta ejemplo 2.5



Fuente: elaboración propia

Fuerza debida a la presión hidrostática en la sección OB de la compuerta. Se debe calcular la presión en el centroide del área sumergida. Para ello, se inicia el cálculo en un punto en la superficie del agua hasta la profundidad a la que se encuentra el centroide de área sumergida.

$$P_{c.a. \text{ sumergida}} = P_{\text{man superficie}} + \gamma_{\text{agua}} \times h_{c.a.}$$

$$P_{c.a. \text{ sumergida}} = 0 + 9.806 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times (2 \text{ m} + 1,5 \text{ m}) = 34.321 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Conocida la presión a la profundidad a la que se encuentra el centroide del área sumergida se puede determinar la fuerza hidrostática.

$$F_{OB} = P_{c.a. \text{ sumergida}} \times A_{\text{sumergida}}$$

$$F_{OB} = 34.321 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times (3 \text{ m} \times 3 \text{ m}) = 308.889 \text{ N} = 308,889 \text{ kN}$$

Fuerza debida a la presión hidrostática en la sección BC de la compuerta. Se debe calcular la presión en el centroide del área sumergida. Para ello se inicia el cálculo en un punto en la superficie del agua hasta la profundidad a la que se encuentra el centroide de área sumergida.

$$P_{c.a. \text{ sumergida}} = P_{\text{man superficie}} + \gamma_{\text{agua}} \times h_{c.a.}$$

$$P_{c.a. \text{ sumergida}} = 0 + 9.806 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times (2 \text{ m} + 3 \text{ m}) = 49.030 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Conocida la presión a la profundidad a la que se encuentra el centroide del área sumergida se puede determinar la fuerza hidrostática.

$$F_{CB} = P_{c.a. \text{ sumergida}} \times A_{\text{sumergida}}$$

$$F_{CB} = 49.030 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times (1,5 \text{ m} \times 3 \text{ m}) = 220.635 \text{ N} = 220.635 \text{ kN}$$

Paso 2: una vez determinadas las fuerzas debidas a la presión hidrostática que actúa sobre la compuerta, se plantea el equilibrio de esta y se determina la fuerza P requerida para mantenerla cerrada (figura 24). Para lo anterior se debe determinar la posición donde actúa la fuerza F_{OB} que corresponde al centroide del diagrama de presión que actúa en la sección OB .

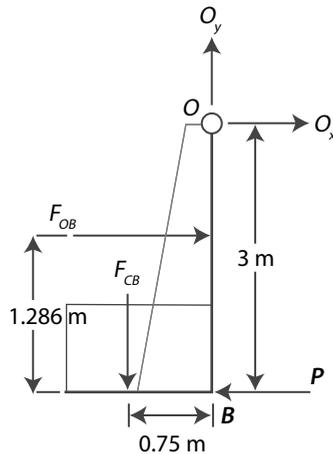
$$P_O = (2 \text{ m}) \times \left(9.806 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right) = 19.612 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P_B = (5 \text{ m}) \times \left(9.806 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right) = 49.030 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Teniendo en cuenta el apéndice B para el caso de un trapecio se tiene que la distancia desde B al centro de presión (punto donde actúa la fuerza F_{OB}) es:

$$\text{Distancia} = \frac{3}{3} \times \frac{(2 \times 19.612 + 49.030)}{(49.030 + 19.612)} = 1,286 \text{ m}$$

Figura 24. Fuerzas actuantes sobre la compuerta (se desprecia el peso)



Fuente: elaboración propia

Aplicando equilibrio de momentos en el pasador o se tiene:

$$\sum M_O = 0 = -P \times 3 + F_{OB} \times (3 - 1,286) + F_{CB} \times 0,75$$

$$3 \times P = 308.889 \text{ N} \times 1,714 \text{ m} + 220.635 \text{ N} \times 0,75 \text{ m}$$

$$3 \times P = 694.911,96$$

$$P = 231.637,33 \text{ N} = 231.64 \text{ kN}$$

Se requiere aplicar una fuerza P mínima de 231,64 kN para mantener cerrada la compuerta bajo las suposiciones de análisis.

2.12 Recapitulación

La hidrostática es la rama de la mecánica de los fluidos encargada del estudio del comportamiento de los líquidos cuando estos se encuentran en reposo.

Para medir la presión a la que se encuentra un líquido se utilizan dispositivos como los manómetros, entre los que se encuentra el piezómetro que solo se puede utilizar para medir presiones bajas. Además, se utilizan también los manómetros de tubo en u y los de carátula o manómetros tipo Bourdon. Estos últimos tienen la ventaja que nos dan directamente el valor de la presión manométrica.

Las unidades para medir la presión se pueden expresar en pascales (N/m^2) o como altura de un determinado líquido que puede ser mercurio o agua. En dicho caso la presión se expresa en metros de columna del respectivo líquido.

La presión que ejerce un líquido en reposo sobre las superficies que lo contienen varía en forma directa con la profundidad o altura del líquido; es así como, a medida que se desciende en un líquido en reposo, la presión aumenta y viceversa. La acción de esta presión hidrostática sobre las superficies que contienen el líquido da origen a fuerzas sobre dichas superficies, las cuales hay que evaluar para poder diseñar adecuadamente la estructura de contención (que puede ser un tanque, una represa o una compuerta).

Todo cuerpo que se sumerge, ya sea parcial o totalmente, experimenta una fuerza vertical dirigida hacia arriba cuyo valor equivale al peso del volumen de líquido desalojado o desplazado por el objeto que se sumerge en el líquido.

2.13 Ejercicios unidad 2

Ejercicio 2.1

La hidrostática o estática de los fluidos se encarga del estudio de:

- Los fluidos en movimiento.
- Las condiciones de equilibrio de los fluidos en reposo.
- Los fluidos bajo la acción de esfuerzos cortantes.
- Los líquidos almacenados.

Ejercicio 2.2

A medida que se asciende en un fluido en reposo la presión:

- Aumenta
- Disminuye.
- Permanece igual.
- Ninguna de las anteriores.

Ejercicio 2.3

250 kgf/cm^2 de presión equivalen a:

- 250 N/m^2
- 100 Pa
- 24.525 kPa
- 150 kN/m^2

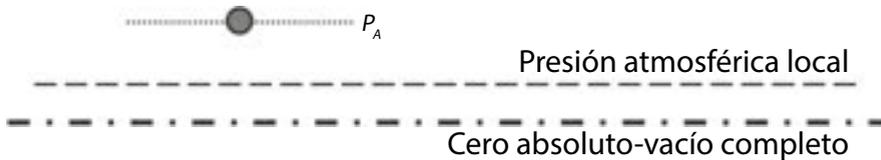
Ejercicio 2.4

Si en un lugar la medida de la presión atmosférica es de 95.000 Pa, su equivalente en mm de Hg (mercurio) es:

- 760 mm Hg
- 500 mm Hg.
- 95.000 mm Hg.
- 712,06 mm Hg.

Ejercicio 2.5

En el siguiente gráfico, la presión en el punto A corresponde a una presión:



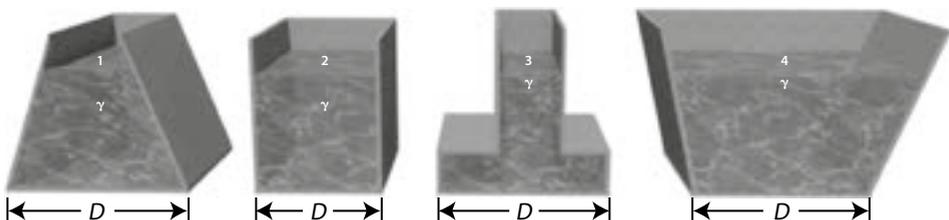
- Manométrica positiva.
- Manométrica negativa.
- Barométrica.
- De vacío.

Ejercicio 2.6

Cada uno de los recipientes mostrados en la figura 25 tiene agua en su interior hasta una altura H . Si la dimensión en la base de cada uno de los recipientes es la misma, ¿cuál será la presión en el fondo en cada recipiente? (explique su respuesta).

- Igual.
- Diferentes en todos.
- Ninguna de las anteriores.

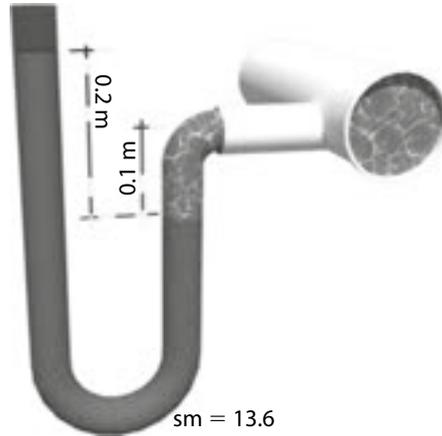
Figura 25. Esquema ejercicio 2.6



Fuente: elaboración propia

Ejercicio 2.7

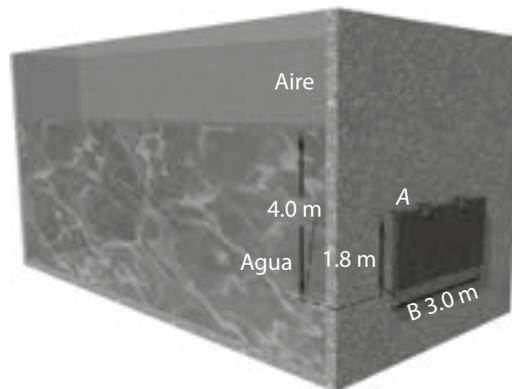
Determinar la presión (P_A) a la que se encuentra el agua que se transporta a través de la tubería de la figura 26.

Figura 26. Manómetro ejercicio 2.7

Fuente: elaboración propia

Ejercicio 2.8

Calcular la fuerza total que ejerce el agua sobre la compuerta de la figura 27, si el aire en el tanque superior del tanque se encuentra a una presión de 13 kPa.

Figura 27. Compuerta ejercicio 2.8

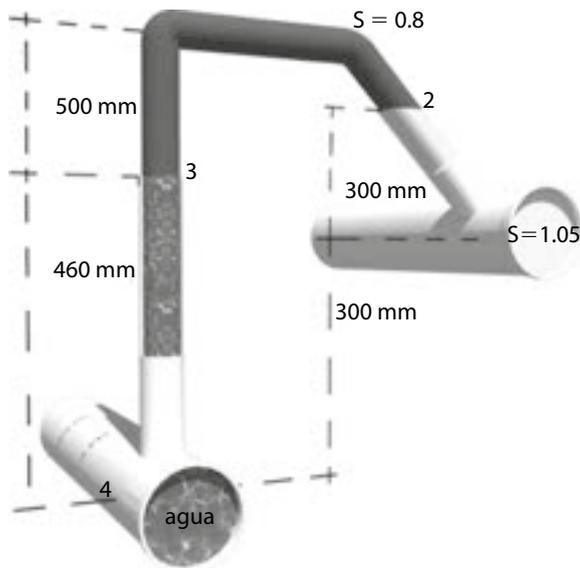
Fuente: elaboración propia

Ejercicio 2.9

El sistema mostrado en la figura 28 permite conocer la diferencia de presión existente entre los dos conductos A y B, mediante la instalación de un manómetro diferencial. Calcule:

- La diferencia de presión entre los centros de las tuberías A y B.
- Expresar la diferencia de presión en metros de columna de agua y en mm de Hg (mercurio).

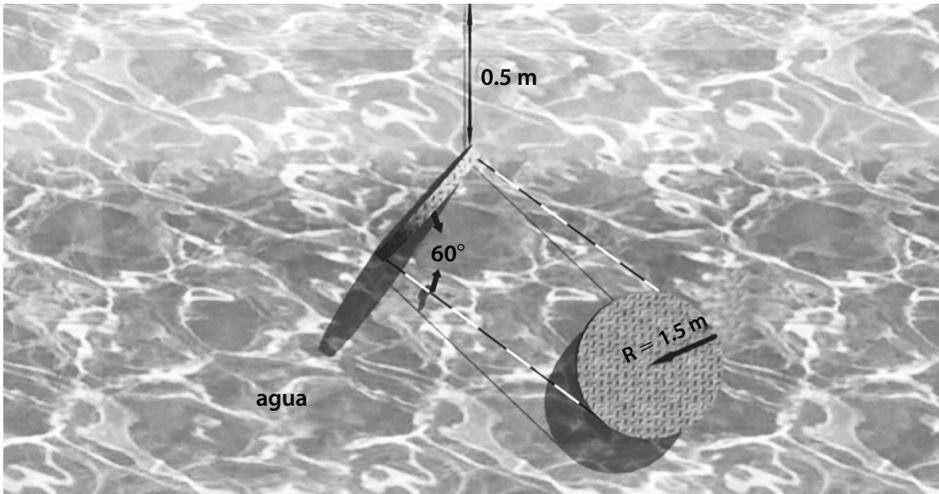
Figura 28. Manómetro ejercicio 2.9



Fuente: elaboración propia

Ejercicio 2.10

Encuentre la fuerza resultante sobre la parte superior de la superficie sumergida mostrada en la figura 29.

Figura 29. Esquema ejercicio 2.10

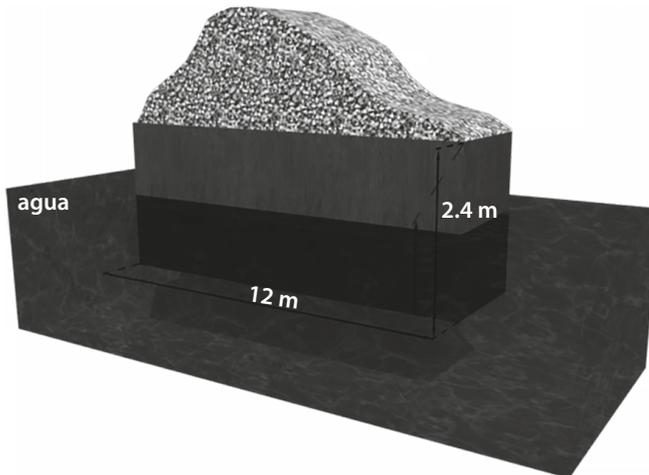
Fuente: elaboración propia

Ejercicio 2.11

Una piedra pesa 90 N en el aire y 50 N cuando está sumergida en el agua, calcular su volumen y densidad relativa.

Ejercicio 2.12

Calcular el peso total de la barcaza y de su carga. La barcaza tiene 6 m de ancho.

Figura 30. Barcaza ejercicio 2.12

Fuente: elaboración propia

CAPÍTULO 3

HIDRODINÁMICA

Objetivos generales

Conocer el comportamiento de los líquidos cuando estos se encuentran en movimiento.

Objetivos específicos

- Conocer el campo de estudio de la hidrodinámica.
- Establecer el concepto de flujo volumétrico o caudal.
- Definir los diferentes tipos de flujo que se presentan en el movimiento de los líquidos.
- Estudiar y aplicar las ecuaciones de conservación de la masa y de conservación de la energía.
- Identificar diferentes equipos utilizados para la medida de la velocidad de un flujo y el caudal.
- Especificar los diferentes tipos de energía presentes en un fluido cuando este se encuentra en movimiento.

3.1 Introducción

En la unidad 2 se estudió el comportamiento de un líquido cuando este se encuentra en reposo, ahora se analizará el caso en el que el líquido se encuentra en movimiento. La importancia de esta unidad radica en que el suministro del recurso agua para sus diferentes usos (riegos, suministro de agua potable, generación hidroeléctrica, usos piscícolas, entre otros) necesita que se capte en una fuente determinada (quebrada, lago, río, pozo) y se transporte hasta el sitio donde se va a utilizar. Para ello es necesario conocer los tipos de flujo o diferentes comportamientos del flujo mientras el agua es transportada a través de una conducción.

Es indispensable conocer la energía que tiene el agua cuando se encuentra en movimiento y la manera en que esta energía se transforma de energía potencial a energía cinética o energía de presión estática. En esta unidad se tratará el movimiento del líquido en condiciones ideales, es decir, no se tendrán en cuenta las pérdidas de energía que ocurren cuando el agua fluye por un conducto (ya sea una tubería o un canal), esto se analizará en una unidad posterior.

3.2 Definición

La hidrodinámica es una de las ramas de la mecánica de fluidos que se encarga del estudio de los fluidos en movimiento. A diferencia del estudio de los fluidos en reposo, este punto de vista exhibe una gran complejidad y su tratamiento matemático no es muy simple de plantear. Por ello, se ha acudido en la mayoría de los casos a la experimentación y a través de esta se han derivado una serie de expresiones y conceptos que han permitido el estudio de las diferentes condiciones de flujo y consideraciones asociadas a estos (como lo son las pérdidas). La hidrodinámica se encarga además del estudio de las fuerzas que intervienen en el movimiento del líquido.

Para que se produzca el movimiento de un líquido debe existir la influencia de una fuerza externa. Una vez se inicia el movimiento a través de un conducto cerrado, se origina una presión que estará compuesta por una componente estática y otra dinámica. El primero de los componentes se puede entender si suponemos un líquido que está en movimiento por una tubería y en un momento dado se corta o impide el flujo, por ejemplo, con una válvula, la tubería estará sometida a una presión estática y el segundo componente se aprecia mientras el fluido se mueve a una determinada velocidad por la tubería.

En el movimiento del líquido, la fuerza que actúa sobre este es la fuerza producida por la acción de la gravedad y en algunas ocasiones una segunda fuerza producida por dispositivos que adicionan energía al líquido (bombas). Aunque estas no son las únicas fuerzas actuantes en el movimiento del líquido, existen otras que se oponen a este produciéndose pérdidas de energía en el líquido y por consiguiente de presión (estas las abordaremos en la unidad 5).

3.3 Flujo de un fluido

El flujo o movimiento de un fluido, en este caso de un líquido, puede tener diferentes clasificaciones dependiendo de las características que muestre el movimiento de las partículas que componen el líquido. Así, un flujo puede ser permanente o no; uniforme o no uniforme; laminar, turbulento, unidimensional, bidimensional, rotacional o irrotacional.

3.3.1 Flujo permanente y no permanente

Se considera que el flujo de un fluido, considerando el tiempo como criterio, es permanente cuando las condiciones en cualquier punto del fluido no cambian con el tiempo. Por ejemplo, para el caso del flujo en un canal abierto, si se mide la altura del flujo en punto del canal en un intervalo determinado de tiempo y este no cambia o se mantiene relativamente constante, se considera el flujo como permanente. Por otra parte, si se analiza el flujo en una tubería larga de diámetro constante y por la que se mueve un caudal constante; si se midiera la velocidad en un punto de la tubería en un lapso de tiempo, se encontraría que esta no tendría variación en el tiempo, siendo un flujo permanente o más específicamente un flujo *estable*.

Si, por el contrario, al estudiar las condiciones del flujo de un fluido, en un punto del flujo, y estas varían en el tiempo, se tiene un flujo no permanente. Por ejemplo, si se analiza la profundidad de flujo en un canal de riego en un punto específico del flujo a diferentes horas del día, se encontrará que esta altura es variable, ya que en horas específicas del día los usuarios del distrito de riego hacen un uso más intensivo del mismo. Si se analiza un sistema fijo de bombeo en el que se bombea un caudal creciente o un flujo por una tubería en la que se va cerrando gradualmente una válvula, el valor del caudal o de la velocidad de flujo será variable en el tiempo, lo que corresponde a un flujo no permanente o más específicamente para flujo en tuberías un flujo inestable.

3.3.2 Flujo uniforme y no uniforme

El flujo es uniforme cuando las condiciones del flujo de un fluido o incluso sus propiedades no cambian de un punto a otro en un instante de tiempo dado. Si se considera el flujo en un canal abierto en el que se mide la altura del flujo en 2 puntos distintos del canal para un mismo instante de tiempo y la altura se mantiene constante, se dice que el flujo en canal es uniforme. Por el contrario, si la medición de la profundidad de flujo es distinta en los dos puntos para un instante dado, se considera que el flujo en canal es no uniforme.

Si se analiza el caso del flujo en una tubería larga con un caudal constante, se tendrá un flujo uniforme y a la vez permanente. Si el caudal que fluye por la tubería decrece gradualmente, se tendrá un flujo uniforme no permanente. El flujo a través de una tubería que se expande o contrae gradualmente con un caudal constante

es no uniforme y permanente, pero si el caudal se incrementa gradualmente corresponderá a un flujo no uniforme no permanente.

3.3.3 Flujo laminar

Un flujo se considera laminar cuando el flujo parece moverse en capas una deslizándose sobre la otra. En este flujo las líneas de corriente⁸ poseen trayectorias definidas. Estos son flujos de baja velocidad como por ejemplo el flujo en un tramo de canal con baja pendiente.

3.3.4 Flujo turbulento

Cuando el movimiento del fluido se produce de tal forma que sus partículas no tienen trayectorias definidas, se puede decir que se trata de un flujo de alta velocidad, por ejemplo, el flujo en conductos con altas pendientes.

Para definir cuándo un flujo es laminar o turbulento se utiliza el número de Reynolds (ecuación 19), en el que se relacionan la velocidad del flujo (v) en m/s, el diámetro del conducto D en m, la densidad del fluido en kg/m^3 y la viscosidad absoluta o dinámica en $\text{Pa} \cdot \text{s}$.

$$R_e = \frac{\rho \times v \times D}{\mu}$$

Ecuación 19

¡Se debe tener en cuenta!

Para valores de R_e entre 0 y 2.000 el flujo es laminar y para valores mayores a 4.000 el flujo es turbulento, por otra parte, los valores entre 2.000 y 4.000 corresponden a flujos de transición.

3.3.5 Flujo unidimensional

En este tipo de flujo, las variaciones de velocidad o en la presión u otros parámetros del flujo en un plano perpendicular a la dirección del flujo no son tenidos en cuenta. Para describir parámetros como velocidad u otras propiedades como el flujo en la sección transversal, se emplean valores medios. Un ejemplo de este tipo de flujo sería un flujo que se mueve por una tubería recta.

⁸ Una línea de corriente es una línea imaginaria que describe la trayectoria de las partículas de un fluido en un instante determinado, con la característica que es siempre tangente al vector de velocidad de cada partícula.

3.3.6 Flujo bidimensional

Tiene lugar cuando las partículas del fluido se mueven en dos direcciones, en estos casos la velocidad varía en ambas direcciones, como, por ejemplo, una onda de agua (ola) que tiene avance en el plano horizontal como en el vertical.

3.3.7 Flujo rotacional

Cuando las partículas del líquido al tiempo que se mueven giran, se presenta un flujo rotacional; si esta situación no ocurre, es un flujo irrotacional.

3.4 Flujo volumétrico

Si analizamos el flujo que pasa a través de la sección transversal de una tubería o un canal, se puede establecer la cantidad de fluido que se mueve por ese punto en la unidad de tiempo, esto se conoce como flujo volumétrico o caudal. Las unidades con las que se expresa en el SI son el m^3/s o también se expresa comúnmente en unidades de litros por segundo (lps). El caudal se puede determinar conociendo la velocidad del flujo y el área de la sección transversal por donde pasa o midiendo el volumen de líquido que pasa en un tiempo determinado.

¡Recuerda que!

El procedimiento de estimar el caudal se conoce como aforo. Las expresiones para determinar el caudal corresponden a las ecuaciones 20 y 21.

$$Q = v \times A$$

Ecuación 20

Donde:

v = velocidad de flujo

A = área de la sección transversal a través de la cual se mueve el flujo

$$Q = \frac{V}{t}$$

Ecuación 21

Donde:

V = volumen medido

t = tiempo durante el cual se mide el volumen

Existen dispositivos que permiten medir el caudal directamente o hay otros que permiten medir la velocidad del flujo. De esta manera, si se conoce el área de la sección transversal del conducto, se puede estimar el caudal. Uno de los dispositivos utilizados para determinar la velocidad es el molinete⁹, el cual se puede apreciar en la figura 31.

Figura 31. Molinete o correntómetro



Fuente: elaboración propia

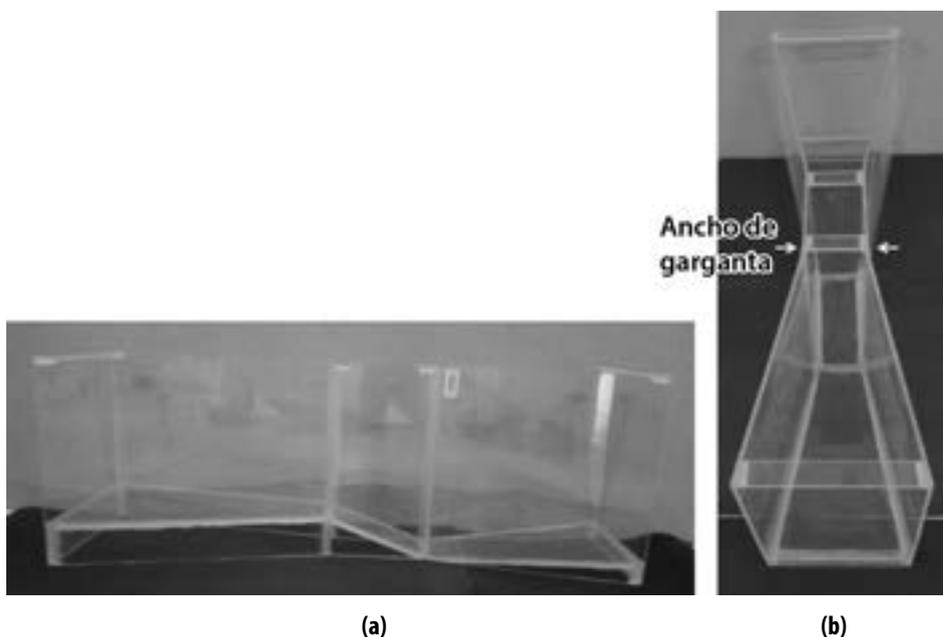
Algunos de los dispositivos para medir el caudal cuando el flujo se mueve por canales abiertos son los vertederos y las canaletas Parshall, los primeros se estudiarán en la unidad 3. En la canaleta Parshall, el caudal se determina utilizando una ecuación calibrada empíricamente, en la que se relaciona el caudal con la profundidad de flujo en una sección de la canaleta. La expresión general es de la forma que se muestra en la ecuación 22.

$$Q = c \times Ha^b \quad \text{Ecuación 22}$$

Donde Ha es la profundidad de flujo que se mide a la entrada de la canaleta y las constantes c y b se definen para cada tipo de canaleta, según el ancho de la garganta (zona media de la canaleta). En la figura 32 se observa este dispositivo.

⁹ El molinete es un instrumento utilizado para la medición de caudales en canales o ríos mediante la medición de las velocidades del flujo en diferentes puntos ubicados en una sección recta del canal o río y a diferentes profundidades.

Figura 32. Medidor Parshall



Fuente: elaboración propia

En las tablas 8 y 9 se presentan las ecuaciones para determinar el caudal en canaletas Parshall de diferentes tamaños.

Tabla 8. Ecuaciones para cálculo de caudal en canaletas Parshall con ancho de garganta de 1 pulgada a 9 pulgadas.

Ancho de garganta, W (mm)	Ecuación del gasto, Q (l/s) (H_a en mm)
25,4 (1")	$Q = 0,001352 H_a^{1,55}$
50,8 (2")	$Q = 0,002702 H_a^{1,55}$
76,2 (3")	$Q = 0,003965 H_a^{1,55}$
152,4 (6")	$Q = 0,006937 H_a^{1,50}$
228,6 (9")	$Q = 0,013762 H_a^{1,53}$

Fuente: Oliveras (2016).

Tabla 9. Ecuaciones para cálculo de caudal en canaletas Parshall con ancho de garganta de 1 pie a 10 pies.

Ancho de garganta, W (m)	Ecuación del gasto, Q (m^3/s) (H_a en m)
0,308 (1')	$Q = 0,6909 H_a^{1,52}$
0,4572 (1,5')	$Q = 1,056 H_a^{1,538}$
0,6096 (2')	$Q = 1,428 H_a^{1,55}$
0,9144 (3')	$Q = 2,184 H_a^{1,566}$
1,2192 (4')	$Q = 2,953 H_a^{1,578}$
1,5240 (5')	$Q = 3,732 H_a^{1,587}$
1,8288 (6')	$Q = 4,519 H_a^{1,595}$
2,1336 (7')	$Q = 5,312 H_a^{1,601}$
2,4384 (8')	$Q = 6,112 H_a^{1,607}$
3,0480 (10')	$Q = 7,463 H_a^{1,60}$

Fuente: Oliveras (2016).

Para el caso del flujo en tuberías, se utilizan dispositivos como los mostrados en la figura 33 en los que se aprecian algunos medidores directos de flujo.

Figura 33. (a) Contador magneto inductivo y (b) Medidor tipo vortex



Fuente: Kolbold (2019).

El medidor de caudal (caudalímetro) magneto-inductivo se basa en la generación de un campo magnético, así, cuando un fluido pasa por el dispositivo, iones en el interior son desviados y fluyen en direcciones opuestas según su carga; esto genera una tensión inducida que es registrada por dos electrodos en contacto con el fluido, además, esta tensión es directamente proporcional a la velocidad media

del flujo. En ese orden de ideas, si se conoce el diámetro del conducto, se puede calcular el caudal¹⁰.

En el caso del medidor tipo vortex, su principio de funcionamiento se basa en la generación de vórtices mediante un elemento plano que atraviesa el flujo. Los vórtices se generan de forma alternante a un lado y al otro del elemento, lo que genera diferencias de presión que registra un sensor. La frecuencia de formación de los vórtices se relaciona con la velocidad del flujo v , y por ende, con el flujo volumétrico.

3.5 Energía y altura de carga en un flujo

Cuando un flujo se encuentra en movimiento, la energía que posee está compuesta por tres formas de energía diferentes: energía potencial, cinética y energía de presión. Estas energías en la mecánica de fluidos e hidráulica se expresan como “carga” o, de igual manera, como cantidad de energía por unidad de peso del líquido. Las unidades de la altura de carga son $N \cdot m/N$ y se expresará matemáticamente en metros.

3.5.1 Energía potencial

Esta energía está presente en un elemento de fluido debido a la elevación o cota topográfica a la que se encuentra respecto a un nivel de referencia.



¡Para recordar!

La elevación o altura de un punto en una conducción respecto a un nivel de referencia determina la cantidad de energía potencial que posee el agua en ese punto de la conducción.

3.5.2 Energía cinética

La energía cinética (E_c) que posee un líquido está relacionada con la velocidad del flujo. La expresión para determinarla relaciona el cuadrado de la velocidad y la gravedad como es evidente en la ecuación 23.

10 Para comprobar las instrucciones de uso de un caudalímetro magneto-inductivo se puede consultar a Efecto300 (2014).

En esta ecuación la velocidad (v) está dada en m/s y la gravedad como 9,81 m/s².

$$E_c = \frac{1}{2} \times \frac{v^2}{g} \quad \text{Ecuación 23}$$

Donde:

v = velocidad del flujo, en el sistema SI está dada en m/s.

g = aceleración de la gravedad, en el sistema SI corresponde a 9,81 m/s².

3.5.3 Energía de presión

Se puede interpretar como la cantidad de trabajo que se requiere para forzar el líquido a moverse a través de una determinada longitud contra la presión. Esta se determina por una expresión que relaciona la presión estática con el peso específico del líquido (ecuación 24).

$$E_{\text{Presión}} = \frac{P}{\gamma} \quad \text{Ecuación 24}$$

Donde:

$E_{\text{Presión}}$ = energía de presión, se da en metros de columna de líquido

P = presión estática en un punto del flujo

γ = peso específico del fluido en función del que se expresa la altura de energía

3.5.4 Energía total

La energía total que posee el fluido está determinada por la suma de la energía potencial, cinética y energía de presión como se expresa en la ecuación 25.

$$H = Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \quad \text{Ecuación 25}$$

Donde:

Z = energía potencial, corresponde a la cota topográfica medida como la distancia vertical desde el eje del conducto a una referencia que se toma como base o Datum.

$\frac{P}{\gamma}$ = energía de presión, altura de presión o cabeza estática.

$\frac{v^2}{2g}$ = energía cinética, altura de velocidad o cabeza cinética

H = energía total, se expresa como altura de carga en metros o en N * m/N.

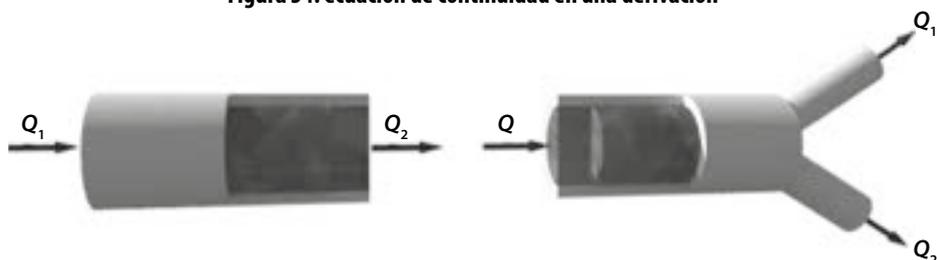
3.6 Ecuaciones básicas del flujo de fluidos

Las ecuaciones más importantes en la hidrodinámica son la ecuación de continuidad y la ecuación de energía.

3.6.1 Ecuaciones de continuidad

Esta se deriva del principio de conservación de la masa y plantea que el flujo volumétrico que pasa por cualquier sección en un conducto (tubería o canal) se mantiene constante (se mantiene igual), esto se cumple si entre las dos secciones no existen fugas o derivaciones. En este caso el caudal en la sección 2, sumado con los caudales derivados o que se pierden por fugas, debe ser igual al caudal en la sección 1.

Figura 34. ecuación de continuidad en una derivación



Fuente: elaboración propia

En el caso mostrado en la figura 34, de acuerdo con la ecuación de continuidad (ecuación 26), se cumple que $Q_1 = Q_2$ y, en el segundo caso, se debe cumplir que:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad \text{Ecuación 26}$$

Donde Q es el caudal entrante. Q_1 y Q_2 son los caudales en que se deriva el caudal entrante.

¡Para recordar!

La ecuación de continuidad plantea que el caudal que pasa por dos secciones, en una tubería, es constante $v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2$. Por otra parte, en el caso de derivaciones, la suma de los caudales derivados es igual al caudal antes de la derivación, ecuación 27:

$$v \times A = v_1 \times A_1 + v_2 \times A_2 \quad \text{Ecuación 27}$$

Donde v y A son la velocidad media y área de la sección transversal del flujo entrante; v_1 y A_1 son la velocidad media y área de la sección transversal de uno

de los flujos en que se divide el flujo entrante (uno de los flujos salientes y ; v_2 y A_2 son la velocidad media y área de la sección transversal del otro caudal derivado.

3.6.2 La ecuación de energía

Esta ecuación se deriva del principio de conservación de la energía y es conocida también como la ecuación de Bernoulli. Al plantear esta ecuación entre dos puntos en un fluido en movimiento se relaciona la energía total en la sección 1 con la energía total en la sección 2 y, sin perder de vista que la energía permanece constante, se establece que la energía en la sección 1 es igual a la energía en la sección 2 ($E_1 = E_2$). En forma de expresión, se tiene la ecuación 28:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{Ecuación 28}$$

Los términos de la ecuación 29 corresponden a los indicados en la ecuación 25.

La expresión anterior se plantea en condiciones ideales; es decir, que no se presentan pérdidas por fricción en el movimiento del fluido.

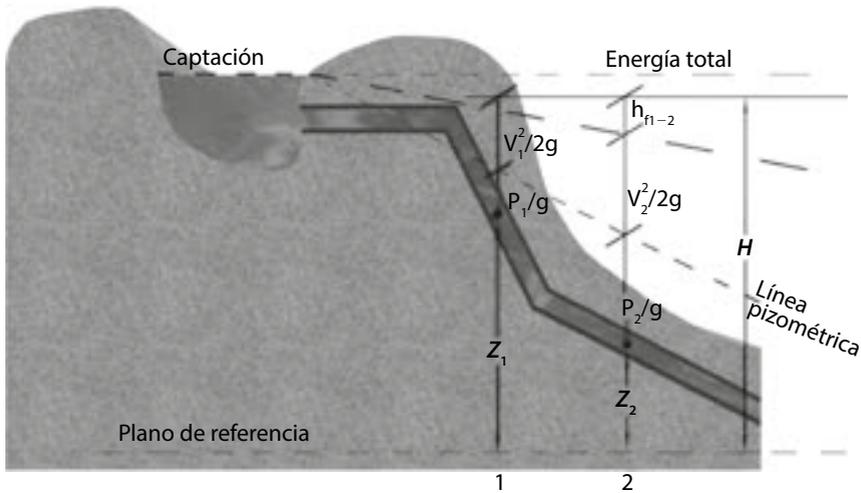
La forma general de la ecuación de energía tiene en cuenta las pérdidas que se presentan por fricción y las energías añadidas o extraídas al flujo y se expresa como se muestra en la ecuación 29 y 30.

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} - h_{ft} - h_e + h_a = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{Ecuación 29}$$

$$E_1 - h_f - h_e + h_a = E_2 \quad \text{Ecuación 30}$$

En la expresión anterior h_{ft} son las pérdidas totales (energía disipada en el movimiento del flujo de un punto a otro por la conducción, lo que incluye las pérdidas por fricción en el conducto h_f y, para el caso de flujo en tuberías, las pérdidas que se presentan en los accesorios o menores h_m), h_e es la energía extraída (cuando se acopla una turbina) y h_a es la energía añadida (cuando se impulsa el fluido utilizando un sistema de bombeo). Los demás términos corresponden a los descritos para la ecuación 25.

Figura 35. Energías en un fluido en movimiento



Fuente: elaboración propia

En la figura 35 se observa un tramo de una línea de conducción en la que se han identificado dos puntos. Para el punto 1 las alturas de carga debidas a las diferentes energías presentes en el fluido son z_1 , $\frac{P_1}{\gamma}$ y $\frac{v_1^2}{2g}$, que sumados dan la energía que tiene el fluido en 1 como altura de carga. Para el punto 2 se tienen las alturas de carga z_2 , $\frac{P_2}{\gamma}$, $\frac{v_2^2}{2g}$ y h_{f1-2} (pérdidas de energía entre 1 y 2) que sumados dan la energía del fluido en este punto. La ecuación 31 define la energía entre 1 y 2 será:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{f1-2} \quad \text{Ecuación 31}$$

Como se puede observar, las pérdidas pueden colocarse sumadas al lado derecho de la ecuación o restarlas al lado izquierdo. La energía que faltó en 1 para completar la energía total con la que se inició el flujo del fluido corresponde a las pérdidas en la conducción desde la bocatoma hasta el punto 1.

En la ecuación 31 planteada entre los puntos 1 y 2 en la conducción, se puede determinar alguna de las variables involucradas, siempre y cuando se tenga información sobre las otras.

En la figura 35 también se pueden observar unas líneas que corresponden a la línea piezométrica, del gradiente de energía y de energía total. La línea piezométrica corresponde a la altura que alcanzaría el fluido cuando se encuentra estático en la tubería, la línea de energía específica define la altura a que alcanzaría el fluido cuando está en movimiento en la tubería y la de energía total nos representa la altura que alcanzaría el fluido si no existieran las pérdidas por fricción.

¡Para recordar!

La cota piezométrica en un punto se determina sumando la cota topográfica (Z) con la altura de presión o cabeza estática $\left(\frac{P}{\gamma}\right)$ (ecuación 32).

$$\text{Cota piezométrica} = Z + \frac{P}{\gamma} \quad \text{Ecuación 32}$$

La cota de la línea del gradiente de energía se determina sumando a la cota piezométrica la altura cinética o cabeza de velocidad $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$ (ecuación 33).

$$\text{Cota línea del gradiente de energía} = \text{cota piezométrica} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{Ec. 33}$$

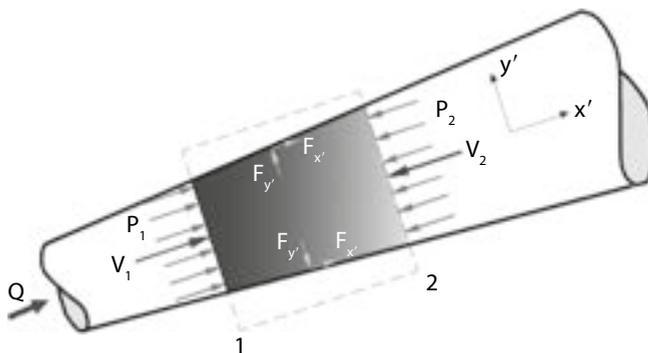
3.6.3 ecuación de la cantidad de movimiento

Esta ecuación se deriva de la segunda ley del movimiento de Newton que establece que la fuerza resultante sobre un elemento de fluido que circula por un tubo de flujo en régimen permanente es igual a la variación de la cantidad de movimiento lineal (cantidad de momentum) de dicho elemento por unidad de tiempo.

Este principio aplicado entre dos secciones en un flujo (figura 36) para una condición de flujo permanente, para la dirección x' , se puede definir con la ecuación 34:

$$\sum F_{x'} = \rho \times Q \times (v_{2x'} - v_{1x'}) \quad \text{Ecuación 34}$$

Figura 36. Fuerzas debidas a la variación de la cantidad de movimiento (se ha omitido en la figura la fuerza de cuerpo)



Fuente: elaboración propia

3.7 Ejemplos unidad 3

Los siguientes ejemplos permitirán afianzar los conceptos que se han dado en esta unidad. Debe analizarlos y medir su grado de conocimiento desarrollando los ejercicios planteados para la unidad.

Ejemplo 3.1

Utilizando un dispositivo para medida de velocidad en una tubería de 8" de diámetro se obtuvo un valor de velocidad media de 4,5 m/s. Determinar el caudal que se está transportando por la tubería.

Para determinar el caudal transportado por la tubería en este caso particular en el que se conoce la velocidad del flujo y el diámetro del conducto, se utiliza la expresión: $Q = v \times A$. Donde A es el área de la sección transversal de la tubería que se determina del mismo modo que el área de un círculo.

$$v = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$A = \pi \times (\text{radio})^2 = \left(\frac{1}{4}\right)(\pi) \times (\text{diámetro})^2$$

$$Q = \left(4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) \times (\pi) \times (8 \times 0,0254)^2 = 0,146 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 146 \text{ lps}$$

En este ejemplo se utilizó un factor de conversión de pulgadas a metros 1 pulgada = 0,0254 metros.

Ejemplo 3.2

Se desea determinar el caudal que circula por la tubería de una línea de conducción. Para ello se toma un recipiente y se colecta agua por un tiempo de 1 minuto y medio. Las dimensiones del recipiente utilizado son 1,0 m de altura y 0,6 m de diámetro.

En este caso el aforo consistió en tomar un determinado volumen de líquido y estimar el tiempo necesario para llenar el recipiente. La expresión a utilizar en este caso es $Q = \text{volumen} / \text{tiempo}$.

Volumen del recipiente = área de la base \times altura (volumen de un cilindro)

$$\text{Volumen} = \left(\frac{\pi}{4}\right) \times (\text{diámetro})^2 \times 1,0 \text{ m} = \left(\frac{\pi}{4}\right)(0,6)^2 = 0,283 \text{ m}^3/\text{s}$$

Tiempo de aforo = 1,5 minutos = 90 segundos

Caudal = $Q = (0,283 \text{ m}^3/\text{s}) / 90 \text{ s} = 0,00314 \text{ m}^3/\text{s}$, para pasar a litros por segundo (lps):

$$Q = 0,00314 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1.000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} = 3,14 \text{ l/s}$$

Ejemplo 3.3

¿Qué diámetro debe tener una tubería para conducir un caudal de 240 lps a una velocidad de 2 m/s?

Teniendo en cuenta que $Q = v \times A$, se puede despejar el área y con esta estimar el diámetro de la tubería.

$A = Q / v = (0.240 \text{ m}^3/\text{s}) / (2 \text{ m/s}) = 0.12 \text{ m}^2$, este resultado corresponde al área de la sección transversal de la tubería requerida. Como $A = (\pi / 4)(\text{diámetro})^2$.

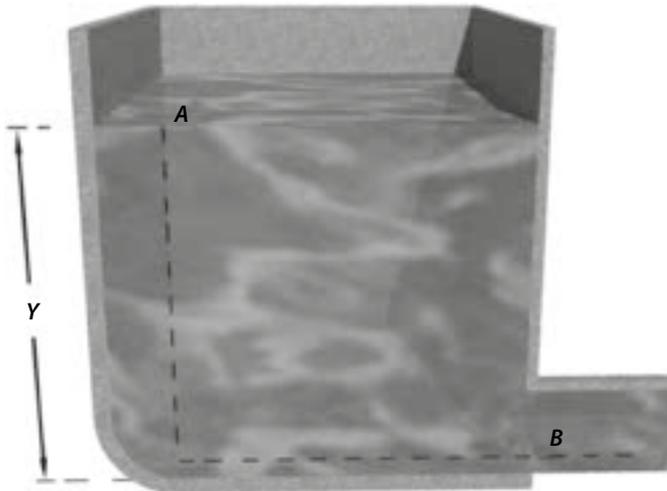
$$(\text{Diámetro})^2 = A / ((\pi / 4)) = 0,12 \text{ m}^2 / ((\pi / 4)) = 0,153 \text{ m}^2$$

$$\text{Diámetro} = \sqrt{0,153 \text{ m}^2} = 0,39 \text{ m}$$

Ejemplo 3.4

El agua del depósito mostrado en la figura 37, abierto a la presión atmosférica, en su parte superior tiene 610 cm de profundidad. La velocidad del agua en el tubo horizontal conectado al fondo del depósito es de 350 cm/s, ¿cuál es la presión en atm en el tubo?

Figura 37. Esquema ejemplo 3.4



Fuente: elaboración propia

Aplicando la ecuación 28, ecuación de Bernoulli, a lo largo de una línea de corriente entre los puntos A y B y despreciando las pérdidas, se tiene:

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{P_B}{\gamma} + Z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

$A_A \gg A_B$ (A_A corresponde al área del depósito y A_B al área del tubo) se puede considerar v_A despreciable. Además, tomando nivel de referencia en B , $Z_A = y = 0,61$ m; $Z_B = 0$ y la presión en la superficie libre del líquido en el depósito igual a la atmosférica a nivel del mar, por lo que la presión manométrica en A es nula, esto es $P_A = 0$. Reemplazando se tiene:

$$0 + 6,1 \text{ m} + 0 = \frac{P_B}{\gamma} + 0 + \frac{(3,5 \text{ m/s})^2}{2 \times 9,81 \text{ m/s}^2} \Rightarrow 6,1 \text{ m} = \frac{P_B}{\gamma} + 0,624 \text{ m}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 5,476 \text{ m} \Rightarrow P_B = 5,476 \text{ m} \times 1.000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} = 5,476 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Para pasar el valor de la presión en B a atmósferas se aplica el método del factor de conversión:

$$5,476 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \times \frac{9,81 \text{ N}}{1 \text{ kgf}} \times \frac{1 \text{ atm}}{101.325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 0,53 \text{ atm}$$

La presión en el punto B es la equivalente a 0,53 atm.

¡Para tener en cuenta!

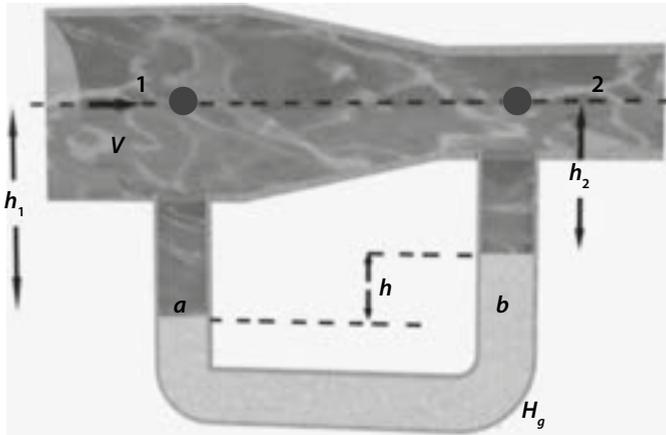
Al momento de reemplazar valores en una ecuación, se debe tener en cuenta la consistencia de las unidades de cada una de las variables de la ecuación.

Ejemplo 3.5

En la figura 38 se representa un tubo de Venturi¹¹ para la medición del caudal con el típico manómetro diferencial de mercurio. El diámetro de la entrada (sección 1) es de 60 cm y el del estrangulamiento (sección 2) de 30 cm. Hallar el caudal de agua sabiendo que la diferencia entre las alturas alcanzadas por el mercurio en las dos ramas vale 40 cm. La densidad relativa del mercurio es 13.6. Expresar el resultado en m^3/s y en lps (litros por segundo).

¹¹ El tubo Venturi es un dispositivo utilizado para medir la velocidad de un fluido que fluye en una tubería.

Figura 38. Esquema ejemplo 3.5



Fuente: elaboración propia

Aplicando la ecuación 29 a lo largo de una línea de corriente que pasa por los puntos 1 y 2 y despreciando las pérdidas, se tiene:

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Los datos del problema son los siguientes:

$$Z_1 + Z_2 = 9, \text{ línea de referencia pasa por 1 y 2}$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} \text{ y } v_2 = \frac{Q}{A_2}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + 0 + \frac{\left(\frac{Q}{A_1}\right)^2}{2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{P_2}{\gamma} + 0 + \frac{\left(\frac{Q}{A_2}\right)^2}{2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$A_1 = \frac{\pi}{4} (0,6 \text{ m})^2 = 0,2827 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} (0,3 \text{ m})^2 = 0,07069 \text{ m}^2$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + 0 + \frac{\left(\frac{Q}{0,2827}\right)^2}{2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{P_2}{\gamma} + 0 + \frac{\left(\frac{Q}{0,07069}\right)^2}{2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + 0,638 \times Q^2 = \frac{P_2}{\gamma} + 10,2 \times Q^2 \Rightarrow 9,562 \times Q^2 = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}$$

Acá podemos hacer una serie de análisis. Si recordamos la ecuación de continuidad, la velocidad v_2 es mayor que la velocidad v_1 porque la sección A_2 es menor que A_1 ; por lo tanto, la diferencia de presiones es positiva; esto quiere decir que la presión en P_1 es mayor que en P_2 . Esta diferencia de presiones se manifiesta en el tubo en U que se encuentra conectado entre las secciones 1 y 2, lo que produce que el nivel de mercurio del lado izquierdo sea menor que el del lado derecho. Teniendo en cuenta que en un líquido la presión en todos los puntos a un mismo nivel es la misma, consideramos el punto (a) y el punto (b) en el mercurio que satisfacen esta condición y se plantea:

$$P_a = P_b$$

$$P_a = P_1 + \gamma h_1$$

$$P_b = P_2 + \gamma(h_2) + \gamma_m \times h$$

Iguando las dos ecuaciones:

$$P_a = P_1 + \gamma h_1 = P_b = P_2 + \gamma(h_2) + \gamma_m \times h$$

$$P_1 - P_2 = \gamma h_2 + \gamma_m \times h - \gamma h_1 \Rightarrow P_1 - P_2 = \gamma(h_2 - h_1) + \gamma_m \times h$$

$$P_1 - P_2 = -\gamma(h) + \gamma_m \times h$$

$$P_1 - P_2 = (\gamma_m - \gamma) \times h \Rightarrow P_1 - P_2 = (s_m \times \gamma - \gamma) \times h \Rightarrow P_1 - P_2 = \gamma(s_m - 1) \times h$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = (s_m - 1) \times h \Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = (13,6 - 1) \times 0,4 \text{ m} = 5,04 \text{ m}$$

Remplazando los datos obtenemos el caudal:

$$9,562 \times Q^2 = 5,04 \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{5,04}{9,562}} = 0,726 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Para expresar el caudal en lps, se aplica el factor de conversión:

$$Q = 0,726 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1.000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} = 726,01 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

El caudal que fluye por la tubería, medido con ayuda del dispositivo Venturi instalado, es de $0,726 \text{ m}^3/\text{s}$ equivalente a $726,01 \text{ l/s}$.

Ejemplo 3.6

Determinar el caudal de un fluido hidráulico que circula por una tubería con un diámetro interior de 35 mm sabiendo que su velocidad es de 4,2 m/s. Expresar el resultado en l/s, ¿qué régimen de flujo lleva el fluido?

Densidad del fluido: 850 kg/m^3

Viscosidad: 0,55 centipoises.

Para determinar el caudal se utiliza la expresión $Q = v \times A$. Se determina inicialmente el área de la sección transversal de la tubería.

$$A = \pi \times \frac{D^2}{4} = \pi \times \frac{(0,035 \text{ m})^2}{4} = 9,62 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Ahora se determina el caudal:

$$Q = A \times v = 9,62 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4,04 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

El caudal en l/s se determina mediante el uso del factor de conversión:

$$Q = 4,04 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1.000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} = 4,04 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

Para definir el régimen de flujo que tiene el fluido se utiliza el número de Reynolds, para lo que se convierte en unidades si el valor de viscosidad del fluido:

$$0,55 \text{ centipoises} * \frac{0,1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \times \text{s}}}{1 \text{ poise}} \times \frac{1 \text{ N}}{1 \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2}} = 0,055 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = 0,055 P_a \times \text{s}$$

Aplicando la ecuación 19 para determinar el número de Reynolds se tiene:

$$R_e = \frac{v \times \rho \times D}{\mu} = \frac{4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 0,035 \text{ m}}{0,055 \frac{\text{N} \times \text{s}}{\text{m}^2}} = \frac{124,95 \frac{\text{kg}}{\text{s} \times \text{m}}}{0,055 \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2} \times \text{s}} = 2.271,82$$

De acuerdo al número de Reynolds el flujo en un conducto puede ser:

Laminar para $R_e < 2.000$

De Transición para $2.000 \leq R_e \leq 4.000$

Turbulento para $R_e > 4.000$

En este caso el régimen de flujo corresponde al de transición.

Ejemplo 3.7

El caudal de agua que circula por una sección de tubería con una expansión gradual (figura 39) es de $0,37 \text{ m}^3/\text{s}$. La expansión es de un diámetro en A de 30 cm a un diámetro en B de 60 cm. Se colocó un manómetro de carátula en A y se midió una presión que en metros de columna de agua equivale a 6,6 m. Despreciando las pérdidas entre A y B, determinar la cabeza estática en B (altura de presión) y dibujar la línea piezométrica entre los dos puntos. El punto A se encuentra a una cota topográfica de 5,0 m y el B a una cota de 8 m.

Figura 39. Sección de tubería del ejemplo 3.7



Fuente: elaboración propia

Para determinar la altura de presión en B se debe plantear la ecuación de energía entre A y B :

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g}$$

Se evalúan cada uno de los términos de la ecuación:

$$Z_A = 5,0 \text{ m}$$

$$Z_B = 8,0 \text{ m}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = 6,6 \text{ m}$$

Para determinar la altura cinética en A y B se debe conocer la velocidad del flujo en cada uno de estos puntos, para lo que se emplea la ecuación de continuidad.

$$Q_A = Q_B \text{ de donde se tiene que } v_A \times A_A = v_B \times A_B$$

$$Q_A = v_A \times A_A = 0,37 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = v_A \times \left(\left(\frac{\pi}{4} \right) \times (0,3)^2 \right)$$

$$v_A = \frac{Q_A}{A_A} = 5,23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q_B = v_B \times A_B = 0,37 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = v_B \times \left(\left(\frac{\pi}{4} \right) \times (0,6)^2 \right)$$

$$v_B = \frac{Q_B}{A_B} = 1,31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{v_A^2}{2g} = \frac{\left(5,23 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{(2 \times 9,81)} = 1,39 \text{ m}$$

$$\frac{v_B^2}{2g} = \frac{\left(1,31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{(2 \times 9,81)} = 0,09 \text{ m}$$

Se despeja de la ecuación de energía entre A y B la altura de presión en B:

$$\frac{P_B}{\gamma} = Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} - Z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 5,0 + 6,6 + 1,39 - 8,0 - 0,09 = 4,9 \text{ m}$$

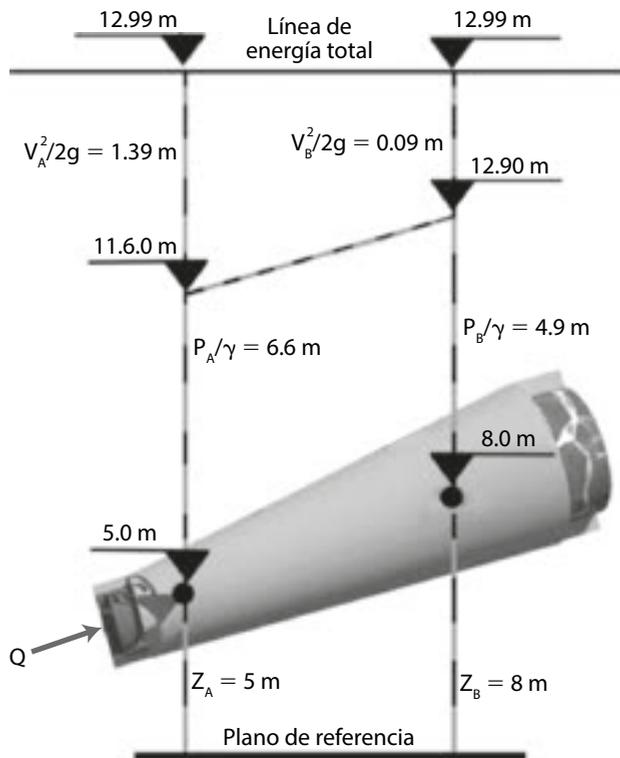
Para determinar la cota piezométrica en A y B se suma a la cota topográfica de cada punto su respectiva altura de presión:

Cota piezométrica en A = $5,0 + 6,6 = 11,6 \text{ m}$

Cota piezométrica en B = $8,0 + 4,9 = 12,9 \text{ m}$

En la figura 40 se pueden apreciar los resultados:

Figura 40. Línea piezométrica y de energía total ejemplo 3.3

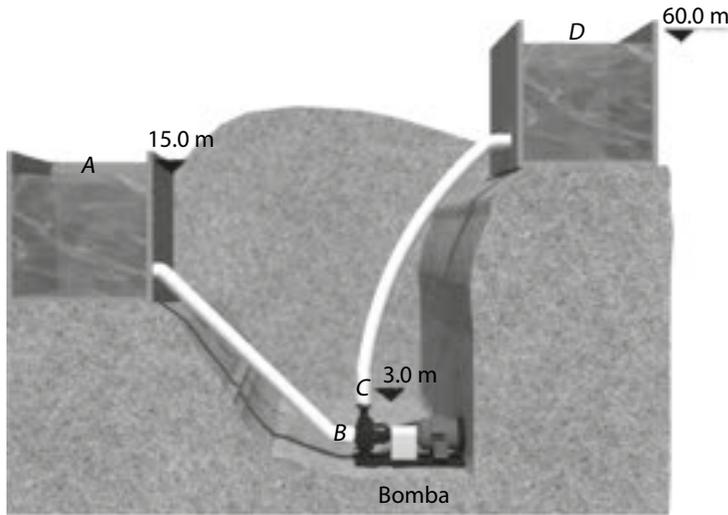


Fuente: elaboración propia

En este caso no aparece la línea del gradiente de energía porque se están despreciando las pérdidas.

Ejemplo 3.8

Se requiere bombear un caudal de agua de 160 lps desde un tanque en que la superficie del agua está a una elevación de 15 m hasta un tanque en el que la superficie del agua debe estar a una elevación de 60 m (figura 41). Si se supone que las pérdidas entre el tanque A y la bomba son de 2,5 m y entre la bomba y el tanque B hay 6,5 m, determinar la potencia requerida de la bomba en caballos de fuerza (*hp*). La elevación a la cual está la bomba es de 3,0 m.

Figura 41. Sistema de bombeo del ejemplo 3.8

Fuente: elaboración propia

Se plantea la ecuación de energía entre los puntos A (en la superficie del agua del primer tanque) y el punto B (en la superficie del agua del segundo tanque):

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} - h_{FA-D} - H_B = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g}$$

Se deben determinar cada uno de los términos de la ecuación de energía:

$$Z_A = 15,0 \text{ m}$$

$$Z_D = 60,0 \text{ m}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_D}{\gamma} = 0$$

Las alturas de presión en los puntos A y D es cero porque están expuestos a la atmósfera con esto, las presiones manométricas en estos puntos es nula:

$$\frac{v_A^2}{2g} = \frac{v_D^2}{2g} = 0$$

La altura de carga debida a la energía cinética en A y D es cero porque se supone que las superficies de los líquidos presentan velocidades tan bajas que pueden despreciarse. Es decir, en cada tanque se mantiene más o menos constante el nivel del agua:

$$h_{JA-D} = 2,50 \text{ m} + 6,5 \text{ m} = 9,0 \text{ m}$$

H_B = altura dinámica de la bomba, se toma como energía adicionada al líquido.

$$H_B = (Z_D - Z_A) + \left(\frac{P_D}{\gamma} - \frac{P_A}{\gamma} \right) = \left(\frac{v_D^2}{2g} - \frac{v_A^2}{2g} \right) - h_{JA-D}$$

$$H_B = (60 - 15) + (0 - 0) + (0 - 0) + 9.0$$

$$H_B = 54.0 \text{ m} = 54.0 \text{ N} \times \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

La potencia teórica suministrada por la bomba está dada por la expresión Potencia = $\gamma \times Q \times H_B$, remplazando se tiene:

$$\text{Potencia} = 1.000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \times 0,160 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 54 \text{ N} \times \frac{\text{m}}{\text{N}} = 8.640 \text{ kgf} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para pasar este valor de potencia a caballos de fuerza se tiene en cuenta que $75 \text{ kgf} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}$ equivalen a 0,986 caballos de fuerza (hp). Aplicando una regla de 3 simple se tiene:

$$8.640 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}} * \frac{0,986 \text{ hp}}{75 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}}} = 113,59 \text{ hp}$$

La potencia requerida por la motobomba para impulsar el caudal de agua establecido desde el tanque A al tanque D debe ser de 113,59 hp .

3.8 Recapitulación

La hidrodinámica se encarga del estudio del comportamiento de los fluidos en movimiento (para el caso que abarca este libro del movimiento de los líquidos).

Cuando un fluido se mueve por un conducto, ya sea a presión o a flujo libre (como es el caso de un canal), el flujo puede presentar diferentes comportamientos o características. Debido a lo anterior se puede clasificar como permanente o no; uniforme o no; bidimensional, unidimensional, laminar, turbulento, rotacional o irrotacional.

El flujo volumétrico o caudal está definido por el volumen de líquido que se mueve por un conducto en la unidad de tiempo y se puede estimar realizando un procedimiento de aforo, para esto se puede tomar un volumen en un tiempo determinado del líquido que se mueve por el conducto ($Q = \text{volumen} / \text{tiempo}$) o

calcular la velocidad a la que se mueve este líquido por el conducto y multiplicarlo por el área transversal del líquido en el conducto ($Q = v \times A$).

Cuando un fluido es transportado de un punto a otro en un conducto este posee una energía determinada que está compuesta por energía potencial (carga de altura), energía cinética (carga de velocidad) y energía de presión (carga de presión). Dicha energía se ve reducida a medida que se da el movimiento debido a las pérdidas que se presentan por fricción. Estos valores de energía se expresan como altura de carga.

La cota piezométrica en cualquier punto de la conducción está determinada por la suma de la cota topográfica (carga de energía potencial) y la altura de presión o cabeza estática (carga de energía de presión). Esta cota nos representa la altura que alcanzaría el líquido en cualquier punto en la conducción cuando el líquido no está en movimiento.

3.9 Ejercicios unidad 3

Ejercicio 3.1

Especifique cuál es el campo de estudio de la hidrodinámica.

Ejercicio 3.2

¿El flujo a través de un tramo de canal en el que se produce un cambio gradual en la sección transversal se puede considerar uniforme? ¿Por qué?

Ejercicio 3.3

¿El flujo en una tubería larga de una línea de conducción a la que se le extrae caudal en diferentes puntos se puede considerar uniforme y permanente? (sí / no) ¿Por qué?

Ejercicio 3.4

Seleccionar el caso para el que la condición de flujo es uniforme y permanente:

- El flujo a través de un tubo que se expande y fluye con caudal constante.
- Un flujo cuyo caudal se incrementa constantemente a través de una tubería.
- Un flujo con caudal decreciente constantemente a través de una tubería que se reduce.
- Caudal constante a través de una tubería larga y recta.

Ejercicio 3.5

¿Cuál es la velocidad media en una tubería de 15,24 cm de diámetro, si el caudal de agua transportado es de 3.785 m³ al día?

Ejercicio 3.6

Una tubería de 15 cm de diámetro transporta 81,3 l/s. La tubería se ramifica en otras dos, una de 5 cm y la otra de 10 cm de diámetro. Si la velocidad en la tubería de 5 cm es de 12.2 m/s, ¿cuál es la velocidad en la tubería de 10 cm?

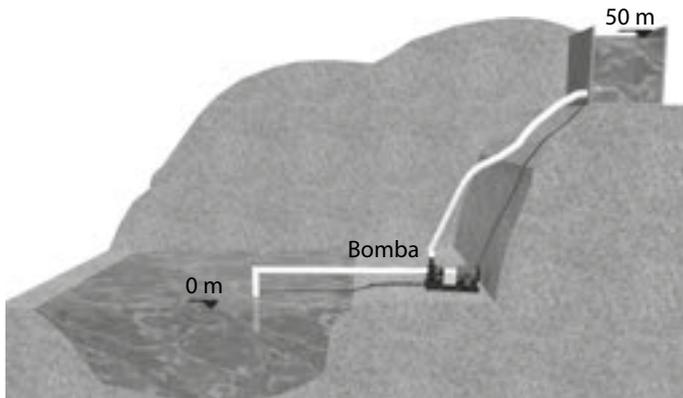
Ejercicio 3.7

Una tubería de 10 cm de diámetro transporta un caudal de agua de 15 l/s. Si en un punto de la tubería se mide una presión manométrica de 12 kPa y este se encuentra a 1,89 m por encima del plano de referencia, determinar la energía del fluido en este punto (despreciando las pérdidas).

Ejercicio 3.8

Se requiere bombear un caudal de agua de 7 l/s desde un embalse hasta un tanque que se encuentra en una elevación por encima del embalse de 50 m (figura 42). Si se utiliza una tubería de 4" para el bombeo y se estima que las pérdidas en toda la conducción son de 10 m, determinar la potencia de la bomba necesaria para que se pueda realizar lo anterior.

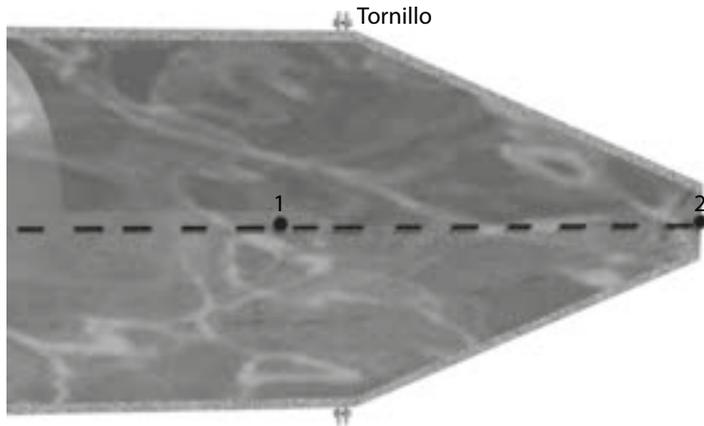
Figura 42. Esquema sistema de bombeo del ejercicio 3.8



Fuente: elaboración propia

Ejercicio 3.9

Para el sistema mostrado en la figura 43 determinar la fuerza ejercida por el fluido en cada tornillo. La presión medida en el punto 1 de la tubería es de 400 psi, el diámetro en 1 es de 6 pulgadas, el diámetro en 2 es de 1 pulgada y la velocidad en 2 es de 20 m/s. Se tienen 10 tornillos en el acople.

Figura 43. Sistema del ejercicio 3.9

Fuente: elaboración propia

Ejercicio 3.10

Para el canal mostrado en la figura 44 las pérdidas entre la sección 1 y 2 del flujo son de $0,3 \frac{N \times m}{N}$. La sección del canal es rectangular con ancho $b = 3$ m en 1 y ancho $b = 2$ m en 2. Las condiciones de flujo son las mostradas. Determinar la altura del agua en el canal en la sección 1.

Figura 44. Esquema canal del ejercicio 3.10

Fuente: elaboración propia

CAPÍTULO 4

ORIFICIOS Y VERTEDEROS

Objetivos generales

Establecer la medida de caudal empleando orificios y vertederos.

Objetivos específicos

- Conocer los métodos de cálculo de caudales cuando se utilizan orificios y el procedimiento de diseño de estos.
- Estimar el tiempo de vaciado de un tanque a través de un orificio.
- Conocer los diferentes tipos de vertederos y las expresiones utilizados para medir el caudal.
- Conocer los procedimientos de cálculo para el diseño de vertederos.
- Identificar diferentes equipos utilizados para la medida de la velocidad de un flujo y el caudal.

4.1 Introducción

En la unidad 3 se planteó el concepto del flujo volumétrico o caudal y se establecieron algunas formas de estimarlo, entre ellas el uso de métodos volumétricos (medir una cantidad de líquido que lleva el flujo en un tiempo determinado), métodos de área-velocidad (en el que se estima la velocidad del flujo con algún dispositivo para tal fin, como el molinete, y se calcula el área de la sección transversal por donde pasa el flujo. El caudal está dado como $v \times A$. Otro método es de la medición directa del caudal, ya sea con equipos que determinan su valor o dispositivos que por medio de una ecuación permiten calcular el caudal tal como los orificios y vertederos.

En esta unidad se estudiarán más detenidamente dos dispositivos utilizados para medir caudal directo, a saber, los orificios y vertederos. Para cada caso se establecerán las ecuaciones para obtener el caudal.

4.2 Definición

Los orificios son dispositivos que mediante una medida única permiten conocer el caudal o la cantidad de líquido que pasa por una sección transversal dada.



¡Para tener en cuenta!

Los orificios pueden utilizarse para medir el caudal de salida desde un depósito a través de una tubería, para derivar un caudal determinado para su uso en un sistema de riego o en un tanque para realizar su vaciado (en caso de mantenimiento) en un tiempo determinado.

El orificio consiste en una abertura generalmente redondeada a través de la que fluye el líquido, estos para el caso de un embalse o un tanque se pueden localizar en el fondo o en la pared.

Los vertederos son uno de los medidores de caudal más empleados. Un vertedero es una obstrucción que se coloca en un canal que hace que el líquido se represe detrás de él y fluya sobre este. Pueden ser estructuras de madera, metal u hormigón con una abertura de dimensiones conocidas hecha en su borde superior. Si son placas con perfil en cualquier forma se les llama vertederos de cresta delgada, si son gruesas (como los muros) se les llama de pared gruesa. Los primeros se emplean en bajos caudales y los segundos como estructuras de control o de excedencias en una presa y también de aforo en canales grandes.

Algunas consideraciones que se deben tener en cuenta para su correcta operación son:

- La distancia entre el fondo del canal y la cresta debe ser por lo menos dos veces la carga sobre el vertedero.
- La unión entre el vertedero y el canal debe ser impermeable.
- Tanto la cresta como el canal aguas arriba deben mantenerse limpios.
- El vertedero debe estar localizado en una sección recta, con poca pendiente.
- El vertedero debe ser seleccionado teniendo en cuenta que el rango de caudales a medir, se encuentre dentro del correspondiente rango de flujos del vertedero.


¡Para tener en cuenta!

Los vertederos son muy utilizados para medidas de caudal y para derivar un caudal determinado en un conducto abierto (canal). Su utilización se da en sistemas de riego para derivar caudales a cada parcela, en plantas de tratamiento de agua para medir caudales, derivarlos o control de excesos en el canal de aducción (estructura empleada en plantas de tratamiento para llevar el agua desde la bocatoma hasta el desarenador).

4.3 Tipos de orificios

4.3.1 Orificios de pared gruesa

Se presenta cuando la pared en el contorno del orificio no tiene aristas afiladas. La velocidad de salida del líquido por el orificio se determina con la ecuación 35:

$$v = C_v \times \sqrt{2gH} \quad \text{Ecuación 35}$$

Donde la velocidad está en m/s, H es la altura de líquido desde la superficie de este hasta el eje del orificio en metros, g es el valor de la aceleración debida a la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$) y C_v es un coeficiente que tiene en cuenta las pérdidas, reflejadas como reducción de velocidad, que se presentan por la fricción del líquido con las paredes del orificio. El coeficiente C_v se conoce como coeficiente de velocidad.


¡Para recordar!

El caudal que sale por un orificio de pared gruesa o de borde redondeado está dado por la ecuación 36:

$$Q = A \times C_v \times C_c \times \sqrt{2gH} \quad \text{Ecuación 36}$$

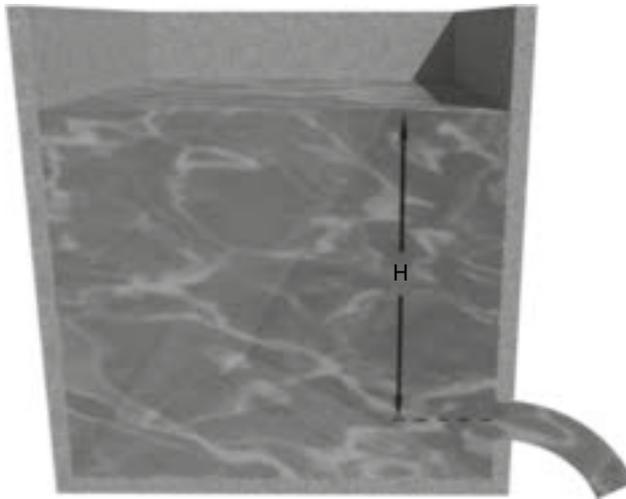
Donde A es el área del orificio en m^2 y el caudal esta dado en m^3/s . C_c coeficiente de contracción = 1,0 y el producto de $C_c \times C_v$ se conoce como el coeficiente de descarga C_d que toma valores desde 0,6 hasta 0,82 según la relación del espesor de la pared o tubo corto de salida (e) y el diámetro del orificio (D) (tabla 10).

Tabla 10. Coeficientes de descarga para diferentes tipos de orificios de pared gruesa

e/D	$\leq 0,5$	1	1,5	2,0	2,5	3	5
C_d	0,6	0,75	0,78	0,79	0,80	0,82	0,79
e/D	12	25	36	50	60	75	100
C_d	0,77	0,71	0,68	0,64	0,60	0,59	0,55

Fuente: Sotelo (1998, p. 221).

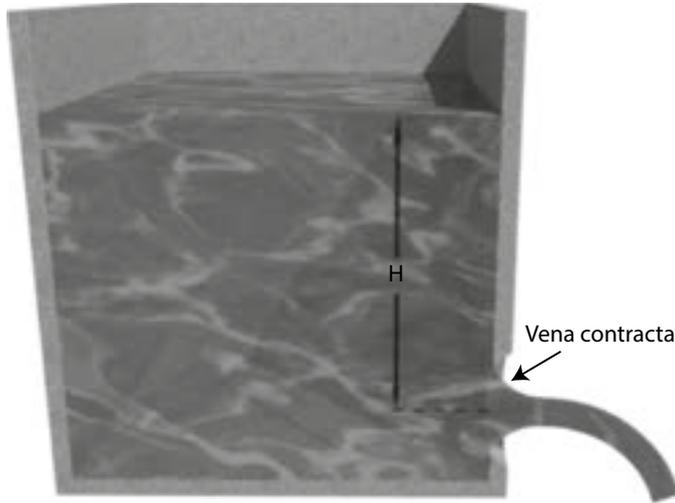
En la figura 45 se puede apreciar un orificio en la parte inferior de un tanque y la distancia H utilizada en la expresión para el caudal.

Figura 45. Orificio de pared gruesa o de borde redondeado

Fuente: elaboración propia

4.3.2 Orificios de pared delgada o borde cortante

Estos corresponden a los orificios cuyos bordes son agudos o cortantes, como se muestra en la figura 46:

Figura 46. Orificio de pared delgada

Fuente: elaboración propia

En este caso, el chorro a la salida presenta una depresión o disminución en el diámetro. Debido a lo anterior en la expresión para el cálculo del caudal no solo se corrige la velocidad, sino también el área del orificio (esto porque el área del chorro será menor que el área del orificio) por medio del uso de un segundo coeficiente denominado *coeficiente de contracción* (C_c), que puede tomar un valor medio de 0,6. En la expresión del caudal los dos coeficientes se agrupan en uno solo (C_d) denominado *coeficiente de descarga*; luego $C_d = C_v \times C_c$.

¡Para recordar!

El caudal que sale por un orificio de pared delgada o de borde cortante está dado por la ecuación 36: $Q = A \times C_c \times C_v \sqrt{2 gH}$.

Donde A es el área del orificio en m^2 y el caudal está dado en m^3/s . Con $C_c \times C_v = C_d$ (coeficiente de gasto) (tabla 11).

Tabla 11. Coeficientes de descarga (gasto) para diferentes tipos de orificios de pared delgada con borde cortante

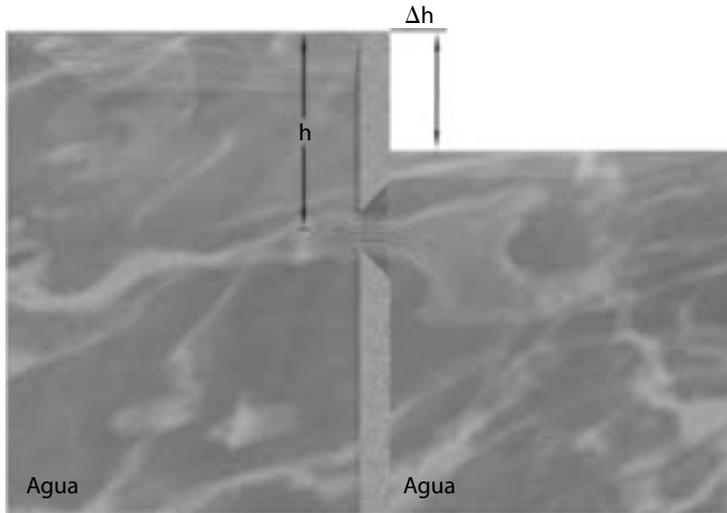
C_v	1	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95
C_c	0,586	0,60	0,615	0,631	0,647	0,664
C_d	0,586	0,594	0,603	0,612	0,621	0,631

Fuente: Sotelo (1998, p. 207).

4.3.3 Orificio sumergido

El orificio es sumergido cuando el nivel del líquido en el canal de salida o recipiente inferior está por encima de la arista o borde superior del orificio. En la figura 47 se puede apreciar el funcionamiento de un orificio sumergido:

Figura 47. Orificio sumergido



Fuente: elaboración propia

¡Para recordar!

El caudal que sale por un orificio sumergido de pared delgada o de borde cortante está dado por la ecuación 37:

$$Q = A \times C_c \times C_v \times \sqrt{2 \times g \times \Delta h}$$

Ecuación 37

Donde A es el área del orificio en m^2 y el caudal está dado en m^3/s . Con $C_c \times C_v = C_d$ (coeficiente de gasto) y Δh es la diferencia entre el nivel en el tanque 1 y el nivel del agua en el tanque 2.

4.4 Tipos de vertederos

4.4.1 Vertederos de pared delgada

Estos vertederos se construyen a partir de una lámina de metal u otro material, de tal manera que el chorro o napa salta libre o separado del vertedero cuando se despega de este. Entre estos vertederos se tienen el vertedero rectangular, triangular y trapecoidal o Cipolletti.

4.4.1.1 Vertedero rectangular

Los vertederos rectangulares son unos de los dispositivos para medida de caudales más empleados. Se pueden utilizar dos tipos de vertederos rectangulares: uno sin contracción y el otro con contracción.

¡Para recordar!

Para vertedero rectangular sin contracción y con la cresta del vertedero afilada se tiene la ecuación 38:

$$Q = 1,84 \times L \times H^{3/2}$$

Ecuación 38

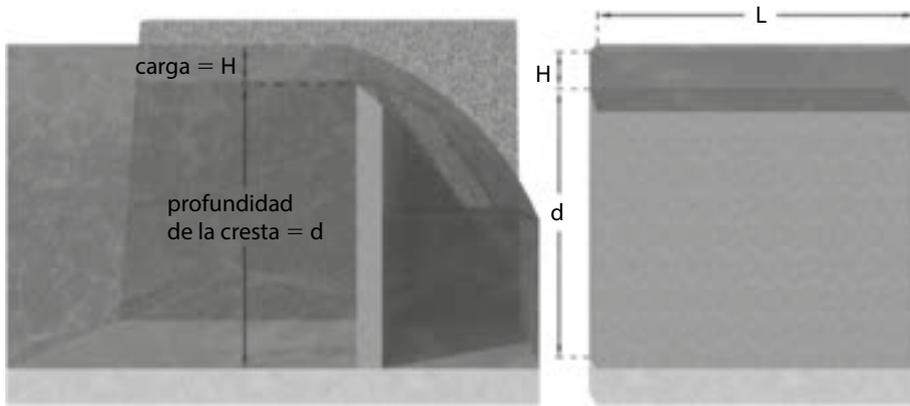
Donde:

Q = caudal en m^3/s

L = ancho de la cresta del vertedero en metros, es igual al ancho del canal

H = carga sobre el vertedero en metros

Las dimensiones anteriores se aprecian en la figura 48:

Figura 48. Vertedero rectangular de pared delgada

Fuente: elaboración propia

¡Para recordar!

Para vertedero rectangular con contracción y con la cresta del vertedero afilada se tiene la ecuación 39 para el caudal:

$$Q = 1,84 \times (b - 0,2 \times H) \times H^{3/2}$$

Ecuación 39

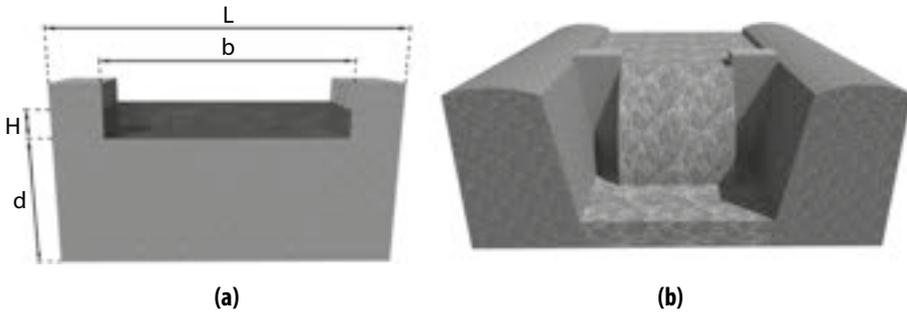
Donde:

Q = caudal en m^3/s

b = ancho de la cresta en el vertedero en metros

H = carga sobre el vertedero en metros, debe medirse en un punto situado a no menos de $4H$ = aguas arriba del vertedero

Las dimensiones anteriores se aprecian en las figuras 49 (a) y 49 (b).

Figura 49. Vertedero rectangular con contracción

Fuente: elaboración propia

4.4.1.2 Vertedero triangular

Este tipo de vertederos se utiliza frecuentemente cuando se manejan caudales pequeños, por ejemplo, cuando se desea derivar un determinado caudal para varios usuarios a la salida de un tanque de distribución (figura 50).

¡Para recordar!

La expresión para determinar el caudal en un vertedero triangular está dada por la ecuación 40:

$$Q = \frac{8}{15} \times C_d \times \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \sqrt{2 \times g} \times H^{5/2} \quad \text{Ecuación 40}$$

Donde:

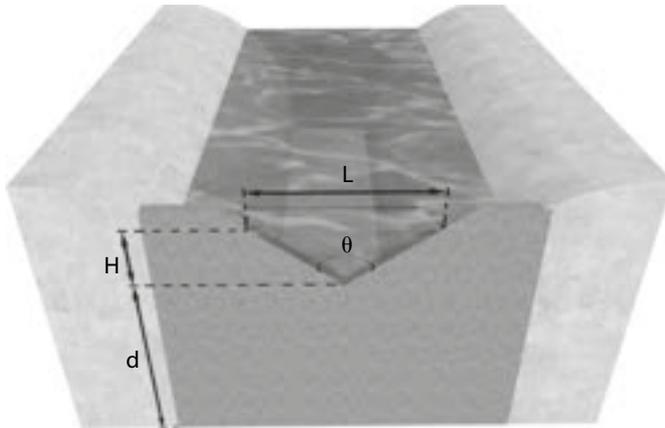
Q = caudal en m^3/s

C_d = coeficiente de gasto para considerar el efecto de contracción de la lámina de agua

H = altura de la lámina de agua sobre el vertedero en m, si se mide aguas arriba del vertedero a una distancia adecuada, se puede reducir el efecto de la contracción de la lámina de agua

θ = Ángulo de la ranura (puede variar entre 15° y 120°)

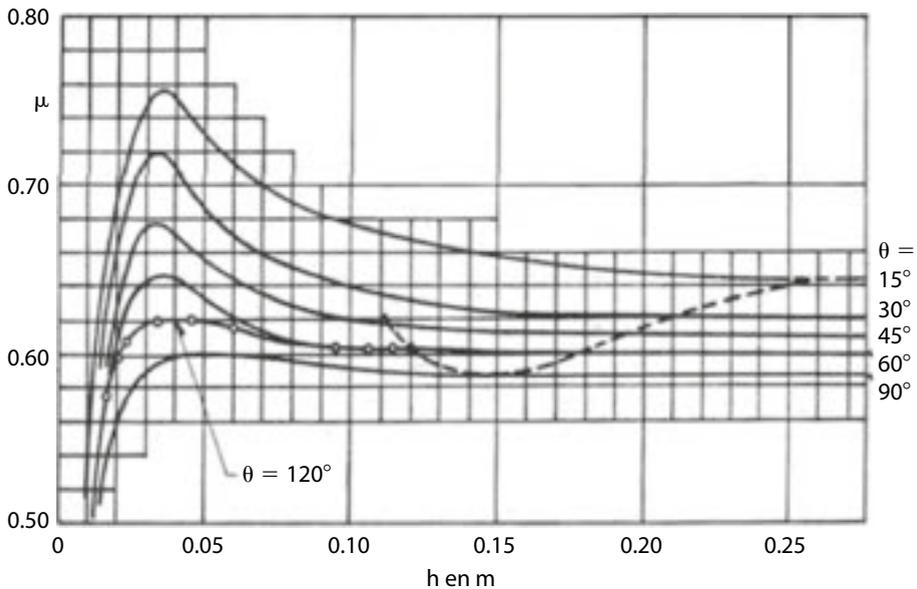
Figura 50. Vertedero triangular



Fuente: elaboración propia

El valor del coeficiente C_d se determina con la figura 51, en la que se ingresa con el valor de H en m y se correlaciona con el ángulo θ de la ranura.

Figura 51. Coeficiente de gasto C_d de vertederos triangulares



Fuente: Domínguez (1959).

¡Para recordar!

Para el caso en que la ranura del vertedero triangular es a 90° , entonces la ecuación para el caudal corresponde a la ecuación 41:

$$Q = 1,38 \times H^{5/2} \qquad \text{Ecuación 41}$$

Donde Q es el caudal en m^3/s y H es la altura en m de la lámina de agua sobre la ranura medida aguas arriba del vertedero.

Se puede apreciar en la expresión anterior que, al estar elevada la carga h al exponente $5/2$, resulta muy sensible al caudal, es decir que ligeros cambios de H implican relativamente importantes variaciones del valor del caudal. Esta propiedad los hace de gran utilidad para la medición de caudales con importante exactitud y, además, dispuestos en batería, posibilitan descargas muy homogéneas y con un importante poder regulador, que los hace de gran utilidad en las plantas de tratamiento (salida de sedimentadores como ejemplo) (Farraz, 2005).

4.4.1.3 Vertedero trapezoidal

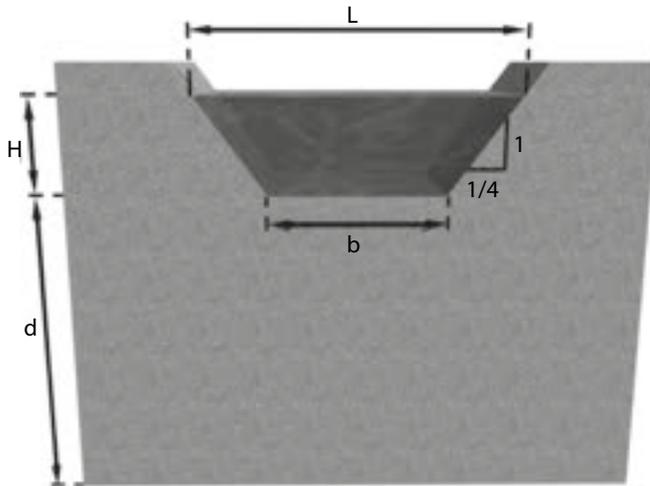
El vertedero trapezoidal es una combinación del vertedero rectangular y el vertedero rectangular y el vertedero triangular.

¡Para recordar!

El caudal que se descarga a través de un vertedero trapezoidal se puede determinar a través de la ecuación 42:

$$Q = 1,861 \times b \times H^{3/2} \qquad \text{Ecuación 42}$$

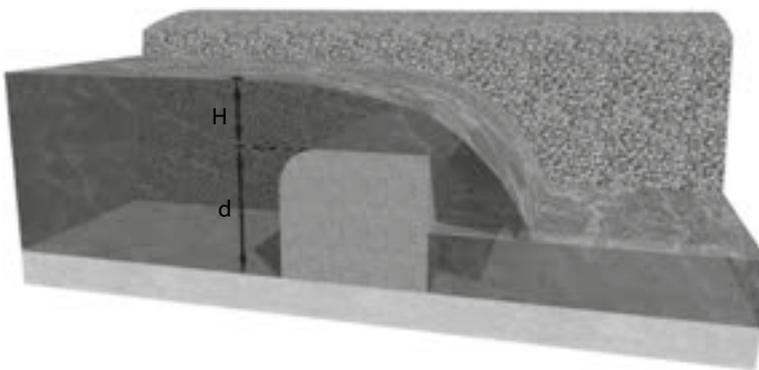
Donde Q está en m^3/s , b y H están en m. En la figura 52 se puede apreciar este tipo de vertedero:

Figura 52. Vertedero trapezoidal

Fuente: elaboración propia

4.4.2 Vertedero de pared gruesa

En forma semejante al caso de los orificios de pared gruesa, si la cresta del vertedero no es una arista afilada el espesor del vertedero es mayor a 0,67 veces H ($e/H > 0,67$), se tiene un vertedero de pared gruesa. En la figura 53 se puede apreciar este tipo de vertedero:

Figura 53. Vertedero rectangular de pared gruesa

Fuente: elaboración propia

El caudal descargado a través de este vertedero cuando el borde inicial (aguas arriba) está bien redondeado se determina por la ecuación 43:

$$Q = 1,67 \times L \times H^{3/2}$$

Ecuación 43

Donde Q está en m^3/s , L es la longitud perpendicular al papel (ancho del canal) en metros y H es la altura de carga sobre el vertedero medida en metros.

4.4.3 Tiempo de vaciado de depósitos por medio de un orificio

Cuando se requiere vaciar un tanque, ya sea para limpieza, reparación o para bajar el nivel en el depósito una distancia dada, la carga H , medida desde la superficie libre del líquido hasta la línea media en el orificio, no permanece constante; por el contrario es variable. Para estimar el tiempo de vaciado se puede utilizar la ecuación 44:

$$t = \frac{2 \times A_T}{C_d \times A_o \times \sqrt{2 \times g}} \times (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \quad \text{Ecuación 44}$$

En la ecuación anterior se tiene que:

t = tiempo de vaciado en segundos.

A_T = área de la sección transversal del depósito en m^2

C_d = coeficiente de gasto.

A_o = área del orificio en m^2

H_1 y H_2 son las profundidades para los niveles iniciales y final de vaciado medidos desde un nivel de referencia que puede ser el fondo del tanque.

4.5 Ejemplos unidad 4

Los siguientes ejemplos permitirán afianzar los conceptos desarrollados en esta unidad y se dividen en dos grupos: los correspondientes a problemas de estimación de caudal y los de diseño de una estructura determinada para derivar o disponer un caudal determinado. Estos problemas se desarrollarán tanto para orificios como para vertederos. El lector debe analizarlos y medir su grado de conocimiento desarrollando los ejercicios de la unidad.

Ejemplo 4.1

Un chorro de fluido que descarga por un orificio de 20 mm de diámetro tiene un diámetro de 17,5 mm en su vena contracta. El coeficiente de contracción es:

- 1,31
- 1,14
- 0,875
- 0,766
- Ninguna de las anteriores.

Para poder escoger la respuesta correcta se requiere estimar la relación entre el diámetro del orificio y el de la vena contracta para el orificio de pared delgada del problema:

$$\text{Área chorro} = C_c \times \text{área orificio}$$

$$C_c = \text{área chorro} / \text{área orificio}$$

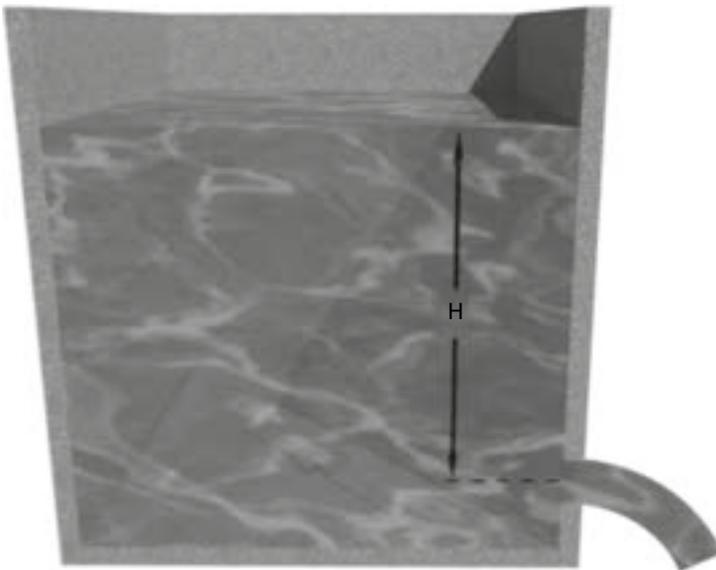
$$C_c = \frac{\frac{\pi}{4}(0,0175)^2}{\frac{\pi}{4}(0,02)^2} = 0,875$$

De acuerdo a lo anterior la respuesta correcta es la c.

Ejemplo 4.2

Se practica un orificio de pared gruesa en una de las paredes de un tanque (figura 54), el diámetro de este orificio es de 0,10 m y la altura que alcanza el agua en el tanque sobre la línea central del orificio es de 2,0 m, entonces ¿qué caudal se está desalojando por el orificio?

Figura 54. Esquema del ejemplo 4.2



Fuente: elaboración propia

Para el caso de un orificio de pared gruesa o borde redondeado la expresión para determinar el caudal que desaloja está dada por:

$$Q = C_v \times A \times \sqrt{2 \times g \times H}$$

$$Q = C_v \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0,1^2 \right) \sqrt{2 \times 9,81 \times 2,0} = C_v \times 0,0492$$

Se debe estimar el coeficiente de velocidad, para este caso se asume un valor de 0,96 que esta entre 0,95 y 0,99.

$$Q = 0,96 \times 0,0492 = 0,047 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ejemplo 4.3

Determinar el diámetro de un orificio de pared delgada que se debe practicar en la pared lateral de un tanque para evacuar de este un volumen de agua de $0,9 \text{ m}^3$ en 32,6 s, bajo una carga de 5 m hasta la línea media del orificio.

Para el caso de un orificio de pared delgada, la expresión para determinar el gasto es: $Q = C_v \times C_c \times A \times \sqrt{2 \times g \times H}$ de esta expresión se puede despejar el área del orificio:

$$A = \frac{Q}{C_v \times C_c \times \sqrt{2 \times g \times H}}$$

De acuerdo con el problema, el caudal a descargar por el orificio es de $0,9 \text{ m}^3/\text{s}$ y el coeficiente de gasto C_d se puede hallar tomando C_v como 0,96 y C_c de 0,6, por tanto, $C_d = 0,576$.

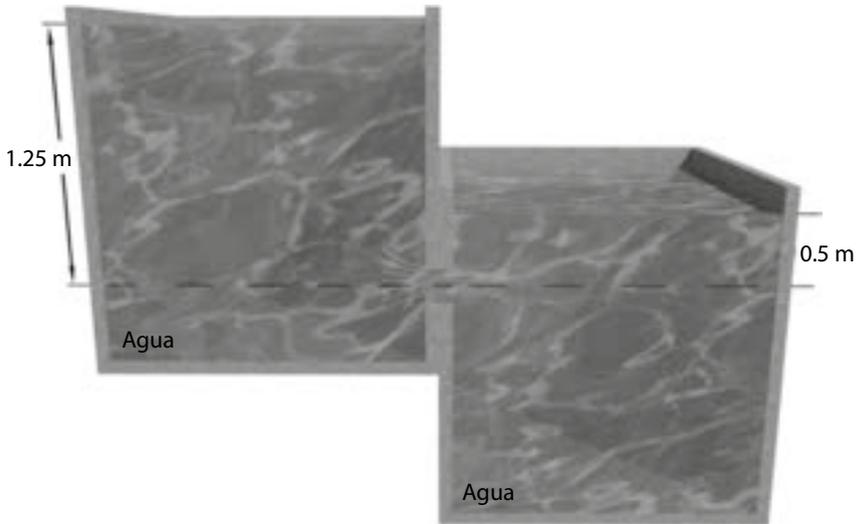
$$A = \frac{0,9}{0,576 \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 5}} = 0,157 \text{ m}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} \times \text{Diámetro}^2$$

$$\text{Diámetro} = \sqrt{\frac{A}{\frac{\pi}{4}}} = 0 \times 447 \text{ m}$$

Ejemplo 4.4

Se desea alimentar con un caudal determinado un tanque (figura 55), para lo que se utiliza el caudal que se descarga de un primer tanque. Los dos tanques están comunicados a través de un orificio de borde redondeado con diámetro 10 cm, como se muestra en la figura 38. Calcular el caudal que se está descargando en el segundo tanque.

Figura 55. Esquema del ejemplo 4.4

Fuente: elaboración propia

En este caso, la descarga a través del orificio está sumergida. Para determinar el caudal que se descarga se utiliza la expresión:

$$Q = C_c \times C_v \times A \times \sqrt{2 \times g \times \Delta h}$$

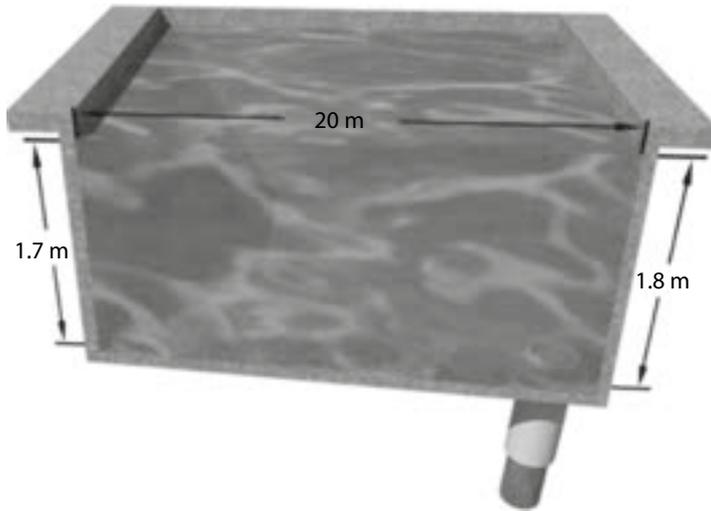
Tomando $C_c = 0,6$; $C_v = 0,96$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$; $\Delta h = (1,25 - 0,5) = 0,75 \text{ m}$; y $A = \pi \times (\text{radio})^2 = \pi \times (0,05 \text{ m})^2 = 0,00785 \text{ m}^2$. Remplazando se obtiene el caudal descargado en el segundo tanque:

$$Q = 0,6 \times 0,96 \times 0,00785 \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,75} = 0,0173 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Ejemplo 4.5

Se desea determinar el diámetro del orificio que se debe dejar en el fondo de un tanque para extraer el volumen de agua en el en un tiempo máximo de 30 minutos (figura 56). El ancho del tanque es de 8 m y el espesor de la placa de fondo es de 15 cm.

Figura 56. Tanque del ejemplo 4.5



Fuente: elaboración propia

Para determinar el diámetro necesario del orificio de pared gruesa se utiliza la expresión para el tiempo de vaciado de un depósito a través de orificios.

$$t = \frac{2 \times A_T}{C_d \times A_o \times \sqrt{2 \times g}} \times (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})$$

Como el vaciado del tanque será total en este caso H_2 es igual a cero. De la expresión anterior se puede despejar el área del orificio A_o :

$$A_o = \frac{2 \times A_T}{C_d \times t \times \sqrt{2 \times g}} \times \sqrt{H_1}$$

Los datos a remplazar en la fórmula son: $A_T = 20 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 160 \text{ m}^2$, $H_1 = 1,8 \text{ m}$, $t = 30 \text{ minutos} = 1.800 \text{ s}$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ y C_d se toma de la tabla 10 para una relación e/D supuesta $< 0,5$ como 0,60. Remplazando se obtiene:

$$A_o = \frac{2 \times 160}{0,6 \times 1.800 \times \sqrt{2 \times 9,81}} \times \sqrt{1,8} = 0,0897 \text{ m}^2$$

$$A_o = \pi \times (\text{radio})^2 = \frac{1}{4} \pi \times (\text{Diámetro})^2$$

$$\text{Diámetro} = \sqrt{\frac{4 \times A_o}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 0,0718}{\pi}} = 0,34 \text{ m} = 34 \text{ cm}$$

Ejemplo 4.6

Para medir el caudal que circula por un canal se ha dispuesto un vertedero rectangular de pared delgada sin contracciones. El ancho del canal es de 2,0 m y la altura del agua sobre la cresta del vertedero medido aguas arriba de este es de 0,42 m. La cresta del vertedero se encuentra a 0,8 m del piso del canal.

Para determinar el caudal se utiliza la expresión para un vertedero rectangular sin contracciones:

$$Q = 1,84 \times L \times H^{3/2}$$

$$Q = 1,84 \times 2,0 \times (0,42)^{1,5} = 10 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Ejemplo 4.7

Se desea derivar un caudal de 2 l/s para una parcela desde el canal principal en un sistema de riego. La altura del flujo en el canal principal es de 0,65 m. Se utiliza para realizar la derivación un vertedero triangular con ranura a 90°. Diseñar el vertedero.

Dado que se utiliza un vertedero triangular con ranura a 90° se utiliza la expresión para este caso: $Q = 1,38 \times H^{5/2}$ de donde se puede despejar la altura de la cresta sobre el vertedero.

$$H = \left[\frac{Q}{1,38} \right]^{2/5} = \left[\frac{0,002 \text{ m}^3/\text{s}}{1,38} \right]^{2/5} = 0,073 \text{ m} = 7,3 \text{ cm}$$

Como la altura del agua en el canal principal es de 0,65 m = 65 cm, la altura medida desde el piso del canal principal a la que debe quedar el extremo inferior de la ranura es $d = 0,65 - 0,073 = 0,577 \text{ m} = 57,7 \text{ cm}$. El ancho del vertedero puede se puede tomar de 0,6 cm.

Ejemplo 4.8

En un canal con un ancho de 2 m que transporta un caudal de 0,3 m³/s a una velocidad de 0,2 m/s, se coloca un vertedero trapezoidal que tiene una longitud de 1,2 m. Determinar la altura a la que se debe colocar el vertedero en el canal.

En este caso se desea diseñar el vertedero para las condiciones especificadas en el canal. Utilizando la expresión para el caudal en este tipo de vertederos se tiene:

$$Q = 1,861 \times b \times H^{3/2}$$

$$H = \left[\frac{Q}{1,861 \times (1,2)} \right]^{2/3} = \left[\frac{0,3}{1,861} \right]^{2/3} = 0,26 \text{ cm}$$

Como $Q = v \times A$, se puede calcular la profundidad de flujo en el canal aguas arriba del vertedero. Para ello se despeja el área $A = Q/v = 0,3/0,2 = 1,5 \text{ m}^2$. El área transversal del flujo en un canal se calcula como el ancho del canal por la altura del flujo $A = B \times y$, de donde $y = A/B = 1,5/2 = 0,75 \text{ m}$.

La altura a la que queda la cresta del vertedero respecto al fondo del canal es $d = 0,75 - 0,26 = 0,49 \text{ m}$.

Ejemplo 4.9

En un canal de derivación de un distrito de riego se instala un vertedero rectangular con contracciones construido con una lámina de acero. El ancho de la cresta del vertedero es de 0,6 m. La altura de la lámina de agua sobre el vertedero se ha medido a 40 cm aguas arriba de este y tiene un valor de 0,15 m. Determinar el caudal en m^3/s y en l/s que se está suministrando a usuario del distrito de riego.

Se debe utilizar la ecuación 39 para determinar el caudal que escurre por el vertedero.

$$Q = 1,84 \times (b - 0,2 \times H) \times H^{3/2}$$

Los datos a remplazar en la ecuación son los siguientes:

$$b = 0,60 \text{ m}$$

$$H = 0,15 \text{ m}$$

$$Q = 1,84 \times (0,6 - 0,2 \times 0,15) \times 0,15^{3/2}$$

$$Q = 0,061 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Para expresar el caudal en unidades de l/s se utilizan factores de conversión:

$$0,061 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1.000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} = 61 \text{ l/s}$$

El caudal que se suministra al usuario del distrito de riego es de $0,061 \text{ m}^3/\text{s}$ o 61 l/s .

Ejemplo 4.10

Se desea proyectar un sistema de abastecimiento de agua para un centro poblado cuya población futura se proyecta en 8.500 habitantes. Se considera un consumo promedio de los hogares de 200 litros/habitante-día y se estima que este valor se pueda aumentar en un 20 % en temporadas de mayor consumo. Para el abastecimiento del centro poblado se utilizará como fuente de suministro una quebrada cercana al poblado. Para realizar el aforo de la quebrada se buscó un sitio en el que el ancho de esta fuera de 2 m y se instaló un vertedero rectangular de cresta delgada con ancho

de 1,2 m. A una distancia aguas arriba se midió el nivel de la lámina de agua sobre el vertedero, obteniéndose un valor de 16 cm. Se requiere estimar si la fuente de suministro es suficiente para abastecer la demanda de la población.

Se determina inicialmente el caudal que fluye por la quebrada con los datos obtenidos del aforo, para ello se utiliza la fórmula de un vertedero rectangular con contracciones.

$$Q = 1,84 \times (b - 0,2 \times H) \times H^{3/2}$$

Los datos a remplazar en la ecuación son los siguientes:

$$b = 1,2 \text{ m}$$

$$H = 0,16 \text{ m}$$

$$Q = 1,84 \times (1,2 - 0,2 \times 0,16) \times 0,16^{3/2}$$

$$Q = 0,138 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Para expresar el caudal en unidades de l/s se utilizan factores de conversión:

$$0,138 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1.000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} = 138 \text{ l/s}$$

El caudal disponible en la fuente de abastecimiento es de 0,138 m³/s o 138 l/s.

Se debe estimar ahora el caudal que representará el consumo de los habitantes proyectados y en la condición de mayor consumo:

$$\text{Consumo habitantes} = 8.500 \text{ hab} \times 200 \frac{\text{hab}}{\text{día}} \times \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ horas}} \times \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 19,68 \text{ l/s}$$

Para la condición de mayor consumo se tiene un incremento del 20 % que equivale a multiplicar por 1,2 el consumo normal:

$$\text{Consumo} = 19,68 \frac{\text{l}}{\text{s}} \times 1,2 = 23,61 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

De acuerdo con los resultados del aforo realizado y la estimación del consumo que tendrá la población futura, se determina que la fuente de suministro tiene un caudal suficiente para abastecer la demanda, dado que el caudal disponible en la quebrada es de 138 l/s y la demanda estimada es de 23,61 l/s.

4.6 Recapitulación

Los orificios y vertederos son dispositivos que nos permiten determinar el gasto o caudal. Los orificios permiten estimar el caudal que se descarga de un tanque, ya sea a otro tanque o a un canal. Los vertederos permiten estimar el caudal que fluye por un canal. Además, se pueden emplear estos dispositivos para regular o derivar un determinado flujo desde un tanque o un canal.

Los orificios se clasifican en dos grupos: los de borde redondo y los de borde en chaflán. En los primeros, la velocidad de salida del líquido por el orificio se estima por la fórmula de Torricelli $v = \sqrt{2 \times g \times h}$, pero esta es afectada por un coeficiente de velocidad C_v (que permite tener en cuenta las pérdidas que se producen por fricción a la salida por el orificio) y el caudal se determina como $Q = C_v \times A \times \sqrt{2 \times g \times h}$. Para el caso de los orificios de borde cortante el chorro a la salida experimenta una reducción en su diámetro y se forma lo que se denomina *la vena contracta*; por ello, el área también se debe afectar por un coeficiente, en este caso por un coeficiente de contracción (C_c). Para determinar el caudal se aplica la expresión. $Q = C_c \times C_v \times A \times \sqrt{2 \times g \times h}$ Donde g es el valor de la aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$), h es la altura del líquido sobre la línea media del orificio; C_c y C_v son coeficientes que conforman el coeficiente de descarga $C_d = C_c \times C_v$.

En el caso de los vertederos estos se clasifican en los de cresta delgada (que se pueden fabricar en acero o en madera) y los de cresta ancha. De los vertederos de cresta delgada los más utilizados son:

Los vertederos rectangulares en los que el caudal se estima con la siguiente ecuación:

$$Q = 1,84 \times L \times H^{3/2}$$

El vertedero triangular en el que el caudal se calcula como:

$$Q = \frac{8}{15} \times C_d \times \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \sqrt{2 \times g} \times H^{5/2}$$

Para el caso de $\theta = 90^\circ$ la expresión se reduce a $Q = 1,38 \times H^{5/2}$.

El vertedero trapezoidal, el caudal que fluye por él, se estima con la expresión:

$$Q = 1,861 \times b \times H^{5/2}$$

Cuando se requiere estimar el tiempo que tardara en descender el nivel de agua en un tanque, desde una altura 1 hasta una altura 2, medidas desde el fondo del tanque se utiliza la expresión $T = \frac{2 \times A_r}{C_d \times A_o \times \sqrt{2 \times g}} \times (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})$; esta expresión también se puede utilizar para diseñar el tamaño del orificio que se requiere para vaciar un tanque con un volumen dado en un tiempo definido.

4.7 Ejercicios unidad 4

Ejercicio 4.1

Una línea de conducción alimenta un tanque con un caudal de 7 litros por segundo. El tanque se desagua por el fondo a través de un orificio de borde cortante. Si la altura del agua en el tanque es de 2,5 m, determine el diámetro del orificio que evite el rebose del tanque.

Ejercicio 4.2

Un orificio de borde redondeado con diámetro de 100 mm descarga 1,8 m³ de agua, en 82,2 segundos bajo una cabeza de 0,8 m. Determinar el coeficiente de descarga del orificio.

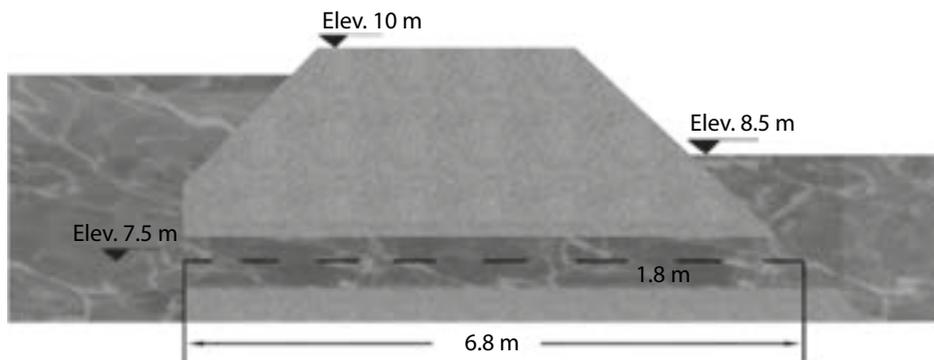
Ejercicio 4.3

Determinar el caudal que se descarga por un orificio de borde redondeado con diámetro de 75 mm ($C_d = 0,85$) desde un tanque, donde la altura del agua alcanza 2 m sobre la línea media del orificio, hasta otro tanque en el que el agua alcanza una altura de 1 m por encima de la línea media del orificio. Dado que se debe suponer que el nivel del agua en los dos tanques no varía, ¿cómo se puede lograr esto?

Ejercicio 4.4

La estructura de desagüe (figura 57) consta de dos tubos de concreto pulido de 0,9 m de diámetro y debe conducir un caudal total de 4 m³/s de un lado a otro en un terraplén. Determinar si hay la posibilidad de que el agua sobrepase el terraplén y, si es el caso, exponer las medidas necesarias para evitarlo.

Figura 57. Esquema ejercicio 4.4



Fuente: Adaptado de Sotelo (1998, p. 236).

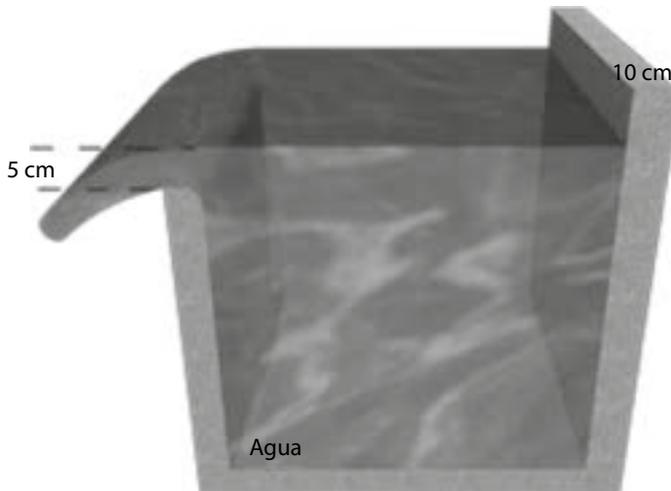
Ejercicio 4.5

Un vertedero rectangular de cresta delgada sin contracciones laterales tiene 1,5 m de longitud. ¿A qué altura debería colocarse en el canal para mantener una profundidad aguas arriba de 2,25 m para un caudal de $0,45 \text{ m}^3/\text{s}$?

Ejercicio 4.6

Se desea estimar el caudal de rebose en el canal de aducción en una planta de tratamiento de agua potable (figura 58). Se tiene para tal fin (figura 41) un vertedero rectangular en la pared lateral de dicho canal. El espesor de la pared del canal es de 10 cm. La altura del flujo sobre el vertedero es de 5 cm y la longitud de este es de 2,0 m.

Figura 58. Esquema ejercicio 4.6



Fuente: elaboración propia

Ejercicio 4.7

¿Qué profundidad de agua debe existir aguas arriba de un vertedero rectangular, de cresta viva, de 1,6 m de largo y 1,2 m de alto cuando sobre él pasa un caudal de $0,3 \text{ m}^3/\text{s}$?

Ejercicio 4.8

Un vertedero triangular tiene un ángulo de 90° , ¿qué altura de carga producirá un caudal de $3,5 \text{ l/s}$?

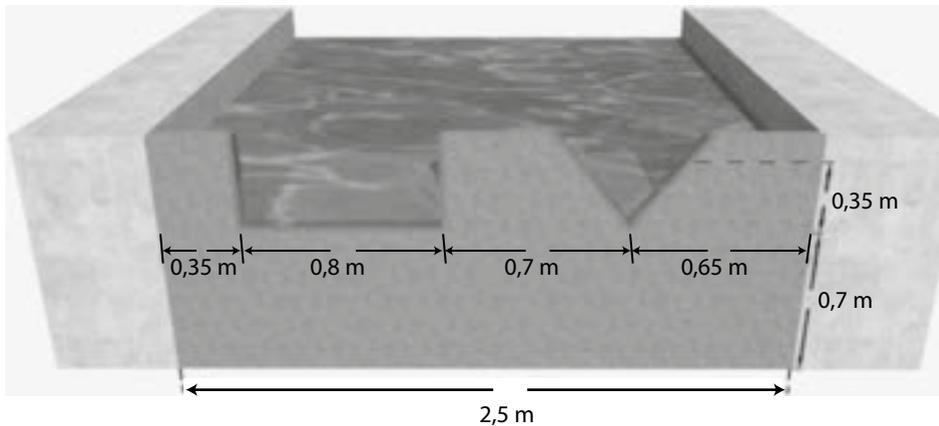
Ejercicio 4.9

Se desea determinar el caudal que circula por un canal de un distrito de riego, para ello se instala un vertedero rectangular de pared delgada de 2 m de ancho, su cresta se encuentra a 80 cm sobre el fondo del canal y se mide una carga sobre la cresta de 20 cm.

Ejercicio 4.10

En un canal de 2,50 m de ancho se colocan dos vertederos de pared delgada; uno rectangular de 0,8 m de longitud de cresta y otro triangular, con ángulo en el vértice, de 60° , practicados sobre el prisma placa (como se muestra en la figura 59). Determinar el gasto total vertido con una carga común de 0,35 m, si la altura de la cresta al fondo es de 0,70 m.

Figura 59. Vertedero ejercicio 4.9



Fuente: elaboración propia

CAPÍTULO 5

FLUJO EN CONDUCTOS CERRADOS

Objetivos generales

Estudiar el comportamiento de un flujo cuando este se realiza a presión en una tubería.

Objetivos específicos

- Establecer las pérdidas principales que se presentan cuando se transporta un flujo por una tubería.
- Establecer las pérdidas secundarias que se presentan por la presencia de accesorios en una conducción.
- Determinar las líneas piezométricas y de energía en una conducción, ya sea por bombeo o por gravedad.

5.1 Introducción

Como ya se había planteado en la unidad 3, en el movimiento de un fluido a través de un conducto se presentan pérdidas de energía representadas por la fricción o rozamiento con las paredes del conducto y, debido a la viscosidad del líquido, en su movimiento aparecen fuerzas cortantes entre las partículas del líquido.

En la presente unidad se estudiará la forma de establecer las pérdidas que se presentan cuando el flujo fluye por un conducto cerrado que se representadas no

solo por las que ocurren a lo largo del conducto, sino las debidas a la presencia en la conducción de accesorios como uniones, codos, válvulas, reducciones o ampliaciones de diámetro. Además, se analizará el caso en el que se le está añadiendo energía al flujo para poderlo llevar de un punto de elevación bajo a uno alto (que sería el caso que se da en un sistema por bombeo).

5.2 Definición

Cuando se mueve un fluido por una conducción (tubería) este se encuentra determinado en razón de la energía que posee dicho flujo. Este movimiento se ve afectado progresivamente a medida que el fluido se mueve por la tubería; la afectación se da en el sentido en que el flujo va perdiendo parte de la energía con la cual inicio el movimiento. Esta pérdida de energía se debe a la fricción con las paredes del conducto y entre las partículas del fluido; estas pérdidas se conocen como pérdidas primarias o pérdidas por tramo de tubería recto. Dado que, cuando se hace una conducción por tubería es necesario, en algunos puntos, realizar cambios de dirección, cambios de diámetro, disponer elementos para regular el flujo como válvulas o realizar derivaciones de una parte del caudal, también se presentan pérdidas por la presencia de estos accesorios. Dichas pérdidas se denominan pérdidas secundarias o localizadas. Luego, las pérdidas totales que se presentan en el flujo de un fluido por una tubería están dadas por la suma de las pérdidas primarias y secundarias (h_f).

Dado que muchos de los flujos por tubería se dan a alta velocidad, el tipo de flujo que se presenta es el flujo turbulento, en el que las pérdidas son mayores que las que se presentan en el flujo laminar.



¡Para recordar!

Las pérdidas de energía son mayores entre mayor sea la velocidad del flujo por la tubería. Es así como en los flujos turbulentos ($R_e > 4.000$) es donde se presentan las mayores pérdidas.

¡No olvidar!

Las pérdidas totales que se presentan al fluir un líquido por una tubería están representadas por las pérdidas por fricción a lo largo de la tubería y las pérdidas en los accesorios como codos, válvulas, uniones, derivaciones, entrada a la conducción, salida de la conducción y aumento o reducción en el diámetro del tubo.

5.2.1 Pérdidas primarias o pérdidas por fricción

Las paredes de la tubería ejercen una resistencia al flujo de un líquido. Las pérdidas por fricción en una tubería dependen de:

- El material de que está construido el tubo (hierro, concreto, cobre, galvanizado, PVC)
- El estado de la tubería (nueva, vieja, con incrustaciones)
- La longitud de la tubería
- El diámetro de la tubería
- Velocidad de circulación del fluido en la tubería.

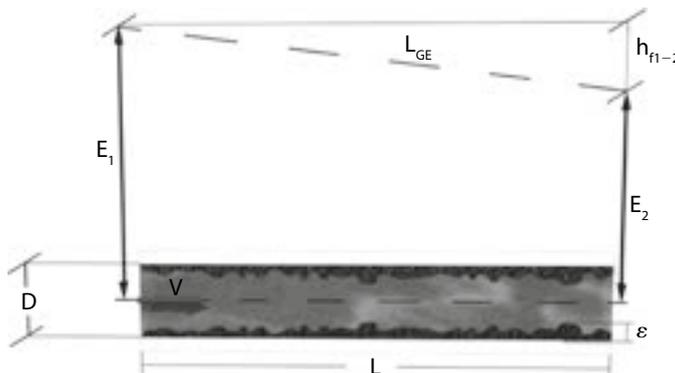
¡Para tener en cuenta!

Las pérdidas de carga por fricción en tuberías son proporcionales a la longitud de la tubería, inversamente proporcionales al diámetro de esta y proporcionales a la velocidad de circulación del líquido.

En la figura 60 se puede apreciar que cuando el flujo se mueve entre el punto 1 y el punto 2 de la tubería no mantiene la misma energía, sino, por el contrario, parte de la energía que se tenía en el punto 1 se perdió en el trayecto 1-2. Esta pérdida (h_{f1-2}) se debe a la fricción del líquido con el contorno de la tubería y se expresa como calor que luego se disipa y por ello esta energía es irrecuperable por parte del flujo.

La pérdida de energía se expresa como pérdida de carga o de altura en metros o en ocasiones como pérdida de carga por longitud de tubería. Relación que se identifica con la letra J .

Figura 60. Pérdidas por fricción en una tubería



Fuente: elaboración propia

De acuerdo con la figura 60, la pérdida de carga en el tramo de tubería de longitud L está dada por la pendiente de la línea del gradiente de energía (ecuación 45):

$$J = \frac{h_{f1-2}}{L} \quad \text{Ecuación 45}$$

La energía en el punto 1 (E_1) es igual a la altura de presión $\frac{P_1}{\gamma}$ más la altura de velocidad $\frac{v_1^2}{2g}$ (presión total = presión estática más presión dinámica) y en el punto 2 se determina de igual forma.

El valor ε en el tramo de tubería mostrado en la figura 60 corresponde a la rugosidad absoluta que depende del tipo de material de que este hecha la tubería.

¡Para recordar!

Para la determinación de las pérdidas por fricción en una tubería la fórmula más utilizada es la de Hazen-Williams. Lo anterior, dado que muchas de las tablas en las que están tabulados los valores de J para diferentes tipos de tubería, se basa en la ecuación 46:

$$Q = 0,2785 \times C \times D^{2,63} \times J^{0,54} \quad \text{Ecuación 46}$$

En donde:

Q = caudal en m^3/s .

C = coeficiente de rugosidad: 100 para tuberías metálicas (uso de 15-20 años), 130 para tuberías metálicas con revestimiento de cemento, 140 para tuberías de asbesto cemento (AC) y 150 para PVC.

D = diámetro interior de la tubería en metros.

J = pérdida de carga en metros de columna de agua / metros de longitud de tubería.

¡Para recordar!

Para determinar las pérdidas conocidos el caudal y el tipo y diámetro de tubería se despeja J de la ecuación 47:

$$J = 10,668 \times \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85} \times D^{4,87}}; \text{ con } J = \frac{h_f}{L} \quad \text{Ecuación 47}$$

De acuerdo con lo anterior, las pérdidas por fricción en un determinado tramo de tubería se determinan con la ecuación 48:

$$h_f = J \times L \quad \text{Ecuación 48}$$

Para el caso de tuberías de PVC se cuenta con tablas que permiten determinar el factor J en (m/m) (tabla 13). En esta tabla se ingresa con el valor del caudal en l/s en el lado izquierdo, se desplaza horizontalmente hasta el diámetro nominal en pulgadas y correspondiente RDE¹² de la tubería a utilizar y se obtiene el valor de la pérdida por fricción J en m/m, el cual se multiplica por la longitud de tubería utilizada y se obtiene la pérdida por fricción en metros de columna de agua por metro de longitud de tubería $\frac{h_f}{L}$. Estos valores se determinaron para un factor C del PVC de 150, los diámetros internos de la tabla 12 y la ecuación de Hazen – Williams con Q en $\frac{m^3}{s}$ y D en m :

$$\frac{h_f}{L} = 10,67 \times \frac{1}{D^{4,8725}} \times \left(\frac{Q}{C}\right)^{1,85}$$

Tabla 12. Diámetros nominales y diámetros internos según RDE en tubería PVC

D (pulg) nominal	D (m) interno	RDE
1/2	0,0166	9
1/2	0,01816	13,5
3/4	0,02181	11
3/4	0,02363	21
1	0,02848	13,5
1	0,0302	21
1 1/4	0,03814	21
1 1/2	0,04368	21
2	0,05458	21
2	0,0557	26
2 1/2	0,06607	21
2 1/2	0,06745	26
3	0,08042	21
3	0,08204	26
3	0,08342	32,5
3	0,1079	41
4	0,10342	21
4	0,10552	26
4	0,10728	32,5
4	0,10872	41

Fuente: Adaptada de Pavco (2020, p. 7)

¹² Relación entre el diámetro exterior del tubo y su espesor de pared. Para un RDE determinado la presión de trabajo permitida para la tubería es la misma independientemente del tubo.

Q (l/s)	2"RDE		2 ½"	
	RDE		RDE	
	21	26	21	26
0,7	0,0021	0,0019		
0,8	0,0027	0,0024		
0,9	0,0033	0,0030		
1	0,0040	0,0037		
1,1	0,0048	0,0044	0,0019	0,0017
1,2	0,0057	0,0051	0,0022	0,0020
1,3	0,0066	0,0059	0,0026	0,0023
1,4	0,0075	0,0068	0,0030	0,0027
1,5	0,0086	0,0077	0,0034	0,0030
1,6	0,0096	0,0087	0,0038	0,0034
1,7	0,0108	0,0098	0,0042	0,0038
1,8	0,0120	0,0109	0,0047	0,0043
1,9	0,0132	0,0120	0,0052	0,0047
2	0,0146	0,0132	0,0057	0,0052
2,2	0,0174	0,0157	0,0068	0,0062
2,4	0,0204	0,0185	0,0080	0,0073
2,6	0,0237	0,0214	0,0093	0,0084
2,8	0,0271	0,0246	0,0107	0,0097
3	0,0308	0,0279	0,0122	0,0110
3,5	0,0410	0,0371	0,0162	0,0146
4	0,0525	0,0475	0,0207	0,0187
4,5	0,0653	0,0591	0,0257	0,0233
5	0,0793	0,0718	0,0313	0,0283
5,5	0,0946	0,0857	0,0373	0,0337
6	0,1111	0,1006	0,0438	0,0396
6,5	0,1289	0,1167	0,0508	0,0459
7	0,1478	0,1339	0,0583	0,0527
7,5	0,1679	0,1521	0,0662	0,0598
8	0,1892	0,1714	0,0746	0,0674
8,5	0,2117	0,1917	0,0834	0,0754
9	0,2353	0,2131	0,0927	0,0839
9,5	0,2600	0,2355	0,1025	0,0927
10	0,2859	0,2590	0,1127	0,1019
11	0,3410	0,3089	0,1344	0,1216
12	0,4006	0,3628	0,1579	0,1428
13			0,1831	0,1656
14			0,2100	0,1899
15			0,2386	0,2157
16			0,2689	0,2431
17			0,3008	0,2720
18			0,3343	0,3023

Q (l/s)	3"				4"			
	RDE				RDE			
	21	26	32,5	41	21	26	32,5	41
1,6	0,0015	0,0013	0,0012	0,0003				
1,7	0,0016	0,0015	0,0014	0,0004				
1,8	0,0018	0,0016	0,0015	0,0004				
1,9	0,0020	0,0018	0,0017	0,0005				
2	0,0022	0,0020	0,0018	0,0005				
2,2	0,0026	0,0024	0,0022	0,0006				
2,4	0,0031	0,0028	0,0026	0,0007				
2,6	0,0036	0,0032	0,0030	0,0009	0,0011	0,0010	0,0009	0,0008
2,8	0,0041	0,0037	0,0034	0,0010	0,0012	0,0011	0,0010	0,0009
3	0,0047	0,0042	0,0039	0,0011	0,0014	0,0012	0,0011	0,0011
3,5	0,0062	0,0056	0,0052	0,0015	0,0018	0,0017	0,0015	0,0014
4	0,0079	0,0072	0,0066	0,0019	0,0023	0,0021	0,0019	0,0018
4,5	0,0099	0,0090	0,0083	0,0024	0,0029	0,0026	0,0024	0,0023
5	0,0120	0,0109	0,0100	0,0029	0,0035	0,0032	0,0029	0,0028
5,5	0,0143	0,0130	0,0120	0,0034	0,0042	0,0038	0,0035	0,0033
6	0,0168	0,0153	0,0141	0,0040	0,0049	0,0045	0,0041	0,0039
6,5	0,0195	0,0177	0,0163	0,0047	0,0057	0,0052	0,0048	0,0045
7	0,0224	0,0203	0,0187	0,0053	0,0066	0,0060	0,0055	0,0051
7,5	0,0254	0,0230	0,0213	0,0061	0,0075	0,0068	0,0062	0,0058
8	0,0286	0,0260	0,0239	0,0068	0,0084	0,0076	0,0070	0,0066
8,5	0,0320	0,0291	0,0268	0,0076	0,0094	0,0085	0,0079	0,0074
9	0,0356	0,0323	0,0298	0,0085	0,0104	0,0095	0,0087	0,0082
9,5	0,0393	0,0357	0,0329	0,0094	0,0115	0,0105	0,0097	0,0091
10	0,0433	0,0392	0,0362	0,0103	0,0127	0,0115	0,0106	0,0100
11	0,0516	0,0468	0,0432	0,0123	0,0151	0,0137	0,0127	0,0119
12	0,0606	0,0550	0,0507	0,0145	0,0178	0,0161	0,0149	0,0139
13	0,0703	0,0638	0,0588	0,0168	0,0206	0,0187	0,0173	0,0162
14	0,0806	0,0731	0,0674	0,0192	0,0237	0,0215	0,0198	0,0185
15	0,0916	0,0831	0,0766	0,0219	0,0269	0,0244	0,0225	0,0211
16	0,1032	0,0936	0,0863	0,0246	0,0303	0,0275	0,0253	0,0237
17	0,1154	0,1047	0,0966	0,0276	0,0339	0,0307	0,0283	0,0266
18	0,1283	0,1164	0,1073	0,0306	0,0377	0,0342	0,0315	0,0295
19	0,1418	0,1287	0,1186	0,0339	0,0416	0,0377	0,0348	0,0326
20	0,1559	0,1415	0,1304	0,0372	0,0458	0,0415	0,0383	0,0359
22	0,1860	0,1688	0,1556	0,0444	0,0546	0,0495	0,0457	0,0428
24	0,2185	0,1982	0,1828	0,0522	0,0641	0,0582	0,0537	0,0503
26					0,0744	0,0674	0,0622	0,0583
28					0,0853	0,0773	0,0714	0,0669
30					0,0969	0,0879	0,0811	0,0760
35					0,1289	0,1169	0,1078	0,1010


¡Para tener en cuenta!

La mejor forma de reducir las pérdidas de presión por unidad de longitud corresponde a realizar un aumento en el diámetro de la tubería, no obstante, una tubería de mayor diámetro tendrá un costo mayor, por lo que se deben analizar ambos factores.

Para el caso que no se cuente con los valores del factor J asociado a la ecuación de Hazen - Williams, la ecuación 49 permite calcular las pérdidas por fricción a lo largo de una tubería, la cual se conoce como la ecuación de Darcy-Weisbach:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \text{Ecuación 49}$$

Donde:

h_f = pérdidas por fricción expresadas como altura de energía en $\text{N} \times \text{m}/\text{N}$

f = factor de fricción de Darcy es un coeficiente adimensional que depende del número de Reynolds y de la rugosidad relativa $\frac{\varepsilon}{D}$.

L = longitud de la tubería en m.

D = diámetro de la tubería en m

v = velocidad del flujo en la tubería en m/s

g = aceleración de la gravedad = $9,81 \text{ m/s}^2$

Para determinar el factor de fricción f en régimen laminar se utiliza la ecuación 50 dependiendo exclusivamente del valor del número de Reynolds:

$$f = \frac{64}{R_e} \quad \text{Ecuación 50}$$

Para condición de flujo turbulento, flujo con valores de R_e mayores a 4.000, el cálculo del factor de fricción f es mucho más complejo, para ello se utilizan las ecuaciones 51 para el caso de tuberías lisas - rugosidades pequeñas (ecuación de Prandtl - Von Kármán) y la ecuación 52 para el caso de tuberías rugosas (ecuación de Prandtl - Von Kármán).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \times \log_{10}(R_e \sqrt{f}) - 0,8 \quad \text{Ecuación 51}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \times \log_{10} \left(\frac{D}{\varepsilon} \right) + 1,14 \quad \text{Ecuación 52}$$

Para el caso de la zona de transición $2000 \leq R_e \leq 4000$ el factor s_w fricción se determina con la ecuación 53 (ecuación de Colebrook - White):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \times \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3,7 \times D} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right) \quad \text{Ecuación 53}$$

En las ecuaciones 51, 52 y 53 los términos utilizados corresponden:

f = factor de fricción

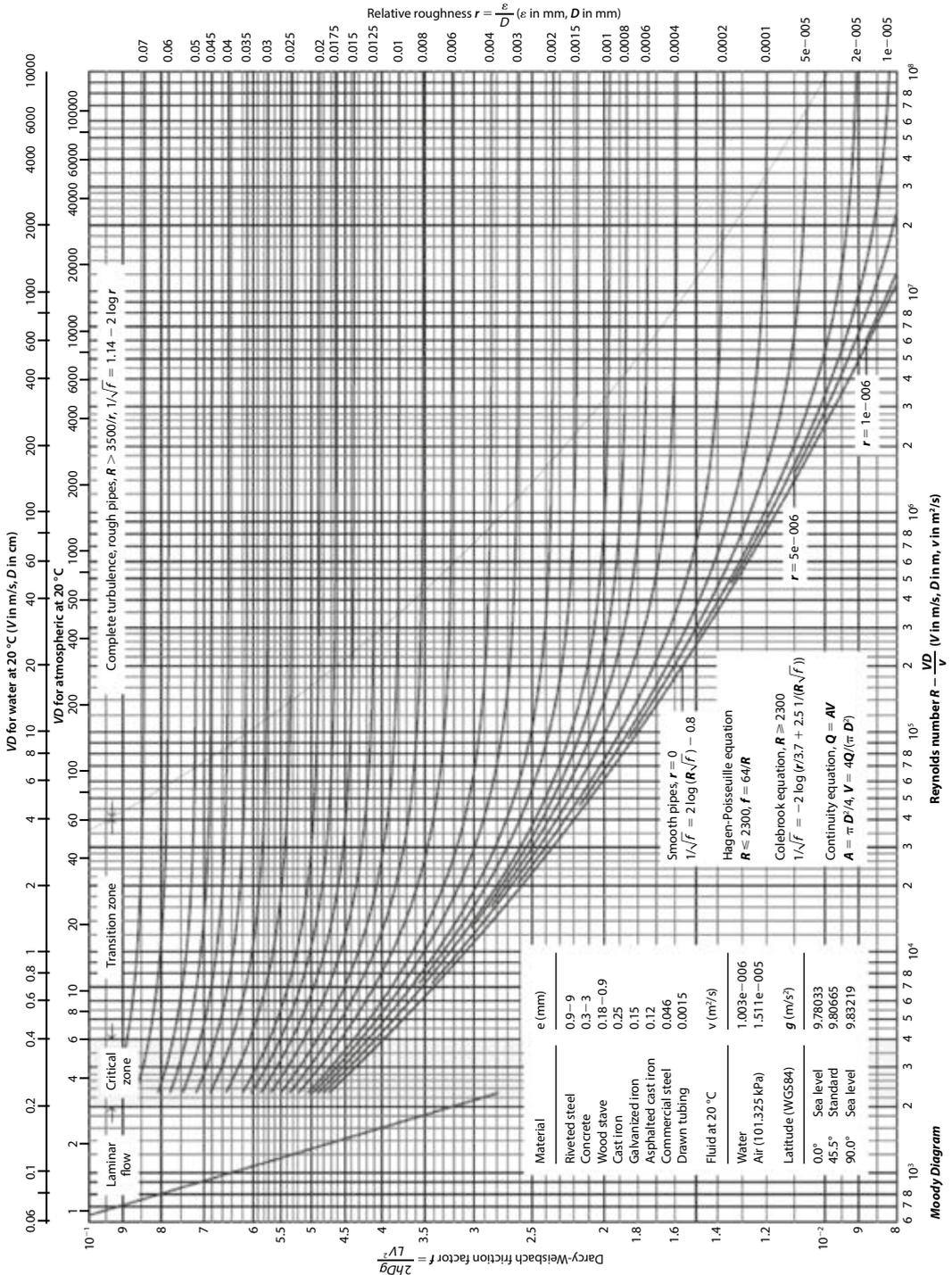
ε = rugosidad absoluta de la tubería

D = diámetro de la tubería

R_e = número de Reynolds

El problema con las anteriores ecuaciones radica en que para poder determinar el valor de f se requiere emplear algún método numérico o aplicación de software. Por lo anterior se cuenta con una solución gráfica conocida como el *diagrama de Moody* (figura 61). En este diagrama se debe ingresar con el valor del número de Reynolds en la parte inferior e interceptar la curva correspondiente de la rugosidad relativa (ε / D) de la parte derecha, posteriormente se desplaza de forma horizontal hasta la parte izquierda del diagrama, donde se puede obtener el valor del factor de fricción f .

Figura 61. Diagrama de Moody para determinar el factor de fricción "f"



Fuente: Obtenido de <http://www.fluid.tuwien.ac.at/319484?action=AttachFile&do=get&target=pipelineflow.pdf>

5.2.2 Pérdidas menores o pérdidas localizadas

Todo elemento en la conducción que ocasione algún tipo de turbulencia en el flujo generará una pérdida de carga en el punto donde se encuentre, de ahí que a estas pérdidas se les denomine pérdidas localizadas. Estos elementos generalmente son accesorios que permiten realizar cambios de diámetro en la conducción o cambios de dirección. Las pérdidas también se presentan cuando el agua pasa de un almacenamiento a la tubería (como se observó en el caso de los orificios) o de la tubería a un almacenamiento.

Las pérdidas de carga menores o localizadas son proporcionales a la cabeza de velocidad ($V^2/2g$) y la expresión general para determinarlas es de la forma $K \times \frac{v^2}{2g}$.

¡Para recordar!

Las pérdidas secundarias son proporcionales a la cabeza de velocidad y se determinan con la ecuación 54:

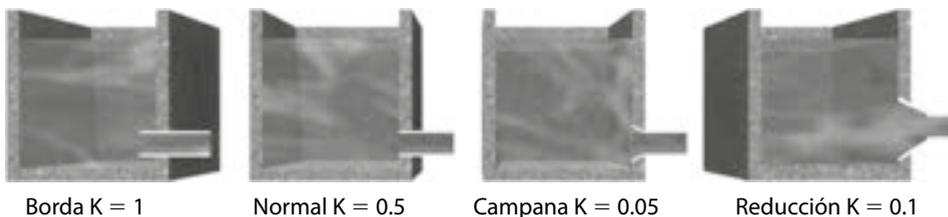
$$h_f = K \times \frac{v^2}{2g}; \text{ con } v = \text{velocidad del flujo} \quad \text{Ecuación 54}$$

Donde el coeficiente K depende del tipo de accesorio (codo, unión, válvula, te, reducción, ampliación, etc.). Estos valores se encuentran tabulados para los diferentes accesorios y condiciones de salida del almacenamiento a la tubería o entrega de la tubería al almacenamiento.

5.2.2.1 Pérdidas de carga en la entrada de una tubería

Se presenta a la salida del agua desde el almacenamiento (que puede ser un tanque o una caja de distribución) a la tubería. En la figura 62 se puede apreciar el valor de K para diferentes condiciones de entrada o salida del líquido a la tubería.

Figura 62. Pérdidas de carga a la entrada de una tubería



Borda $K = 1$

Normal $K = 0.5$

Campana $K = 0.05$

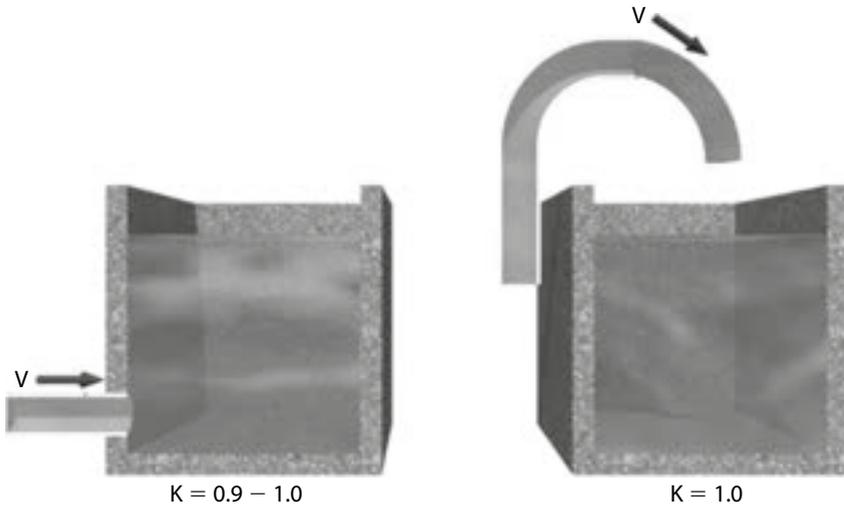
Reducción $K = 0.1$

Fuente: elaboración propia

5.2.2.2 Pérdidas de carga a la salida de una tubería

Se presentan cuando la tubería entrega el flujo de líquido al tanque de almacenamiento o caja de distribución. En la figura 63 se pueden apreciar los dos casos que se pueden presentar si la entrega se hace sumergida o se hace a flujo libre.

Figura 63. Pérdidas de carga en la entrada a un depósito

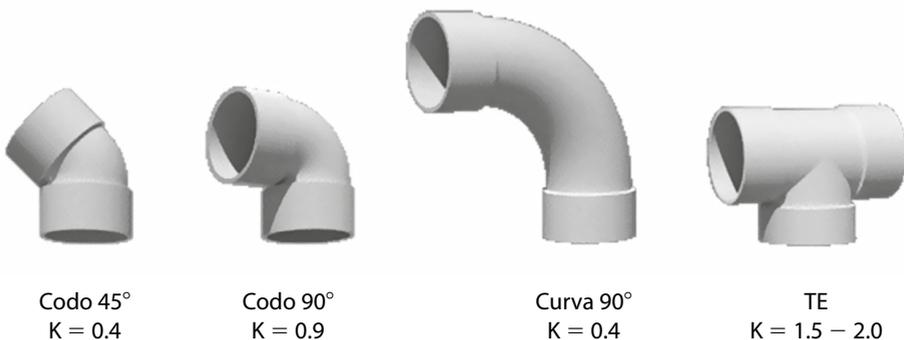


Fuente: elaboración propia

5.2.2.3 Pérdidas de carga debidos a cambios de dirección

Los cambios de dirección en el flujo se pueden dar de forma brusca a través de codos a 90° y a 45° o de forma suave utilizando curvas a 90° . En la figura 64 se pueden apreciar los valores de K para los casos descritos.

Figura 64. Pérdidas de carga debidas a cambios en la dirección del flujo



Fuente: elaboración propia

5.2.2.4 Pérdidas de carga debidos a cambios de sección

Los cambios de sección en una conducción se pueden dar por el cambio de un menor diámetro a uno mayor o viceversa y dicho cambio puede ser brusco o gradual. Para el caso del aumento de sección las pérdidas se calculan con la ecuación 55:

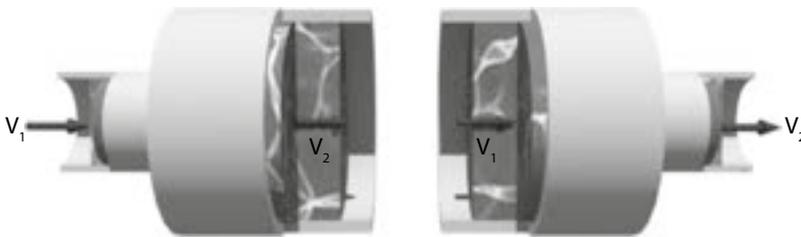
$$h_f = K \times \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad \text{Ecuación 55}$$

Para la contracción brusca, la pérdida de carga se evalúa con la ecuación 56:

$$h_f = K \times \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{Ecuación 56}$$

Los casos descritos se pueden apreciar en la figura 65.

Figura 65. Ampliación y reducciones bruscas en la sección de una tubería



Fuente: elaboración propia

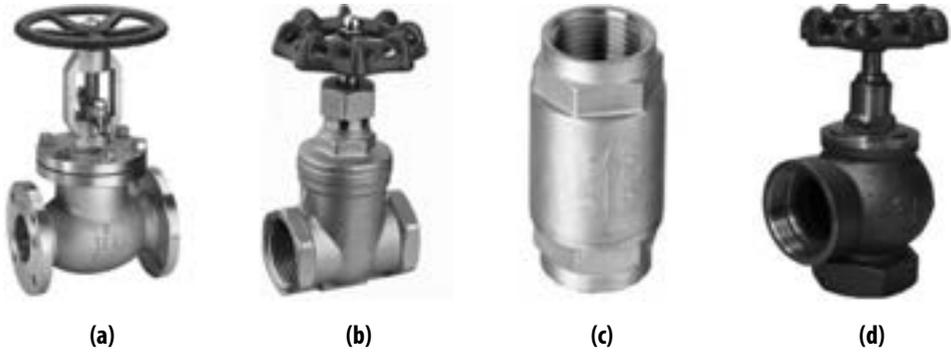
5.2.2.5 Pérdidas debidas a válvulas

Debido a la necesidad de regular el flujo en una conducción, se requiere colocar en algunos puntos accesorios encargados de mantener un determinado caudal o permitir realizar una derivación del flujo como es el caso en el que se debe realizar el mantenimiento de alguna estructura en un sistema de tratamiento. Las pérdidas se determinan igual que en los demás accesorios como un valor K multiplicado por la cabeza de velocidad. Algunos de los valores de K según el tipo de válvula son:

- Válvula de globo abierta $K = 10$
- Válvula de compuerta abierta $K = 0,19$
- Válvula de retención (cheque) $K = 2,5$
- Válvula de ángulo abierta $K = 5,0$

En la figura 66 se aprecian algunos tipos de válvulas.

Figura 66. Válvulas: (a) válvula de globo, (b) válvula de compuerta, (c) válvula de retención y (d) válvula de ángulo



Fuente: Obtenido de Todoinoxidable (2020).

5.2.2.6 Pérdidas expresadas como longitud equivalente de tubería

Es usual encontrar tablas suministradas por los proveedores de los diferentes tipos de tuberías en las que se expresan las pérdidas en los diferentes accesorios como longitud equivalente de tubería, es decir, que las pérdidas en un accesorio se calculan como longitud de la tubería a la que se conecta y al determinar las pérdidas principales a la longitud de la tubería se adiciona la longitud equivalente de las pérdidas en el accesorio. Por ejemplo, para el caso de las ampliaciones se puede tomar una longitud equivalente a 12 veces el diámetro mayor y para las reducciones una longitud igual a 6 veces el diámetro mayor. En la tabla 14 se presentan las longitudes equivalentes para expresar las pérdidas que se presentan en válvulas y accesorios:

Tabla 14. Longitudes equivalentes a pérdidas localizadas (en metros de tubería rectilínea)

Diámetro		Pérdidas localizadas																		
		Codo 90° Radio Largo	Codo 90° Radio Medio	Codo 90° Radio Corto	Codo 45°	Curva 90° R/D = 1 - 1/2	Curva 90° R/D = 1	Curva 45°	Entrada normal	Entrada de Borda										
mm	Pulg.																			
13	½	0,3	0,4	0,5	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4
19	¾	0,4	0,6	0,7	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,5
25	1	0,5	0,7	0,8	0,4	0,4	0,5	0,5	0,3	0,3	0,5	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,7
32	1 1/4	0,7	0,9	1,1	0,5	0,5	0,6	0,6	0,4	0,4	0,6	0,6	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,9
38	1 1/2	0,9	1,1	1,3	0,6	0,6	0,7	0,7	0,5	0,5	0,7	0,7	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	1,0
50	2	1,1	1,4	1,7	0,8	0,8	1,0	1,0	0,6	0,6	0,9	0,9	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	1,5
63	2 1/2	1,3	1,7	2,0	0,9	0,9	1,1	1,1	0,8	0,8	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,9
75	3	1,6	2,1	2,5	1,2	1,2	1,4	1,4	1,0	1,0	1,3	1,3	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	2,2
100	4	2,1	2,8	3,4	1,5	1,5	1,8	1,8	1,3	1,3	1,6	1,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	3,2
125	5	2,7	3,7	4,2	1,9	1,9	2,3	2,3	1,6	1,6	2,1	2,1	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	4,0
150	6	3,4	4,3	4,9	2,3	2,3	2,8	2,8	1,9	1,9	2,5	2,5	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	5,0
200	8	4,3	5,5	6,4	3,0	3,0	3,6	3,6	2,4	2,4	3,3	3,3	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	6,0
250	10	5,5	6,7	7,9	5,8	5,8	7,1	7,1	3,0	3,0	4,1	4,1	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	7,5
300	12	6,1	7,9	9,5	4,6	4,6	5,6	5,6	3,6	3,6	4,8	4,8	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	9,0
350	14	7,3	9,5	10,5	5,3	5,3	6,5	6,5	4,4	4,4	5,4	5,4	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	11,0

Continúa

Continúa

Pérdidas localizadas									
Válvula de compuerta abierta	Válvula de globo abierta	Válvula de ángulo abierta	Tee de paso directo	Tee de paso de lado	Tee salida bilateral	Válvula de pie con coladera abierta	Salida de tubería	Válvula de retención	
								Tipo liviano	Tipo pesado
0,1	4,9	2,6	0,3	1,0	1,0	3,6	0,4	1,1	1,6
0,1	6,7	3,6	0,4	1,4	1,4	5,6	0,5	1,6	2,4
0,2	8,2	4,6	0,5	1,7	1,7	7,3	0,7	2,1	3,2
0,2	11,3	5,6	0,7	2,3	2,3	10,0	0,9	2,7	4,0
0,3	13,4	6,7	0,9	2,8	2,8	11,6	1,0	3,2	4,8
0,4	17,4	8,5	1,1	3,5	3,5	14,6	1,5	4,2	6,4
0,4	21,0	10,0	1,3	4,3	4,3	17,0	1,9	5,2	8,1
0,5	26,0	13,0	1,6	5,2	5,2	20,0	2,2	6,3	9,7
0,7	34,0	17,0	2,1	6,7	6,7	23,0	3,2	8,4	12,9
0,9	43,0	21,0	2,7	8,4	8,4	30,0	4,0	10,4	16,1
1,1	51,0	26,0	3,4	10,0	10,0	39,0	5,0	12,5	19,3
1,4	67,0	34,0	4,3	13,0	13,0	52,0	6,0	16,0	25,0
1,7	85,0	43,0	5,5	16,0	16,0	65,0	7,5	20,0	32,0
2,1	102,0	51,0	6,1	19,0	19,0	78,0	9,0	24,0	38,0
2,0	120,0	60,0	7,5	22,0	22,0	90,0	11,0	28,0	45,0

Fuente: Silva (1981, p. 105).

5.3 Ejemplos unidad 5

El objeto de los ejemplos que encontrará a continuación es aplicar los conceptos y expresiones utilizadas en la determinación de las diferentes pérdidas que se presentan cuando se transporta un líquido por una tubería, además, también se busca determinar y dibujar la línea piezométrica de una conducción cuyo flujo se da por gravedad o por un sistema de bombeo.

Ejemplo 5.1. Calcular las pérdidas de carga en una tubería de fibrocemento ($C = 150$), de diámetro nominal 150 mm (0,15 m), por la que circula un caudal de 225 m³/h de agua a 20 °C. Espesor = 0,025 mm. Longitud tramo: 230 m.

Inicialmente se debe determinar el número de Reynolds para verificar que régimen de flujo se tiene.

$$R_e = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} = \frac{v \times D}{\eta} \text{ con } \eta = \frac{\mu}{\rho} = \text{viscosidad cinemática}$$

Para determinar la velocidad (v) se utiliza la expresión del caudal $Q = v \times A$, siendo A el área de la sección transversal de la tubería. Se expresa el caudal en m³/s.

$$225 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 0,06265 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \times D^2} = \frac{0,0625 \times 4}{\pi \times (0,15 \text{ m})^2} = 3,537 \text{ m/s}$$

Viscosidad cinemática del agua a 20 °C y de la tabla 7 se tiene que:

$$\eta = 1,007 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Remplazando en la ecuación del número de Reynolds:

$$R_e = \frac{3,537 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0,15 \text{ m}}{0,000001007 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 52686,97$$

El valor de R_e obtenido es mayor a 4000, por lo que se puede afirmar que tenemos flujo a régimen turbulento.

Para determinar las pérdidas en la tubería se utiliza la expresión de Darcy – Weisbach:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Se debe calcular el factor de fricción f , para lo cual se utiliza el Diagrama de Moody (Figura 55), con $R_e = 5,3 \times 10^5$ y $\frac{\varepsilon}{D}$.

$$\text{Rugosidad relativa} = \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,025 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} = 1,67 \times 10^{-4}$$

Se obtiene un valor $f = 0,0152$

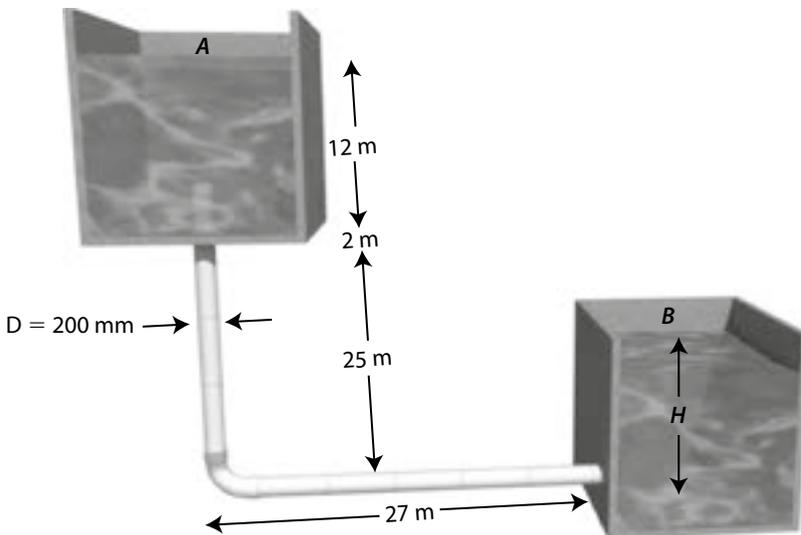
$$h_f = 0,0152 \times \frac{230 \text{ m}}{0,15 \text{ m}} \cdot \frac{\left(3,537 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 14,861 \text{ m}$$

Las pérdidas de energía que se presentan al moverse el flujo en los 230 m de tubería son de 14,861 m.

Ejemplo 5.2

Calcule el valor de H para que por el sistema que se muestra en la figura 67 fluyan $0,18 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua a 15°C . La viscosidad dinámica del agua a esa temperatura es $1,14 \times 10^{-3} \text{ N} \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2}$, densidad del agua de $999,1 \text{ kg}/\text{m}^3$. Diámetro interno de la tubería es de 200 mm. Suponer que no existen pérdidas debidas a los accesorios presentes, pero si pérdidas por fricción en los tramos rectos de la tubería. La tubería es de acero con $\varepsilon = 0,0046 \text{ m}$:

Figura 67. Sistema de tuberías del ejemplo 5.2



Fuente: elaboración propia

Se plantea la ecuación de energía a lo largo de una línea de corriente entre los puntos A y B , con línea de referencia en la superficie del tanque B :

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_{fA-B} = \frac{P_B}{\gamma} + Z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

La superficie del agua en los tanques A y B se encuentra a presión atmosférica por lo que la presión manométrica P_A y P_B es cero, al igual que las velocidades en estos puntos:

$$0 + (12 + 2 + 25 - H) + 0 - h_{fA-B} = 0 + 0 + 0$$

$$h_{fA-B} = 39 - H$$

Las pérdidas se calculan con la ecuación de Darcy - Weisbach:

$$h_{fA-B} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 39 - H$$

En dicha ecuación se requiere determinar el factor de fricción f y la velocidad v . Para calcular f con el diagrama de Moody se necesita conocer el número de Reynolds y la rugosidad relativa.

Velocidad:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,18}{\frac{\pi}{4}(0,20)^2} = 5,73 \text{ m/s}$$

Número de Reynolds (R_e):

$$R_e = \frac{v \times D \times \rho}{\mu}$$

$$R_e = \frac{5,73 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0,20 \text{ m} \times 1.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1,14 \times 10^{-3} \left(\text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1005263,16 = 1,0053 \times 10^6$$

$$\text{Rugosidad relativa} = \frac{\varepsilon}{D} = \frac{4,6 \text{ mm}}{200 \text{ mm}} = 0,023.$$

Del Diagrama de Moody (figura 55) se obtiene $f = 0,052$. Remplazando se tiene:

$$h_{fA-B} = 0,052 \frac{54 \text{ m} (5,73 \text{ m/s})^2}{0,2 \text{ m} \cdot 0,2 \text{ m} (2 \times 9,81 \text{ m/s}^2)} = 23,5 = 39 - H$$

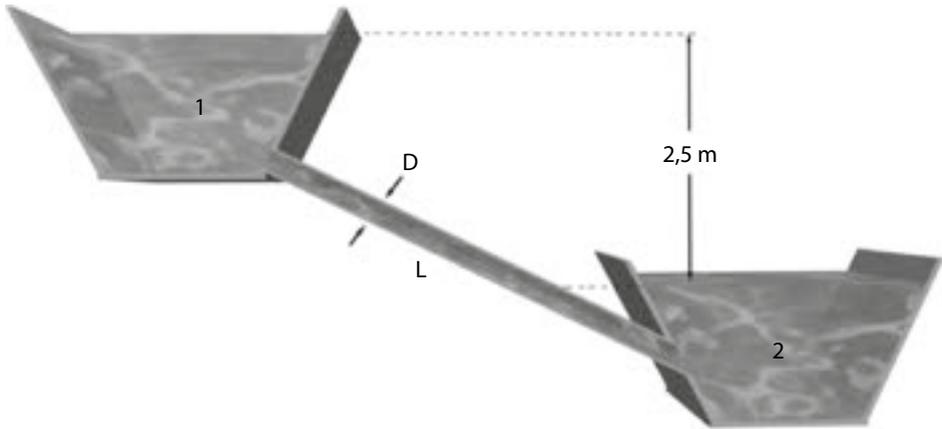
De donde $H = 15,5 \text{ m}$

Ejemplo 5.3

Dos tanques de agua están conectados por una tubería de diámetro D (figura 68). Si el caudal que transporta el tubo es de 200 l/s, el coeficiente de pérdidas menores K es igual a 4 y la diferencia entre los dos niveles de los tanques es de 2,5 m.

- Calcule el diámetro D y suponga una pérdida por fricción de 2,3 m.
- Suponga que la longitud del tubo es de 150 m. Calcule el diámetro del tubo si el régimen de flujo es laminar con número de Reynolds de 2.000.

Figura 68. Sistema de tanques del ejemplo 5.3



Fuente: elaboración propia

Parte a) aplicando la ecuación de Bernoulli para una línea de corriente entre la superficie del tanque A y el B con plano de referencia en la superficie del agua en el tanque 2, se tiene:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} - h_m - h_f = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$P_1 = P_2 = 0 \text{ y } v_1 = v_2 = 0 \text{ y } Z_2 = 0$$

$$h_m = \text{pérdidas menores} = K \frac{v^2}{2g} = K \frac{(Q/A)^2}{2g}$$

$$h_f = \text{pérdidas principales} = 2,3 \text{ m}$$

$$\text{Caudal} = Q = 200 \frac{l}{s} = \frac{1 \text{ m}^3}{1.000 l} = 0,2 \text{ m}^3/s.$$

$$\text{Área} = A = \left(\frac{\pi}{4}\right) \times D^2$$

$$2,5 + 0 + 0 - 4 \times \frac{\left(\frac{0,2}{\left(\frac{\pi}{4} \times D^2\right)}\right)^2}{2 \times 9,81} - 2,3 = 0 + 0 + 0$$

$$0,981 = \left(\frac{0,2}{\left(\frac{\pi}{4} \times D^2\right)}\right)^2 \Rightarrow 0,605 \times D^2 = 0,04 \Rightarrow D = 0,507 \text{ m}$$

Parte b) si el régimen de flujo es laminar, el coeficiente de fricción f se determina con la ecuación 50:

$$f = \frac{64}{R_e} = \frac{64}{2.000} = 0,032$$

$$h_f = f \times \frac{L}{D} \times \frac{\left(\frac{Q}{A}\right)^2}{2g} = 0,032 \times \frac{150}{D} \times \frac{\left(\frac{0,2}{\left(\frac{\pi}{4} D^2\right)}\right)^2}{2 \times 9,81} = \frac{0,01586}{D^5}$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli se tiene:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} - h_m - h_f = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$2,5 + 0 + 0 - 4 \times \frac{\left(\frac{0,2}{\left(\frac{\pi}{4} \times D^2\right)}\right)^2}{2 \times 9,81} = \frac{0,01586}{D^5} = 0 + 0 + 0$$

$$2,5 - \frac{0,01322}{D^4} = \frac{0,01586}{D^5} = 0$$

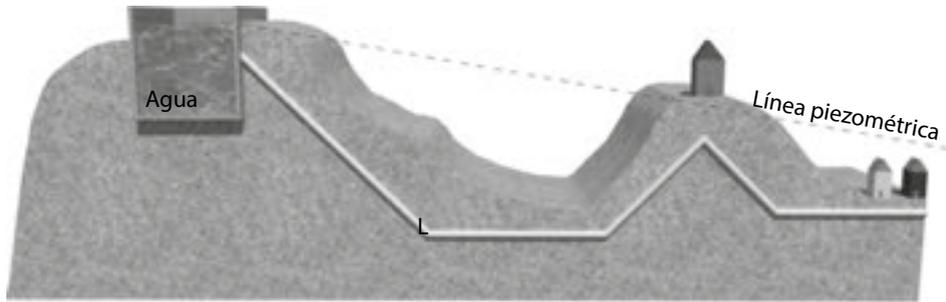
$$\frac{0,01322}{D^4} = \frac{0,01586}{D^5} = 2,5$$

Utilizando la opción “Buscar objetivo” de Microsoft® Excel (ver solución ejercicio 6.3) se obtiene:

$$D = 0,384 \text{ m}$$

Ejemplo 5.4

Durante el diseño de una línea de conducción desde un tanque de almacenamiento hasta un caserío, se encontró que una de las viviendas quedaba en una cota mayor a la cota piezométrica de la conducción en ese punto (figura 69). ¿Qué se debe hacer para subir la línea piezométrica y poder darle agua al usuario mencionado?

Figura 69. Línea de conducción ejemplo 5.4

Fuente: elaboración propia

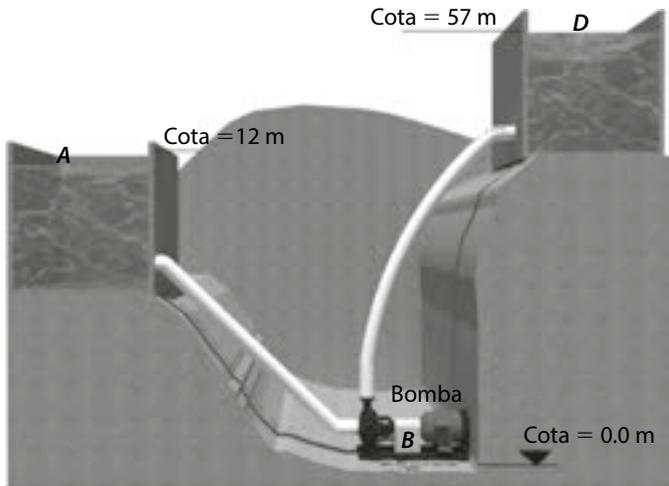
La energía que posee el fluido inicialmente corresponde a la energía potencial equivalente en altura de carga a la cota de la superficie del agua en el tanque. Debido a las pérdidas por fricción y a las pérdidas localizadas, el flujo va perdiendo energía que se disipa en forma de calor y, por ello, en los demás puntos de la conducción entre el tanque y el caserío no se mantiene el valor de energía inicial. Esta energía inicial se transforma gradualmente en energía cinética y energía de presión a medida que se desplaza el fluido por la conducción.

Para elevar la línea piezométrica, se puede proyectar inicialmente un tanque de almacenamiento a una mayor altura. Con lo anterior se logra elevar la energía inicial disponible y tener una cota piezométrica mayor en el paso por la casa más elevada. Otra opción sería añadir energía al flujo y de esta forma elevar la línea piezométrica; esto se podría realizar colocando un sistema de bombeo.

Una tercera opción sería aumentar el diámetro de la tubería para de esta manera reducir la velocidad y, por lo tanto, disminuir las pérdidas por fricción y las pérdidas localizadas.

Ejemplo 5.5

Se desea bombear un caudal de agua de 160 l/s desde el tanque A hasta el tanque D. Para ello se utiliza una bomba que estará ubicada 12 m por debajo del tanque A y a 57 m por debajo del tanque D (figura 70). Desde el tanque D, el líquido se distribuirá por gravedad. La tubería entre el tanque A y la bomba es de 30 cm de diámetro al igual que la que hay entre la bomba y el tanque D. Esta tubería es de PVC con una longitud entre el tanque A y la bomba de 200 m y entre la bomba y el tanque D de 500 m. Se requiere determinar la potencia en caballos de fuerza (h_p) que debe suministrar la bomba al flujo. Además, se debe dibujar la línea piezométrica del sistema.

Figura 70. Sistema de bombeo ejemplo 5.5

Fuente: elaboración propia

Para determinar la potencia de la bomba se requiere calcular la altura dinámica de esta (H_B) y aplicar la expresión:

$$\text{Potencia} = \gamma \times Q \times H_B$$

Donde γ es el peso específico del agua a la temperatura del sistema (se tomará en 20 °C para este caso), que se determina con la ayuda de tablas de propiedades físicas del agua encontradas en los anexos de cualquiera de los textos relacionados en la bibliografía. Este valor para 20 °C es de 9.789 N/m³. El segundo factor de la expresión Q es el caudal que se transporta por la tubería 160 l/s = 0,160 m³/s y H_B está dada en metros (N × m/N).

Se plantea la ecuación de energía entre los puntos A y D :

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + H_B - h_{fA-D} = \frac{P_D}{\gamma} + Z_D + \frac{v_D^2}{2g}$$

Los valores de P_A y P_B son cero porque la superficie del agua en los tanques está a presión atmosférica con lo que la presión manométrica es cero. Las velocidades en A y D también se consideran cero dado que sus valores son tan pequeños que pueden despreciarse.

Se deben obtener las pérdidas entre A y D . Para ello se tendrán en cuenta solo las pérdidas por fricción y se despreciarán las pérdidas localizadas (considerándolas menores al 5 % de las pérdidas principales).

Utilizando la fórmula de Hazen-Williams se tiene:

$$J = 10,668 \times \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85} \times D^{4,87}}; \text{ con } J = \frac{h_f}{L}$$

Remplazando $Q = 0,16 \text{ m}^3/\text{s}$, $C = 150$ y $D = 0,3 \text{ m}$ se obtiene:

$$J = 10,668 \times \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85} \times D^{4,87}} = 10,668 \times \frac{0,16^{1,85}}{150^{1,85} \times 0,3^{4,87}} = 0,012$$

Dado que $h_f = J \times L$, se tiene que $h_f = 0,012 \times 700 \text{ m} = 8,4 \text{ m}$ ($\text{N} \times \text{m}/\text{N}$). Se utilizó la longitud total de la tubería dado que el diámetro es igual en el tramo de succión ($A - B$) y en el de impulsión ($B - D$):

$$0 + 12 + 0 + H_B - 8,4 = 0 + 57 + 0$$

$$H_B = 53,4 \text{ m}$$

$$P = (9.789 \text{ N/m}^3) \times (0,16 \text{ m}^3/\text{s}) \times (53,4 \text{ m}) = 83.637,22 \text{ N} \times \text{m/s}$$

El valor obtenido se debe convertir a caballos de fuerza. Para ello se tiene:

$$83.637,22 \frac{\text{N} \times \text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ kgf}}{9,81 \text{ N}} = 8.525,71 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}}$$

$$8.525,71 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ hp}}{76 \left(\frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}} \right)} = 112,18 \text{ hp}$$

Para dibujar la línea piezométrica del sistema, se deben determinar las cotas piezométricas en los puntos A , D , es decir, en la entrada de la bomba y en salida de esta.

$$\text{Cota piezométrica en } A = z_A + \frac{P_A}{\gamma} = 12 + 0 = 12,0 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } D = z_D + \frac{P_D}{\gamma} = 57 + 0 = 57,0 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica a la entrada de la motobomba} = z_B + \frac{P_B}{\gamma}$$

Se debe determinar la presión a la entrada de la bomba, para esto se plantea la ecuación de energía entre los puntos A y B :

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_{fA-B} = \frac{P_B}{\gamma} + Z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Nótese que en la expresión anterior no se coloca el término correspondiente a la altura dinámica de la bomba, esto dado que la ecuación de energía se plantea hasta un punto antes de la adición de energía por parte de esta:

$$0 + 12 + 0 - 0,012 \times 200 = \frac{P_B}{\gamma} + 0 + \frac{v_B^2}{2g}$$

$$v_B = \frac{Q}{A} = \frac{0,16}{(\pi \times 0,15^2)} = 2,264 \text{ m/s}$$

$$9,6 = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{(2,264)^2}{(2 \times 9,81)}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 9,34 \text{ m}$$

Cota piezométrica entrada de la bomba = $0 + 9,34 = 9,34 \text{ m}$.

Para la cota piezométrica a la salida de la bomba se plantea la ecuación de energía entre A y C:

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + H_B - h_{fA-C} = \frac{P_C}{\gamma} + Z_C + \frac{v_C^2}{2g}$$

Las pérdidas entre A y C se asumen iguales a las que hay entre A y B, la velocidad a la salida de la bomba es igual a la de la entrada (esto porque la tubería de succión y de impulsión tienen en mismo diámetro):

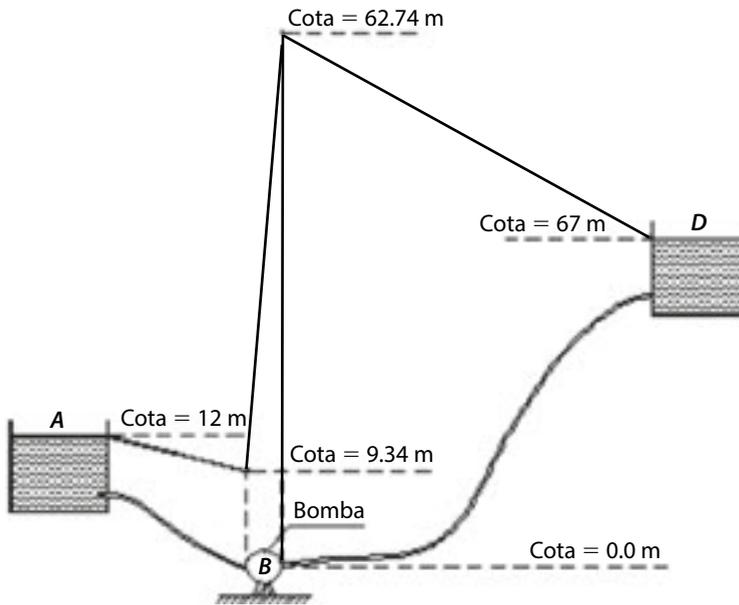
$$0 + 12 + 0 + 53,4 - 0,012 \times 200 = \frac{P_C}{\gamma} + 0 + \frac{(2,264)^2}{(2 \times 9,81)}$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = 62,74 \text{ m}$$

Cota piezométrica salida de la bomba = $0 + 62,74 = 62,74 \text{ m}$

Los resultados obtenidos se aprecian en la figura 71:

Figura 71. Resultados del ejemplo 5.5



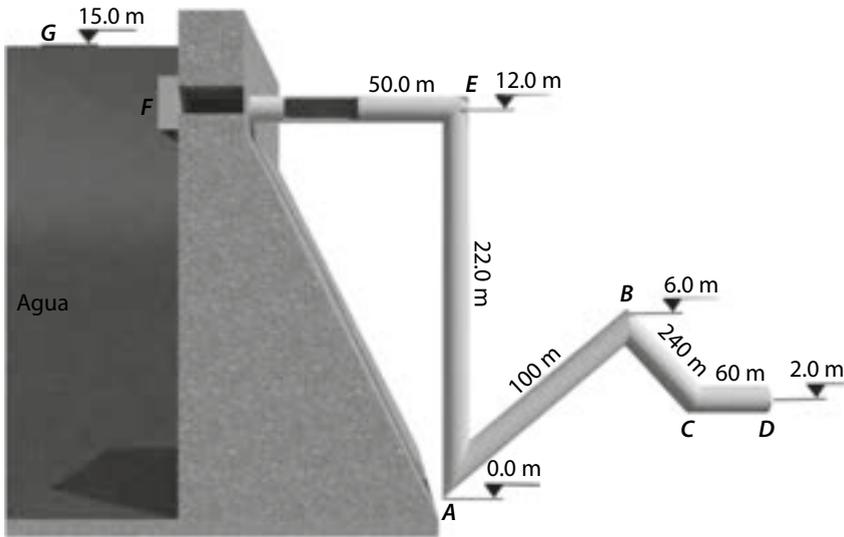
Fuente: elaboración propia

Ejemplo 5.6

Para dotar de agua a una determinada localidad se ha construido la obra de toma mostrada, esta consiste en una represa en concreto de 15 m de alto. La conducción de la represa hasta el tanque de distribución tiene una longitud de 472 m y se requiere transportar un caudal de 400 litros por segundo (figura 72).

Ahora, se procede a diseñar la conducción y dibujar la línea piezométrica debidamente acotada.

Figura 72. Línea de conducción ejemplo 5.6



Fuente: elaboración propia

Para realizar el diseño inicialmente se debe tomar un diámetro de tubería para establecer la velocidad del flujo en la conducción. Se puede escoger tubería PVC RDE 21¹³ con un diámetro de 12 pulgadas (30 cm). Para este diámetro y el caudal a transportar se tiene una velocidad de flujo de:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,4}{(\pi \times 0,15^2)} = 5,66 \text{ m/s}; \frac{v^2}{2g} = 1,633 \text{ m}$$

Se determinan las pérdidas acumuladas en cada punto de la conducción:

$$h_{fF-E} = J \times L; J = 10,668 \frac{0,4^{1,85}}{1,50^{1,85} \times 0,3^{4,87}} = 0,065$$

$$h_{fF-E} = 0,065 \times 50 = 3,25 \text{ m}$$

$$h_{fF-A} = 0,065 \times 72 = 4,68 \text{ m}$$

$$h_{fF-B} = 0,065 \times 172 = 11,18 \text{ m}$$

$$h_{fF-C} = 0,065 \times 412 = 26,78 \text{ m}$$

$$h_{fF-D} = 0,065 \times 472 = 30,68 \text{ m}$$

¹³ RDE 21 corresponde a la relación diámetro – espesor para la tubería, en este caso para un diámetro nominal de 12” el diámetro exterior promedio es 12,75” y el espesor de pared mínimo es de 0,605”, con lo cual, la relación es: $12,75/0,605 = 21$.

Las pérdidas que se presentan en la conducción para la tubería y diámetro escogido son muy altas y la energía disponible 15 m no es suficiente para cubrir estas pérdidas. Lo anterior supone que se debe cambiar la tubería seleccionada inicialmente.

Se trabajará ahora con tubería de asbesto-cemento (AC) de 15" de diámetro (40 cm).

Recalculamos la velocidad:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,4}{(\pi \times 0,20^2)} = 3,183 \text{ m/s}$$

$$\frac{v^2}{2g} = 0,516 \text{ m}$$

Se determinan las pérdidas acumuladas en cada punto de la conducción:

$$h_{fF-E} = J \times L; \quad J = 10,668 \frac{0,4^{1,85}}{1,50^{1,85} \times 0,3^{4,87}} = 0,065$$

$$h_{fF-E} = 0,018 \times 50 = 0,90 \text{ m}$$

$$h_{fF-A} = 0,018 \times 72 = 1,296 \text{ m}$$

$$h_{fF-B} = 0,018 \times 172 = 3,096 \text{ m}$$

$$h_{fF-C} = 0,018 \times 412 = 7,416 \text{ m}$$

$$h_{fF-D} = 0,018 \times 472 = 8,496 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } E = Z_E + \frac{P_E}{\gamma} = H_{TOTAL} - \frac{v^2}{2g} - h_{fF-E}$$

$$\text{Cota piezométrica en } E = 15 - 0,516 - 0,90 = 13,58 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } A = 15 - 0,516 - 1,296 = 13,19 \text{ m}$$

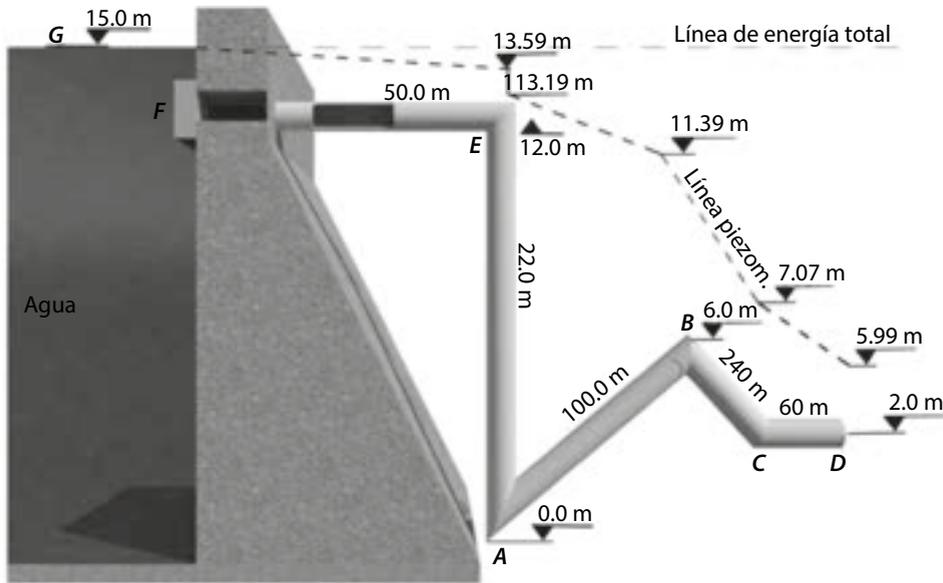
$$\text{Cota piezométrica en } B = 15 - 0,516 - 3,096 = 11,388 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } C = 15 - 0,516 - 7,416 = 7,068 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } D = 15 - 0,516 - 8,496 = 5,99 \text{ m}$$

Con estos datos se puede dibujar la línea piezométrica del sistema (figura 73).

Figura 73. Resultados del ejemplo 5.6



Fuente: elaboración propia

5.4 Recapitulación

Cuando fluye un líquido a través de una tubería se presentan pérdidas de energía que se ven reflejadas en pérdidas de presión. Estas pérdidas se deben principalmente a la fricción que hay entre las partículas del líquido y el contorno de la tubería que lo contiene. Además de las pérdidas por fricción, se presentan pérdidas de energía en el flujo de un líquido en una tubería en aquellos sitios en los que se disponen elementos para control del flujo, para derivación del flujo, para cambios de dirección y donde el líquido ingresa y sale de la tubería. Estas pérdidas se denominan *pérdidas secundarias* o *localizadas*.

Las pérdidas por fricción se pueden estimar utilizando la fórmula de Hazen-Williams: $Q = 0,2785 \times C \times D^{2,63} \times J^{0,54}$ en la que el caudal está en m^3/s ; C es el coeficiente de fricción que, para tuberías comunes como el PVC y el asbesto cemento, tiene un valor de 150 y 140 respectivamente; D es el diámetro de la tubería en metros y J es la pérdida de energía por unidad de longitud de tubería. De la expresión anterior se pueden despejar las pérdidas por unidad de longitud y obtiene la expresión:

$$J = 10,668 \times \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85} \times D^{4,87}}; \text{ con } J = \frac{h_f}{L}$$

Para estimar las pérdidas localizadas se tiene en cuenta la cabeza de velocidad afectada por una constante K ($h_f = K \times \frac{v^2}{2g}$), dicha constante depende del tipo de accesorio o condición de acceso del líquido a la tubería o salida de esta.

Las pérdidas secundarias también se pueden expresar como longitud equivalente de tubería, es decir, la pérdida localizada se reemplaza por una longitud de tubería en la cual se producirían las mismas pérdidas; dicha longitud se adiciona a la longitud de la tubería en la expresión de Hazen-Williams.

5.5 Ejercicios unidad 5

Ejercicio 5.1

Calcule el factor de fricción para el flujo en una tubería con un número de Reynolds de 2×10^6 y con una rugosidad relativa de 0,0002, utilizando la ecuación de Colebrook - White y el diagrama de Moody. Si el fluido es agua a 15°C y la tubería es de acero ($\varepsilon = 0,00046$ m), ¿cuáles serían las pérdidas de cabeza a lo largo de 800 m de tubería?

Ejercicio 5.2

Se requiere determinar el diámetro que debe tener una tubería de hierro galvanizado ($\varepsilon = 0,15$ mm) que se instalará para conducir un caudal de 150 l/s entre dos reservorios. La diferencia de nivel entre las dos superficies del agua en los reservorios es de 50 m. La longitud de la tubería es de 50 m y las pérdidas debidas a la salida y entrada en los reservorios y los diferentes accesorios de la conducción se pueden agrupar con un factor K de pérdidas menores de 12.

Ejercicio 5.3

Se requiere suministrar agua desde un tanque a otro tanque ubicado en una cota inferior. La tubería que conecta los dos tanques es de PVC ($\varepsilon = 0,15$ mm) y tiene una longitud de 300 m y un diámetro nominal de 6 pulgadas. La superficie del agua en el tanque alimentador se encuentra en la cota 1.220 m y la del tanque inferior a 1.200 m. Las pérdidas menores debidas a todos los accesorios del sistema se pueden calcular con factor global $K = 8$. El agua se encuentra a una temperatura de 20°C .

Ejercicio 5.4

Resolver el ejemplo 5.5 considerando un caudal de 250 l/s y tubería de asbesto-cemento con un diámetro de 10". Compare los resultados con los obtenidos en dicho ejemplo.

Ejercicio 5.5

Resolver el ejemplo 5.6 considerando un caudal de 600 l/s y tubería de asbesto-cemento con un diámetro de 12". Compare los resultados con los obtenidos en el ejemplo.

CAPÍTULO 6

FLUJO EN CANALES

Objetivos generales

Estudiar el comportamiento de un flujo cuando este se realiza en un conducto abierto.

Objetivos específicos

- Establecer las condiciones del flujo libre.
- Conocer las características geométricas de un canal.
- Conocer la curva de energía del flujo en un canal abierto.
- Aplicar la ecuación de Manning para el análisis del flujo en un canal rectangular o trapezoidal.
- Estudiar el resalto hidráulico y algunas de sus aplicaciones.

6.1 Introducción

En la unidad 5 se estudió el flujo de un líquido en un conducto cerrado en el que, en cualquier punto de la conducción, el flujo se encuentra a presión. En el caso en el que el flujo se transporte por un conducto y la superficie del líquido se encuentre bajo la acción de la presión atmosférica se tiene una condición de flujo libre y, por ende, la situación corresponde a la de un conducto abierto o canal.

Una conducción por un canal tiene ventajas desde el punto de vista económico porque existe un menor costo por metro lineal (especialmente cuando no es necesario revestir el canal como señala Vera (1984)), pero tiene desventajas debido a la posibilidad de contaminación del agua a lo largo de este, pues se requiere mayor longitud en su trazado.

En esta unidad se analizarán los elementos geométricos de canales de sección transversal rectangular, trapezoidal, triangular y parabólica. Además, se analizará la condición de energía del flujo cuando se transporta por un canal y se realizará una breve descripción del resalto hidráulico y algunas de sus aplicaciones.

6.2 Definición

Un canal abierto es un conducto en el que el agua fluye a superficie libre (Chow, 1994). Esto quiere decir que en toda la superficie del líquido actúa la presión atmosférica.



¡Para tener en cuenta!

El flujo en un canal tiene una superficie libre, lo que indica que la línea piezométrica coincide con el nivel superior del flujo. El flujo en una tubería ocupa todo el conducto, por lo cual no actúa la presión atmosférica, sino que el flujo se encuentra bajo la acción de la presión hidráulica.

Los canales se pueden presentar de dos formas: los que ha realizado la naturaleza y los que ha construido el hombre. En los primeros se incluyen los ríos, quebradas, caños, etc.; los segundos corresponden a canales utilizados para sistemas de riego, para navegación, para drenajes superficiales (como es el caso de las cunetas en una vía), etc.

6.2.1 Flujo en un canal

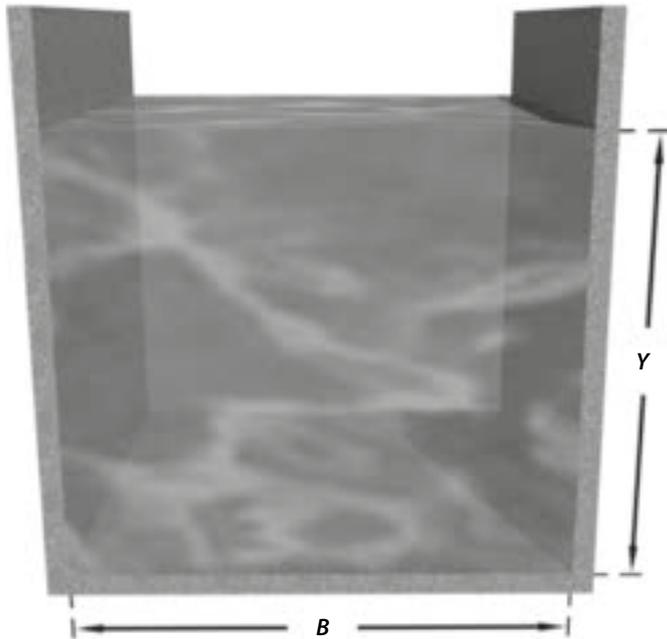
Cuando se transporta agua por un canal, del mismo modo que en el caso de un conducto cerrado, el flujo puede ser laminar o turbulento (esto teniendo en cuenta el efecto de la viscosidad) y puede ser de baja velocidad o de alta velocidad (debido al efecto de la gravedad), en este sentido, el flujo puede ser subcrítico, supercrítico o crítico.

6.2.2 Elementos de la sección transversal de un canal

En la figura 74 se puede apreciar que el agua se transporta a través de un canal cuya sección transversal es rectangular. Los elementos geométricos para una sección de canal se describen a continuación:

La profundidad de flujo. Se denota como Y y corresponde a la distancia vertical desde el punto más bajo de una sección del canal hasta la superficie libre del flujo.

Figura 74. Canal de sección transversal rectangular



Fuente: elaboración propia

El área mojada. Es el área de la sección transversal del flujo perpendicular a la dirección del mismo. Cada canal rectangular corresponde al producto de la profundidad de flujo por el ancho del canal B (ecuación 57).

$$A = B \times Y \quad \text{Ecuación 57}$$

Perímetro mojado. Para un canal rectangular corresponde a la longitud equivalente a la suma del ancho del canal B y la profundidad de flujo Y en las paredes del canal (ecuación 58).

$$P = B + 2 \times Y \quad \text{Ecuación 58}$$

El radio hidráulico. Es la longitud de la línea de intersección de la superficie de canal mojada y un plano transversal perpendicular a la dirección del flujo; además, corresponde a la relación entre el área mojada y su correspondiente perímetro mojado (ecuación 59). Para un canal de sección rectangular se determina así:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{B \times Y}{B + 2 \times Y} \quad \text{Ecuación 59}$$

El ancho superficial. Es el ancho de la sección transversal del canal en la superficie libre del flujo. Para un canal de sección rectangular corresponde al mismo ancho del canal B .

$$T = B$$

La profundidad hidráulica. Corresponde a la relación entre el área mojada A y el ancho superficial T (ecuación 60). En el caso de una canal rectangular es igual a la profundidad de flujo:

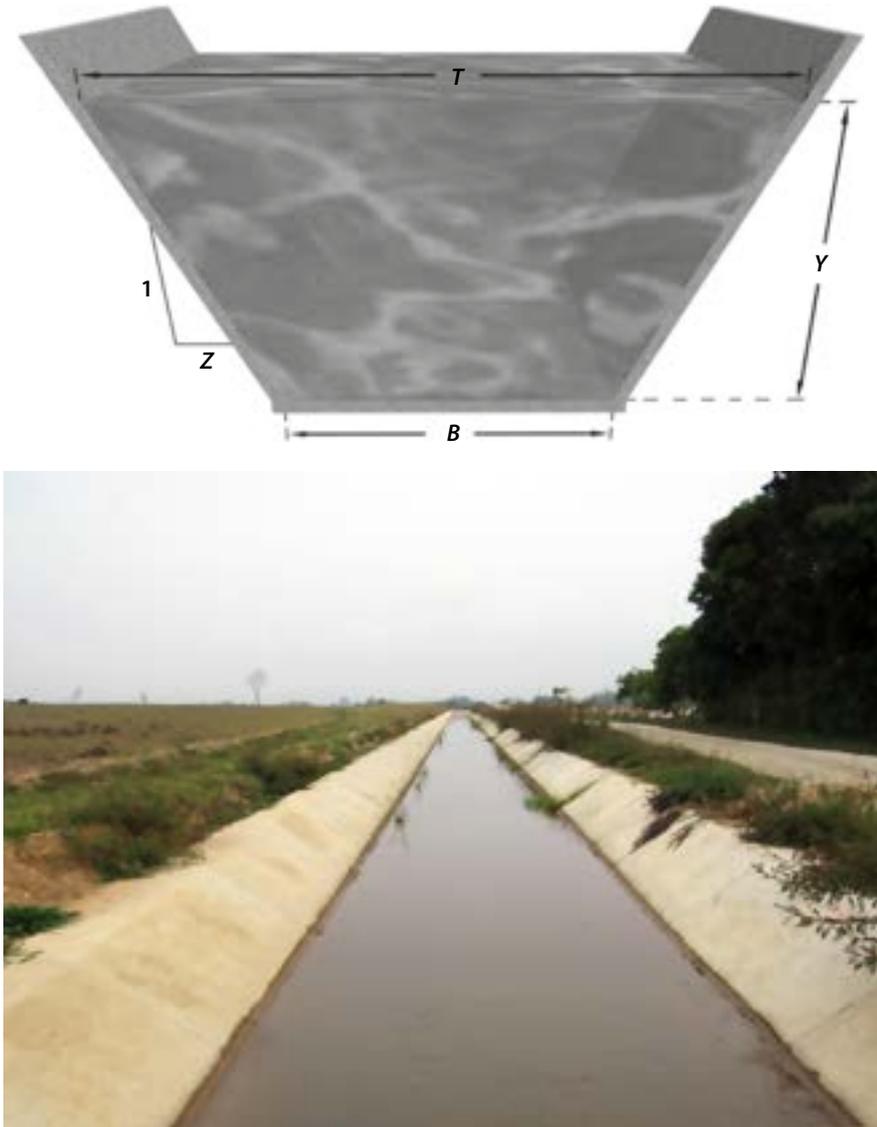
$$D = \frac{A}{T}; D = Y \text{ para un canal rectangular.} \quad \text{Ecuación 60}$$

¡Para tener en cuenta!

La sección que presenta la mejor medida de capacidad de transporte se conoce como la sección hidráulica óptima, y esta corresponde a la que posee el menor perímetro mojado. Para un canal rectangular la sección hidráulica óptima se obtiene para cuando el ancho del canal es igual a dos veces la altura del flujo; caso para el cual se tiene: $A = 2Y \times Y = 2 \times Y^2$.

En la figura 75 (a) se aprecia otro tipo de sección transversal que también se utiliza mucho para el transporte de agua a través de canales y en la figura 75 (b) se puede apreciar un canal real utilizado para el suministro de agua en un sistema de riego:

Figura 75. Canal de sección transversal trapezoidal



Fuente: elaboración propia

Los elementos geométricos de esta sección son los siguientes:

$$\text{Área mojada} = A = (B + 2 \times z \times Y) \times Y$$

$$\text{Perímetro mojado} = P = B + 2 \times Y \times \sqrt{1 + Z^2}$$

$$\text{Radio hidráulico} = R = \frac{(B + Z \times Y) \times Y}{(B + 2 \times Y \times \sqrt{1 + Z^2})}$$

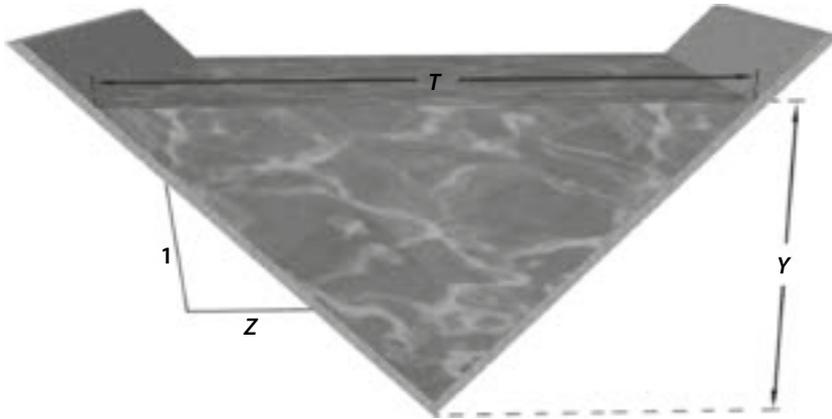
$$\text{Ancho superficial} = T = B + 2 \times Z \times Y$$

$$\text{Profundidad hidráulica} = D = \frac{(B + ZY) \times Y}{(B + 2 \times z \times Y)}$$

La sección óptima para este caso se obtiene cuando Z es igual a $\frac{\sqrt{3}}{3} = \tan(30^\circ)$.

En la figura 76 se muestra la sección transversal de un canal triangular, los elementos geométricos de esta sección son:

Figura 76. Canal se sección transversal triangular



Fuente: elaboración propia

$$\text{Área mojada} = A = z \times Y^2$$

$$\text{Perímetro mojado} = P = 2 \times Y \times \sqrt{1 + Z^2}$$

$$\text{Radio hidráulico} = R_H = \frac{Z \times Y}{\sqrt{1 + Z^2}}$$

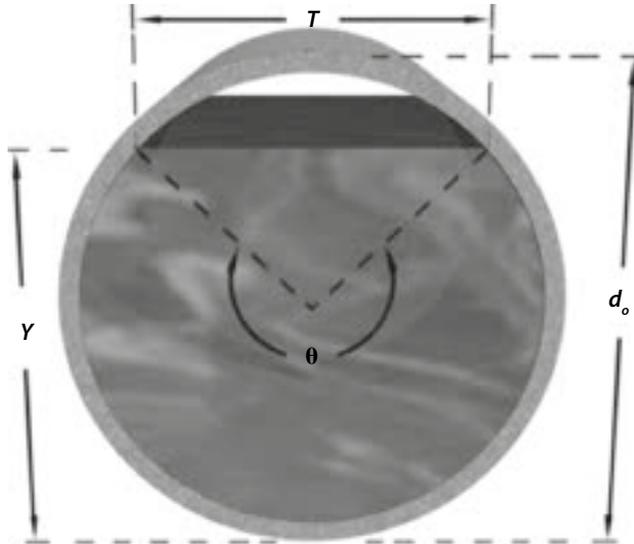
$$\text{Ancho superficial} = T = 2 \times z \times Y$$

$$\text{Profundidad hidráulica} = D = \frac{Y}{2}$$

La sección óptima para este caso se obtiene cuando el ángulo en el vértice es de 90° para $z = 1$.

En la figura 77 se muestra la sección transversal de un canal circular, los elementos geométricos de esta sección son:

Figura 77. Canal de sección transversal circular



Fuente: elaboración propia

$$\text{Área mojada} = A = \left(\frac{1}{8}\right)(\theta - \text{sen } \theta) * d_o^2$$

$$\text{Perímetro mojado} = P = \left(\frac{1}{2}\right) * \theta * d_o$$

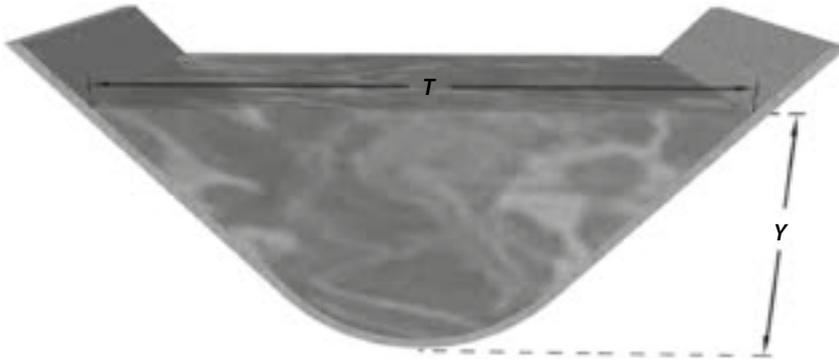
$$\text{Radio hidráulico} = R_H = \left(\left(\frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}\right)\right) * d_o$$

$$\text{Ancho superficial} = T = \left(\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) * d_o, \text{ también } T = 2\sqrt{Y(d_o - Y)}$$

$$\text{Profundidad hidráulica} = D = \frac{Y}{2}$$

La sección óptima para este caso se obtiene cuando $d_o = 2Y$ y $T = 2Y$

En la figura 78 se muestra la sección transversal de un canal parabólico, los elementos geométricos de esta sección son:

Figura 78. Canal se sección transversal parabólica

Fuente: elaboración propia

$$\text{Área mojada} = A = \left(\frac{2}{3}\right)(T \times Y)$$

$$\text{Perímetro mojado} = P = \left(T + \left(\frac{8}{3}\right)\left(\frac{Y^2}{T}\right)\right)$$

$$\text{Radio hidráulico} = R_H = \frac{(2 \times T^2 \times Y)}{3 \times T^2 + 8 \times Y^2}$$

$$\text{Ancho superficial} = T = \left(\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{A}{Y}\right)\right)$$

$$\text{Profundidad hidráulica} = D = \left(\frac{2}{3}\right)$$

6.2.3 Energía del flujo en un canal

La energía de flujo en un canal se puede expresar a través de la energía específica de este. Esta corresponde a la suma de la profundidad de flujo Y (medida desde el fondo del canal) y la cabeza o altura de velocidad $\frac{v^2}{2g}$, como se indica en la ecuación 61:

$$E = Y + \frac{v^2}{2g}$$

Ecuación 61


¡Para tener en cuenta!

La energía específica se puede expresar en función del caudal, teniendo en cuenta que $V = \frac{Q}{A}$, ecuación 62.

$$E = Y + \frac{Q^2}{2gA^2} = Y + \frac{Q^2}{2g \times B^2 \times Y^2};$$

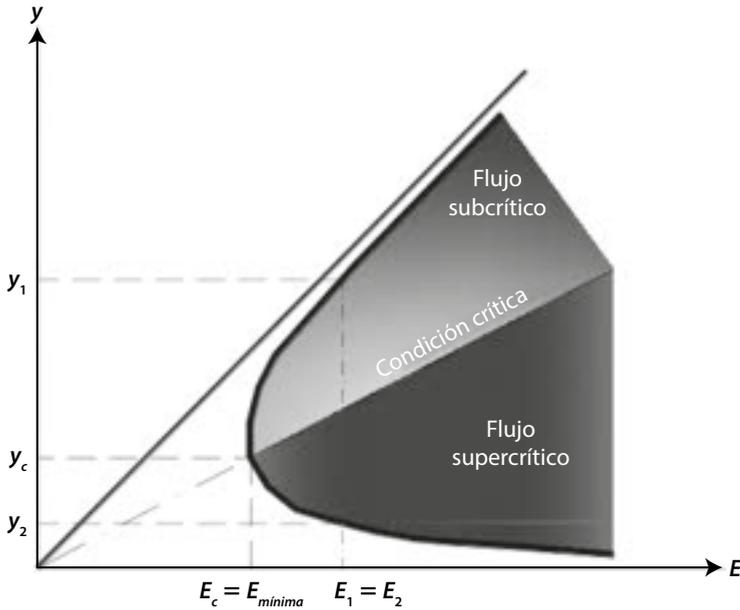
$$\text{con } \frac{Q}{B} = q \Rightarrow E = Y + \frac{q^2}{2gY^2} \quad \text{Ecuación 62}$$

Donde E es la energía específica del flujo en m , Q es el caudal en m^3/s , A es el área de la sección transversal del flujo en m^2 , B es el ancho del canal en m , Y es la profundidad de flujo en m , q es el flujo por unidad de ancho en $m^3/(s \times m)$ y g es la aceleración de la gravedad en m/s^2 .

El término q en la ecuación de energía específica corresponde al flujo por unidad de ancho que, para el caso de canal rectangular, está dado como $q = \frac{Q}{B}$.

Si se grafica la profundidad de flujo Y vs. la energía específica E del flujo se obtiene la curva característica mostrada en la figura 79. En esta curva se puede apreciar que hay una condición donde el flujo posee la energía específica mínima y para este caso la profundidad de flujo en el canal corresponde a la profundidad crítica. Además, se puede apreciar que para una condición de energía determinada existen dos profundidades de flujo posibles alternas entre sí; una corresponde a la condición de flujo de baja velocidad (flujo subcrítico) y la otra a la condición de flujo de alta velocidad (flujo supercrítico).

Figura 79. Curva de energía específica



Fuente: elaboración propia

Para establecer si la condición de flujo es subcrítica o supercrítica, se debe determinar la profundidad de flujo crítica. Para el caso de un canal rectangular esta profundidad se puede estimar en función del caudal por unidad de ancho q o con el valor de la energía crítica (ecuación 63):

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \frac{2}{3}E_c \quad \text{Ecuación 63}$$

En la expresión anterior y_c está en metros, q en $\text{m}^3/(\text{s} \times \text{m})$, g es la aceleración de la gravedad equivalente a $9,81 \text{ m/s}^2$ y E_c es la energía crítica del flujo.

También se puede establecer si la condición de flujo es subcrítico o supercrítico conociendo el valor del número de Froude, el cual se determina por medio de la ecuación 64.

$$F_r = \frac{v}{\sqrt{gD}} \quad \text{Ecuación 64}$$

$\sqrt{gD} = C =$ celeridad de una onda elemental de gravedad

$D =$ profundidad hidráulica

$v =$ velocidad del flujo

$F_r < 1,0 \Rightarrow$ flujo subcrítico

$F_r > 1,0 \Rightarrow$ flujo supercrítico

$F_r = 1,0 \Rightarrow$ flujo crítico

¡Para tener en cuenta!

Si la altura del flujo en el canal es mayor a la altura crítica, el flujo es subcrítico y si es menor el flujo es supercrítico.

¡Para experimentar!

Una manera práctica de establecer si la condición de flujo en el canal es subcrítica o supercrítica consiste en crear una onda gravitacional en el flujo (esto se puede hacer lanzando un objeto al flujo para causar la perturbación); si esta onda puede propagarse hacia aguas arriba de donde cayó el objeto, esto nos indica que el flujo es subcrítico.

6.2.4 Expresión de la velocidad en canales

Una de las fórmulas más utilizadas para el cálculo de canales es la de Manning, la cual permite determinar la velocidad media del flujo en un canal y se expresa como muestra la ecuación 65:

$$v = \frac{1}{n} \times R^{2/3} \times S^{1/2} \quad \text{Ecuación 65}$$

En la ecuación anterior se tiene que v es la velocidad media en m/s, R es el radio hidráulico en metros, S es la pendiente de la línea de energía que se puede tomar como la pendiente del fondo del canal que se da como fracción a tanto por 1 (metro de altura por metro de longitud de canal) y n es el coeficiente de rugosidad de Manning.

En la tabla 15 se muestran algunos valores del coeficiente de rugosidad “ n ”. Para el caso de tubería (de gres) vitrificada, el coeficiente de rugosidad n se toma como 0,013.

Para la determinación del caudal utilizando la ecuación de Manning se multiplica la velocidad por el área mojada de la sección transversal del flujo, como indica la ecuación 60 en la que Q está en m^3/s , v en m/s y A en m^2 ; las demás variables son las mismas indicadas para la ecuación 66.

$$Q = v \times A = \frac{1}{n} \times A \times R^{2/3} \times S^{1/2} \quad \text{Ecuación 66}$$

Tabla 15. Valores de coeficiente de rugosidad n

Tipo de canal y descripción	Coefficiente de rugosidad n
Conductos cerrados que fluyen parcialmente llenos	
Alcantarilla en concreto con curvas, conexiones y algo de basuras.	0,013
Alcantarillado de aguas residuales en concreto, con pozos de inspección, entradas, etc., recto.	0,015
Alcantarilla vitrificada con pozos de inspección, entradas, etc.	0,015
Mampostería en ladrillo revestida con mortero de cemento	0,015
Canales revestidos	
Canal en concreto terminado con llana metálica	0,013
Canal en concreto terminado con llana de madera	0,015
Canal en concreto sin pulir	0,017
Canal en ladrillo barnizado o lacado	0,013
Canal en ladrillo revestido con mortero de cemento	0,015
Revestimiento vegetal	0,030 – 0,500
Canal excavado o dragado	
Cortes en roca lisos y uniformes	0,035
Cortes en roca afilados e irregulares	0,040
Canal en tierra, recto y uniforme (limpio, después de exposición a la intemperie)	0,022
Canal en tierra, recto y uniforme – con pastos cortos y algunas malezas.	0,027
Canal en tierra, serpenteante y lento – sin vegetación	0,025
Canal en tierra, serpenteante y lento – pastos y algunas malezas.	0,030

Fuente: Chow (1994, p. 108-111).

Velocidad mínima permisible. Corresponde a la velocidad mínima que debe llevar el flujo en el canal de modo que no se produzca sedimentación del material suspendido que lleva el agua o el crecimiento de plantas acuáticas y de musgo.

¡Para tener en cuenta!

Para sistemas de aducción o conducción relacionados con el transporte de agua, se recomienda una velocidad mínima de 0,5 m/s; en cambio la velocidad máxima se establece a partir de los valores recomendados para el tipo de material que recubre el canal o el ducto (Ministerio de vivienda, ciudad y territorio de Colombia, 2017 p. 40).

Velocidad máxima permisible. Cuando el lecho del canal tiene la posibilidad de erosionarse, se deben garantizar velocidades de flujo que no produzcan erosión. Estas velocidades se indican en la tabla 16.

Tabla 16. Velocidad máxima permisible (m/s)

Material excavado	Agua clara	Agua que transporta limos coloidales
Arena fina no coloidal	0,457	0,762
Barro arenoso no coloidal	0,533	0,762
Fango de sedimentos no coloidal	0,609	0,914
Sedimentos aluviales no coloidal	0,609	1,067
Barro firme ordinario	0,762	1,067
Ceniza volcánica	0,765	1,067
Grava fina	0,762	1,524
Arcilla consistente coloidal	1,143	1,524
Material graduado de barro a guijarros, no coloidal	1,143	1,524
Material graduado de sedimentos a guijarros, coloidal	1,219	1,676
Grava gruesa no coloidal	1,219	1,829
Guijarros y cascajos	1,524	1,676
Pizarras y conglomerados	1,829	1,829

Fuente: Silva (1981, p. 41).

6.3 Borde libre en un canal

Este parámetro, que debe definirse al realizar el diseño de un canal, corresponde a la distancia entre la superficie libre del agua hasta la parte superior del canal. Esta altura adicional a la altura de diseño del canal se requiere para evitar reboses por posibles variaciones en la profundidad de flujo que pueden estar asociadas con:

- Ondas o fluctuaciones en la superficie del agua.
- Posible incertidumbre en la determinación del caudal de diseño.
- Aumento del nivel de flujo en zonas de cambios de alineamiento del canal (sobre elevación en el lado convexo de la curva debida a la alta velocidad del flujo y el ángulo de deflexión).
- Aparición de resaltos por cambios en la pendiente del canal.
- Depósito de sedimentos que ocasionen aumento en la profundidad de flujo en el canal.

Incluso cuando en la literatura se encuentran recomendaciones para el borde libre como un porcentaje de la profundidad de flujo (< al 5 % hasta > al 30 %) ¹⁴¹⁴, el USBR ¹⁵¹⁵ recomienda, para canales no revestidos, estimar el borde libre con la ecuación 67:

$$F = \sqrt{C \times y} \quad \text{Ecuación 67}$$

Donde:

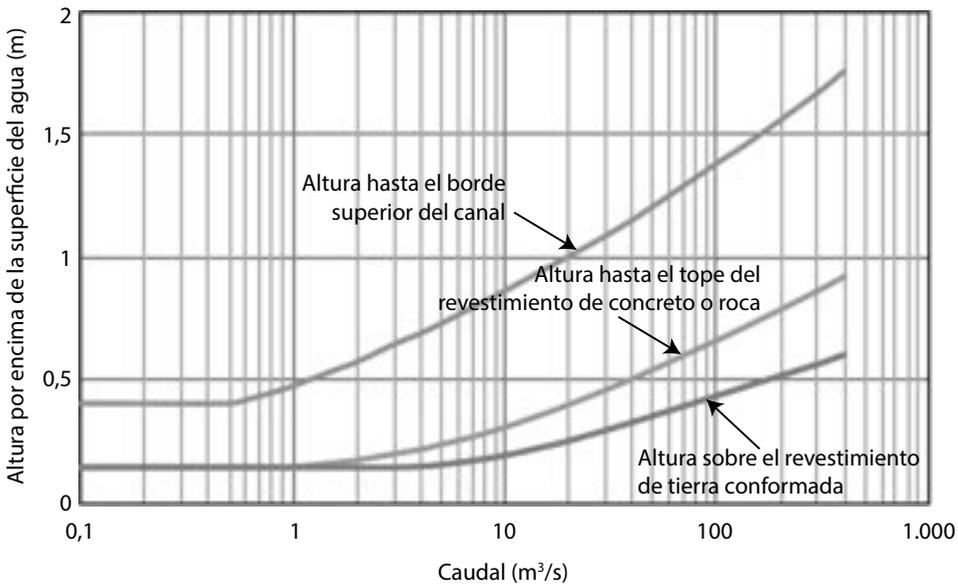
F = borde libre en m

C = coeficiente que puede tomar valores desde 0,46 para canales con flujos de hasta $0,6 \text{ m}^3/\text{s}$ hasta 0,76 para canales con caudales hasta $85 \text{ m}^3/\text{s}$.

y = profundidad de flujo en el canal en m .

Para el caso de canales revestidos, el borde libre se puede estimar con la ayuda de la figura 80.

Figura 80. Borde libre recomendado en canales revestidos



Fuente: Adaptada de Bolinaga (1979).

14 Chow, Ven Te. Hidráulica de canales abiertos. 1994, pág. 156.

15 United States Bureau of Reclamation.

6.4 El resalto hidráulico

Cuando un flujo pasa de un estado de flujo supercrítico (de alta velocidad) a un estado subcrítico (de baja velocidad), el cambio se muestra con un cambio rápido en la profundidad del flujo desde un nivel bajo a uno alto. En la zona donde ocurre lo anterior se produce un resalto hidráulico. Esta situación se describe en la figura 81. En el resalto hidráulico se disipa energía. En el paso del flujo de la profundidad “ Y_1 ” a la profundidad “ Y_2 ” se está transformando parte de la energía cinética del flujo en energía de presión en 2. En la zona 1 el flujo tiene una v_1 que corresponde a condiciones de flujo supercrítico y en la zona 2, se tiene una velocidad v_2 que corresponde a condiciones de flujo subcrítico.

La pérdida de energía que se produce en el resalto hidráulica para un canal rectangular como el de la figura 81 se puede determinar con la ecuación 68.

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{(Y_2 - Y_1)^3}{(4 \times Y_1 \times Y_2)} \quad \text{Ecuación 68}$$

Donde:

ΔE = pérdida de energía en el resalto.

E_1 = energía específica en la sección 1 del flujo (antes del resalto)

E_2 = energía específica en la sección 2 del flujo (después del resalto)

Y_1 = profundidad de flujo en la sección 1 antes del resalto

Y_2 = profundidad de flujo en la sección 2 después del resalto

Figura 81. Resalto hidráulico



Fuente: elaboración propia

**¡Para tener en cuenta!**

El resalto hidráulico ocurre con frecuencia en un canal por debajo de una compuerta deslizante de regulación, en la parte aguas abajo de un vertedero o en el sitio donde un canal con alta pendiente se vuelve casi horizontal de manera súbita (Chow, 1994).

¡Para recordar!

La profundidad del flujo antes del resalto hidráulico es menor que la profundidad crítica del flujo y, luego del resalto hidráulico, es mayor que la profundidad crítica.

El resalto hidráulico tiene múltiples aplicaciones tales como (Chow, 1994):

- Disipar la energía del agua que fluye sobre presas vertederos, entre otros; y prevenir de esta manera la socavación aguas debajo de las estructuras.
- Mantener un nivel alto del agua en el canal de irrigación o de cualquier estructura para distribución de aguas.
- Aumentar el caudal por debajo de una compuerta deslizante manteniendo alejada la profundidad de aguas abajo.
- Mezclar químicos utilizados en la purificación del agua.
- Remover bolsas de aire en las líneas de suministro de agua y prevenir el taponamiento por aire.
- Airear el agua en sistemas de suministro urbano.

A continuación, se desarrollan algunos ejemplos que permitirán aplicar los conceptos relacionados con el flujo en canales abiertos:

6.5 Ejemplos unidad 6

Ejemplo 6.1

Determine la profundidad normal y crítica en un canal rectangular si $Q = 0,142 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 0,045$, y $S = 0,008$, ¿es el flujo uniforme en este canal subcrítico o supercrítico?

Utilizando la ecuación de Manning para el caudal se tiene:

$$Q = v \times A = \frac{1}{n} \times A \times R^{2/3} \times S^{1/2}$$

$$Q = 0,142 = \frac{1}{0,045} \times (B \times Y) \times \left(\frac{B \times Y}{B + 2 \times Y} \right)^{2/3} \times (0,008)^{1/2}$$

$$0,142 \times \frac{0,045}{0,008^{1/2}} = \frac{(B \times Y)^{2/3+1}}{(B + 2 \times Y)^{2/3}} = 0,0714$$

$$0,0714 = \frac{(B \times Y)^{5/3}}{(B + 2 \times Y)^{2/3}}$$

Utilizando la sección transversal óptima para el caso de un canal rectangular se tiene que $B = 2 \times Y$, cuando se rempazan las variables se tiene:

$$0,0714 = \frac{(2 \times Y \times Y)^{5/3}}{(2 \times Y + 2 \times Y)^{2/3}} = \frac{(2Y^2)^{5/3}}{(4Y)^{(2/3)}} = \frac{(2)^{5/3} \times Y^{10/3}}{(4)^{2/3} \times Y^{2/3}}$$

$$0,0714 = 1,26 \times Y^{(10/3-2/3)} = 1,26 \times Y^{8/3}$$

$$Y = 0,342 \text{ m}$$

La altura normal del flujo para las condiciones dadas, a través de un canal rectangular con sección transversal óptima es de 0,341 m.

Para determinar la profundidad crítica, se calcula el flujo por unidad de ancho q teniendo en cuenta que $B = 2 \times Y$.

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{0,142}{2 \times 0,341} = 0,2082 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \times \text{m}}$$

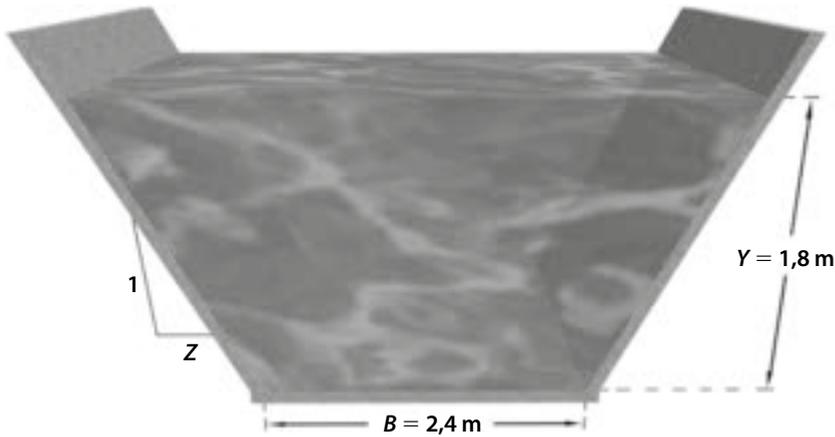
$$Y_c = \sqrt[3]{\frac{0,2082^2}{9,81}} = 0,164 \text{ m}$$

En este caso, la altura normal del flujo de 0,341 m es mayor que la altura crítica 0,164, por lo tanto, el flujo es subcrítico, es decir, es un flujo suave o tranquilo.

Ejemplo 6.2

Se transporta agua por un canal en tierra que presenta pastos cortos y algunas malezas con la sección transversal mostrada en la figura 82. Determine el caudal que se transporta en el canal si su sección es trapezoidal, el ancho en el fondo es de 2,4 m y posee la sección óptima para este tipo de canal. La profundidad uniforme es 1,8 m y la pendiente del fondo del canal es de 0,009.

Figura 82. Sección canal ejemplo 6.2



Fuente: elaboración propia

Para determinar el caudal se calcula velocidad utilizando la ecuación de Manning y teniendo en cuenta que $Z = \frac{\sqrt{3}}{3}$ y n de acuerdo con la tabla 15 es igual a 0,027.

$$v = \frac{1}{n} \times R^{2/3} \times S^{1/2}$$

$$v = \frac{1}{0,027} \times \left(\frac{(2,4 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1,8) \times 1,8}{\left(2,4 + 2 \times 1,8 \times \sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2} \right)} \right)^{2/3} \times 0,009^{1/2}$$

$$v = \frac{0,009^{1/2}}{0,027} \times \left(\frac{6,191}{6,557} \right)^{2/3} = 3,382 \text{ m/s}$$

El caudal que transporta el canal trapezoidal está dado por $v \times A$, luego $Q = 3,382 \times 6,191 = 20,94 \text{ m}^3/\text{s}$.

Ejemplo 6.3

Se desea construir una acequia (canal) para riego como el mostrado en la figura 83, en un terreno constituido por un barro firme ordinario ($n = 0,02$) que tenga las siguientes dimensiones:

Ancho de solera = 0,6 m

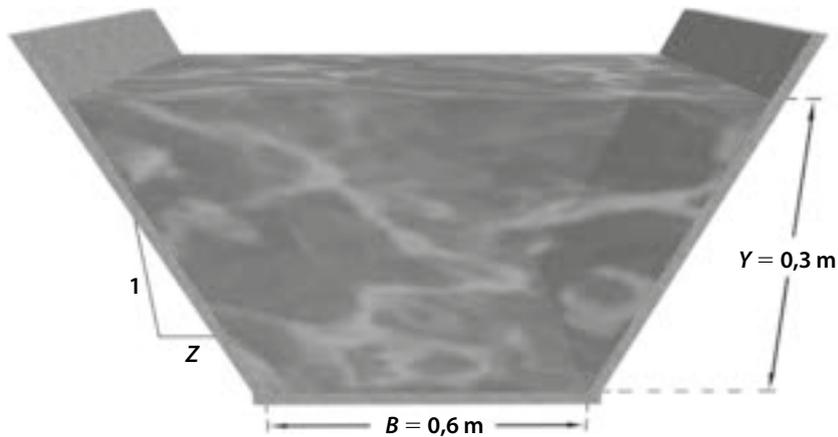
Profundidad total = 0,525 m

Las paredes laterales tienen una inclinación de 45°

Profundidad del agua = 0,3 m

Pendiente de la solera (fondo del canal) = 1:1.000

Figura 83. Sección canal ejemplo 6.3



Fuente: elaboración propia

Se desea determinar el área de la sección transversal del flujo, el perímetro mojado, el radio hidráulico, la velocidad media de la corriente y el caudal que se transportará por el canal. Además, se debe especificar si habrá o no posibilidad de erosión en el canal.

Se comienza por determinar el área mojada, para esto se utiliza la expresión dada anteriormente para este tipo de canales teniendo en cuenta que $z = 1$:

$$A = (B + 2 \times z \times Y) \times Y$$

$$A = (0,6 + 2 \times 1 \times 0,3) \times 0,3$$

$$A = 0,36 \text{ m}^2$$

Para el perímetro mojado se tiene:

$$P = B + 2 \times Y \times \sqrt{1 + Z^2}$$

$$P = 0,6 + 2 \times 0,3 \times \sqrt{1 + 1^2} = 1,45 \text{ m}$$

El radio hidráulico:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{0,36}{1,45} = 0,248 \text{ m}$$

Para calcular la velocidad media del flujo se utiliza la ecuación de Manning:

$$v = \frac{1}{n} \times R^{2/3} \times S^{1/2}$$

$$v = \frac{1}{0,02} \times 0,248^{1/2} = 0,624 \text{ m/s}$$

El caudal que se transportará por el canal es:

$$Q = v \times A$$

$$Q = (0,624 \text{ m/s}) \times (0,36 \text{ m}^2) = 0,225 \text{ m}^3/\text{s} = 225 \text{ litros por segundo.}$$

La velocidad media está por debajo de la velocidad máxima permisible para este tipo de terreno recomendada (0,762 m/s para agua limpia y 1,067 m/s para agua con limos coloidales en suspensión). Esto significa que no se producirá erosión en el canal.

Ejemplo 6.4

Se desea derivar un caudal de 20 litros por segundo de un río cercano con el fin de alimentar un canal de riego. La conducción entre la estructura de toma y el canal de riego se hace mediante un canal rectangular. En el tanque de salida de la estructura de toma el agua alcanza una altura de 1,2 m y se entrega al canal rectangular mediante un orificio ubicado a 25 cm del fondo del tanque. Se requiere diseñar el orificio de salida del tanque, el canal y el vertedero de descarga en el canal de riego si a este debe llegar el 10 % del caudal total.

Inicialmente se realiza el diseño del orificio de salida del tanque, para ello se utiliza la expresión que permite calcular el caudal en un orificio de bordes redondeados:

$$Q = C_d \times A \times \sqrt{2gH}$$

Para este caso la altura sobre la línea media del orificio H es de 0,95 m (porque está a 25 cm sobre el fondo del tanque), el coeficiente C_d se toma de la tabla 10, a saber, 0,6 suponiendo una relación e/D (espesor pared tanque / diámetro orificio) menor a 0,5. Reemplazando se tiene:

$$0,02 = 0,6 \times A \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,95}$$

$A = 0,00772 \text{ m}^2 = \frac{\pi}{4} \times D^2$, despejando el diámetro D :

$D = 0,099 \text{ m} = 9,9 \text{ cm}$. Se toma un diámetro del orificio de 10 cm. Entonces, el caudal será:

$$Q = 0,6 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0,1^2 \right) \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,95} = 0,0203 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ahora se realizará el diseño del canal rectangular, para esto se asumirá que este canal será en concreto pulido con llana de madera (a partir de la tabla 15, se calcula $n = 0,015$). La pendiente se puede establecer de acuerdo a las condiciones topográficas del terreno, para este caso se tomará una pendiente de 1:1000 (0,001). Utilizando la fórmula de Manning para el caudal se tiene:

$$Q = A \times \frac{1}{n} \times R^{2/3} \times S^{1/2}$$

$$0,0203 = (B \times Y) \times \frac{1}{0,015} \times \left(\frac{B \times Y}{B + 2 \times Y} \right)^{2/3} = 0,001^{1/2}$$

$$\frac{0,0203 \times 0,015}{0,001^{1/2}} = (B \times Y) \times \left(\frac{B \times Y}{B + 2 \times Y} \right)^{2/3} = 0,00963$$

La sección más eficiente para el caso de un canal rectangular se obtiene cuando el ancho del canal B es igual a dos veces la profundidad de flujo en este ($B = 2Y$). Cuando se rempazan las variables se tiene:

$$((2 \times Y) \times Y) \times \left(\frac{(2 \times Y) \times Y}{(2 \times Y) + 2 \times Y} \right)^{2/3} = 0,00963$$

$$(2 \times Y^2) \times \left(\frac{2 \times Y^2}{4 \times Y} \right)^{2/3} = 0,00963 = (2 \times Y^2) \times \left(\frac{Y}{2} \right)^{2/3}$$

$$0,00963 = \frac{2}{2^{2/3}} \times Y^{(2+2/3)} = 2^{1/3} \times Y^{8/3}$$

$$Y^{8/3} = \frac{0,00963}{2^{1/3}} = 0,00764; Y = 0,00764^{3/8} = 0,161 \text{ m}$$

Luego la sección transversal del canal es:

$$B = 2 \times Y = 0,322 \text{ m}$$

$$A = B \times Y = 0,052 \text{ m}^2$$

Se puede conocer el estado del flujo en el canal determinando la altura crítica del flujo:

$$Y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(0,0203 / 0,322)^2}{9,81}} = 0,074 \text{ m}$$

Como la profundidad del flujo es mayor que la profundidad crítica el flujo en el canal será subcrítico, es decir, un flujo tranquilo de baja velocidad. Se verifica el valor de esta velocidad con los valores de velocidad mínima permisible para evitar que haya sedimentación o crecimiento de plantas:

$$Q = v \times A; v = \frac{Q}{A} = \frac{0,0203}{0,052} = 0,404 \text{ m/s}$$

Para que no haya sedimentación, la velocidad debe estar entre 0,6 y 0,9 m/s, luego para la velocidad obtenida que está por debajo de este rango se producirá algo de sedimentación.

Se puede rediseñar el canal asumiendo una velocidad de 0,6 m/s y con esta determinar el área mojada ($A = Q/v$). Con la velocidad asumida y la ecuación de Manning se puede obtener el radio hidráulico y a partir de esto calcular el perímetro ($P = A/R$). Luego, conocida el área y el perímetro, se resuelve el sistema de ecuaciones $P = 2 \times Y$ (sección más eficiente) y $A = B \times Y$ para B y Y . De esta manera, se obtendrá la nueva sección del canal para que la velocidad del flujo no permita sedimentación en este.

Para diseñar el vertedero de descarga en el canal de riego se toma un vertedero triangular a 90° , para el que la expresión para el caudal es:

$$Q = 1,38 \times H^{5/2} \text{ Donde } Q \text{ es el } 10 \% \text{ del caudal total.}$$

$$(0,1 \times 0,0203) = 1,38 \times H^{5/2}$$

$$H = ((0,1 \times 0,0203)/1,38)^{2/5}$$

$$H = 0,074 \text{ m} = 7,4 \text{ cm}$$

Dado que la profundidad de flujo en el canal es de 0,161 m, la parte inferior de la ranura del vertedero debe colocarse a una altura de 0,087 m (0,161-0,074) medidos desde el fondo del canal. Si bien la carga sobre el vertedero para el caudal determinado es de 7,4 cm, debe dejarse un borde libre de acuerdo la figura 80, lo que corresponde a un caudal inferior a $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$, además, se estima un borde libre de 15 cm (0.15 m).

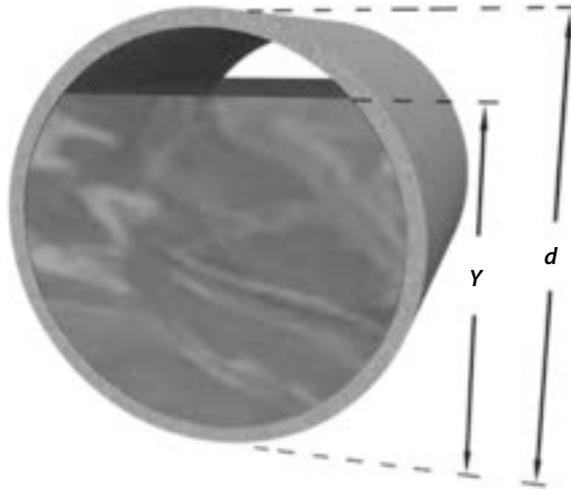
El diseño se resume a continuación:

- Diámetro orificio de salida del tanque = 10 cm
- Canal en concreto pulido con llana de madera
- Ancho del canal $B = 32,2 \text{ cm}$
- Profundidad de flujo en el canal = 16,1 cm
- Borde libre = 15 cm
- Vertedero de descarga en el canal de riego = Triangular a 90°

- Altura lámina de agua sobre la ranura del vertedero = 7,4 cm
- Altura de la ranura medida desde el fondo del canal = 8,7 cm

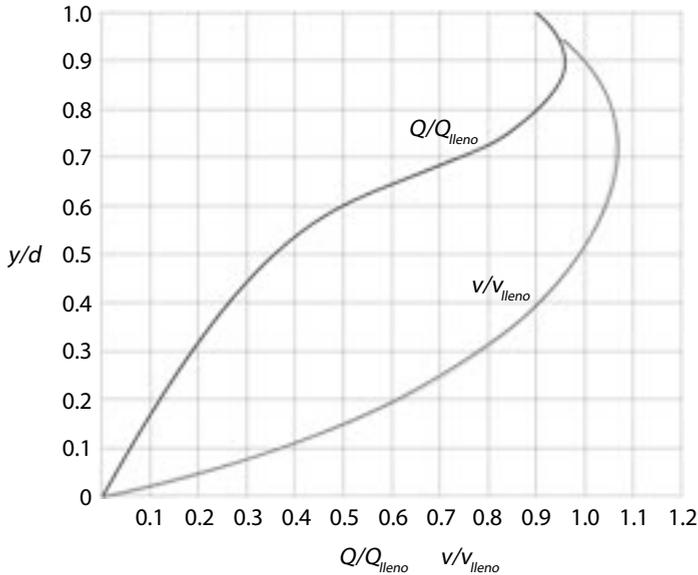
Ejemplo 6.5. Por una alcantarilla de drenaje (figura 84) fluye un caudal de 56 l/seg ($0,056 \text{ m}^3/\text{s}$) en un flujo uniforme. La alcantarilla tiene una pendiente del 1 por mil, un diámetro $D = 0,45 \text{ m}$ y un valor n de 0,015 (alcantarilla vitrificada con pozos de inspección). Calcular el nivel y la velocidad del flujo.

Figura 84. Sección alcantarilla ejemplo 6.5



Fuente: elaboración propia

El flujo en un sistema de alcantarillado se puede analizar para condiciones de flujo a superficie libre, para dicho análisis se han diseñado gráficas (figura 85) que facilitan los cálculos dado que los parámetros característicos más importantes del flujo se determinan en relación con los parámetros correspondientes al conducto totalmente lleno: $\left(\frac{Q}{Q_o}, \frac{v}{v_o}\right)$. Estas relaciones adimensionales solamente dependen de la relación de profundidad del flujo con respecto al diámetro del conducto d o D .

Figura 85. Gráfica de valores y/D para conductos parcialmente llenos

Fuente: elaboración propia

Para determinar el caudal a tubo lleno, se determina la velocidad en esta condición con ayuda de la ecuación de Manning:

$$V_{lleno} = \frac{1}{n} (R_H)^{2/3} (S)^{1/2} = \frac{1}{n} \left(\frac{A}{P} \right)^{2/3} (s)^{1/2} = \frac{1}{0,015} \left(\frac{\frac{\pi}{4} \times D^2}{\pi \times D} \right)^{2/3} \times (0,001)^{1/2}$$

$$V_{lleno} = \frac{1}{0,015} \left(\frac{\frac{\pi}{4} \times 0,45^2}{\pi \times 0,45} \right)^{2/3} \times (0,001)^{1/2} = 0,4913 \text{ m/s}$$

$$Q_{lleno} = V_{lleno} A_{lleno} = (0,4913) \left(\frac{\pi}{4} (0,45)^2 \right) \Rightarrow Q_{lleno} = 0,078 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$\frac{Q}{Q_{lleno}} = \frac{56}{78} = 0,718 \text{ de la figura 69 } \frac{y}{d_o} = 0,7$$

$$y = 0,7 \times d = 0,7 \times 0,45 \text{ m} = 0,315 \text{ m}$$

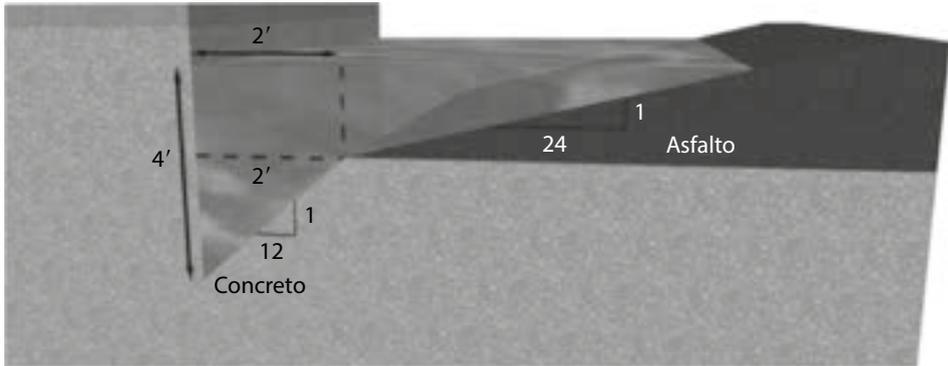
Para determinar la velocidad (figura 85) se tiene para $\frac{y}{d_o} = 0,7$ que $\frac{V}{V_{lleno}} = 1,08$.

$$V = 1,08 \times 0,4913 \Rightarrow V = 0,53 \text{ m/seg}$$

La altura de flujo en la alcantarilla es de 0,315 m y la velocidad del flujo de 0,53 m/s.

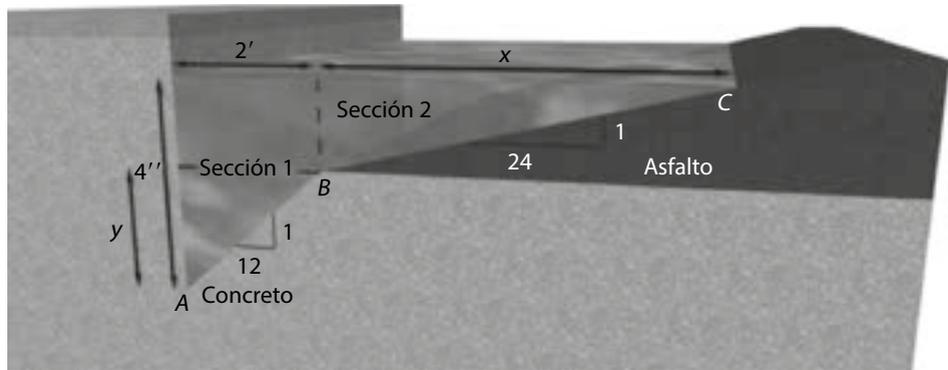
Ejemplo 6.6

¿Cuál es el caudal de rebose de una vía para una profundidad de 4 pulgadas y una pendiente longitudinal de 0.035? La cuneta está hecha de concreto ($n = 0,03$) con un $z = 12$ y un ancho superficial $T = 2$ pies. La vía está hecha en asfalto ($n = 0,021$) y con un $z = 24$ (figura 86).

Figura 86. Esquema ejemplo 6.6

Fuente: elaboración propia

Para determinar el caudal que fluye por la sección de la figura 70, se debe calcular por separado el caudal que se mueve por la sección 1 y el que se mueve por la sección 2 (figura 87).

Figura 87. Secciones para determinación del caudal ejemplo 6.6

Fuente: elaboración propia

Inicialmente se requiere conocer toda la geometría de la sección de flujo de la figura 87: altura y , distancia x , longitud AB y longitud BC . La profundidad de flujo de 4" equivale a $\frac{1}{3}$ ft.

Para la altura y se tiene en cuenta la pendiente de la cuneta:

$$\frac{1}{12} = \frac{y}{2 \text{ ft}} \Rightarrow y = \frac{2 \text{ ft}}{12} = \frac{1}{6} \text{ ft}$$

Distancia AB :

$$AB = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + 2^2} = 2,007 \text{ ft}$$

Distancia x :

$$\frac{1}{24} = \frac{\frac{1}{3} \text{ ft} - \frac{1}{6} \text{ ft}}{x} = \frac{\frac{1}{6} \text{ ft}}{x} \Rightarrow x = 4 \text{ ft}$$

Distancia BC :

$$BC = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + 4^2} = 4,003 \text{ ft}$$

$$Q_{\text{total}} = Q_1 + Q_2$$

Caudal en la sección 1 = Q_1 :

$$A_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) (2) = 0,5 \text{ ft}^2 = 0,0465 \text{ m}^2$$

$$P_1 = \frac{1}{3} + 2,007 = 2,34 \text{ ft} = 0,7132 \text{ m}$$

$$R_{H_1} = \frac{A_1}{P_1} = \frac{0,5}{2,34} = 0,2136 \text{ ft} = 0,0651 \text{ m}$$

$$Q_1 = A \times v = (0,0465 \text{ m}^2) \times \frac{1}{0,03} \times ((0,0651)^{2/3} (0,035)^{0,5}) \Rightarrow Q_1 = 0,0469 \text{ m}^3/\text{s}$$

Caudal en la sección 2 = Q_2 :

$$A_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \right) (4) = 0,33 \text{ ft}^2 = 0,031 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 4,003 \text{ ft} = 1,22 \text{ m}$$

$$R_{H_2} = \frac{A_2}{P_2} = \frac{0,031 \text{ m}}{1,22 \text{ m}} = 0,025 \text{ m}$$

$$Q_2 = A \times v = (0,031 \text{ m}^2) \times \frac{1}{0,021} \times ((0,025)^{2/3} (0,035)^{0,5}) \Rightarrow Q_2 = 0,024 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{\text{total}} = 0,0469 + 0,024 = 0,071 \text{ m}^3/\text{s}$$

6.6 Recapitulación

Un canal es un conducto por el que fluye el agua a flujo libre, es decir, sobre la superficie actúa la presión atmosférica; esto significa que la línea piezométrica coincide con la superficie libre del flujo en el canal.

El flujo en un canal se ve influenciado por la viscosidad y por la gravedad, lo que permite que se presenten determinados estados de flujo. Los estados de flujo debido a la acción de la viscosidad son el turbulento y el laminar y, debido a la gravedad, se tienen flujos subcríticos y supercríticos. El flujo subcrítico es un flujo tranquilo de baja velocidad y el supercrítico es un flujo de alta velocidad.

Los elementos geométricos de la sección de un canal son: el área mojada (A), el perímetro mojado (P), el radio hidráulico (A/P), el ancho superficial (T) y la profundidad hidráulica ($D = A/T$). Para el caso de un canal rectangular, la sección hidráulica óptima se da cuando el ancho del canal es dos veces la profundidad de flujo y para una sección trapezoidal se da cuando Z es igual a $\tan(30^\circ)$, estas secciones óptimas se utilizan para canales revestidos.

La energía del flujo en un canal se define con la energía específica (E); esta es mínima en el caso en el que la altura del flujo es crítica. Al graficar la energía específica y la altura del flujo, se obtiene la curva de energía específica en la que se aprecian las dos condiciones de flujo: subcrítico y supercrítico y, para un valor de energía dado, se tienen dos alturas alternas de flujo una en la condición subcrítica y la otra en la condición supercrítica.

La altura crítica de flujo en un canal rectangular se determina por medio de una expresión que relaciona el caudal por unidad de ancho y la aceleración gravedad.

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}; \text{ si } Y < y_c, \text{ el flujo es supercrítico; si } Y > y_c, \text{ el flujo es subcrítico; y si}$$

$Y = Y_c$ el flujo es crítico.

La velocidad media del flujo en un canal se puede determinar utilizando la ecuación de Manning:

$$v = \frac{1}{n} \times R^{2/3} \times S^{1/2}$$

Aquí, n es un coeficiente de rugosidad que depende del material de que está hecho el canal; R es el radio hidráulico y S es la pendiente de la línea del gradiente de energía (esta es igual a la del fondo del canal).

La velocidad media del flujo en el canal debe ser mayor a un valor mínimo para que no se depositen sedimentos en este o se propicie el crecimiento de plantas

acuáticas; además, debe ser menor que un valor máximo para que el fondo o las paredes de este no sufran deterioro por el proceso de erosión.

En ocasiones, cuando el flujo en un canal pasa de una condición de flujo supercrítico a subcrítico (de alta velocidad a una de baja velocidad), se presenta un fenómeno local que consiste en el aumento gradual del nivel del flujo. Este se conoce como resalto hidráulico y se le han dado diferentes aplicaciones como: disipar energía de aguas abajo del vertedero de descarga, crear condiciones de turbulencia para la mezcla de químicos en las plantas de tratamiento de agua potable, mantener un determinado nivel en las derivaciones en canales de riego, etc.

6.7 Ejercicios unidad 6

Ejercicio 6.1

Determinar si el flujo que se mueve por un canal trapezoidal corresponde a régimen subcrítico, crítico o supercrítico. El canal transporta un caudal de 70 l/s, tiene un ancho $B = 1$ m, un ancho superficial $T = 2$ m y la profundidad de flujo es de 0,6 m.

Ejercicio 6.2

Un flujo en un canal rectangular tiene una profundidad de 1,0 m y para este flujo corresponde una energía crítica de 1,2 m

- Identificar si el flujo es subcrítico o supercrítico
- Encontrar la profundidad alterna

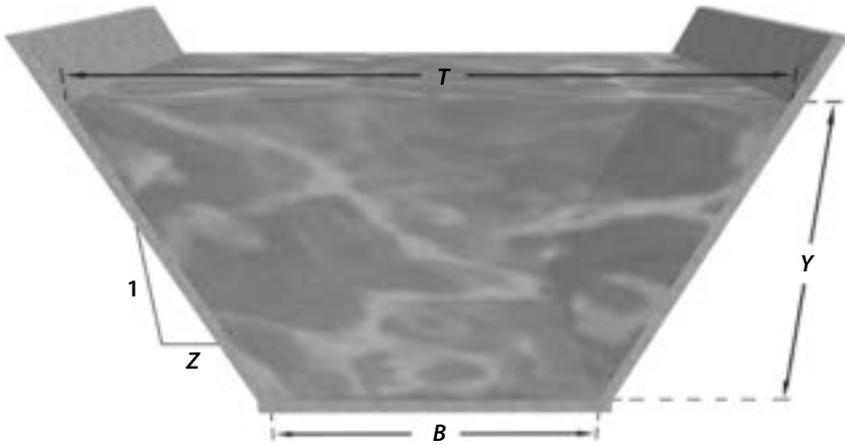
Ejercicio 6.3

Un canal rectangular revestido en concreto sin pulir de 4 m de ancho transporta un caudal de 14 m³/s. La pendiente del canal es del 1:1000. Determinar:

- La profundidad de flujo en el canal
- La energía específica del flujo
- El tipo de flujo que se presenta en el canal
- Especificar si habrá o no sedimentación en el canal

Ejercicio 6.4

Calcular una acequia (canal) para riego con sección trapezoidal (figura 88) que va tomar una quinta parte del caudal del canal secundario que corresponde a 1.000 litros por segundo. El fondo del canal estará asentado sobre tierra firme con una pendiente 1:1.000.

Figura 88. Canal trapezoidal del ejercicio 6.4

Fuente: elaboración propia

Ejercicio 6.5. Resolver el ejemplo 6.4 para un caudal de 50 litros por segundo.

BIBLIOGRAFÍA

- Beltrán, R. (1990). *Introducción a la mecánica de fluidos*. Mc Graw-Hill.
- Chanson, H. (2002). *Hidráulica de flujos en canales abiertos*. Mc Graw-Hill
- Chow, V. T. (2004). *Hidráulica de canales abiertos*. Mc Graw-Hill.
- Corcho, F. H. y Duque, J. I. (2005). *Acueductos. Teoría y Diseño*. Universidad de Medellín.
- Corzo S. y Fabio, A. (1987). *Hidráulica general*. UFPS.
- Efactor300. (2014). *Instrucciones de uso Caudalímetro magneto-inductivo*. automation24.com. <https://media.automation24.com/manual/es/706222UK.pdf>
- Fernández, B. (2018). *Introducción a la mecánica de fluidos*. Alfaomega.
- French, R. H. (1988). *Hidráulica de canales abiertos*. Mc Graw-Hill.
- Fox, R., McDonald, A. y Pritchard, P. (2004). *Introduction to fluid mechanics. Sixth Edition*. John Wiley & Sons, inc.
- Gavilán, E. (2001). *Manual de diseño de drenajes superficiales y subsuperficiales en vías*. Ediciones UIS.
- Giles, R., Evett, J., y Liu, C. (1998). *Mecánica de los fluidos e hidráulica*. Mc Graw-Hill.
- Gómez, S. (2004). *Notas de Mecánica de fluidos para ingenieros civiles*. Ediciones UIS.
- Henderson, F. M. (1966). *Open Channel Flow*. Macmillan.
- Lemos, R. (1999). *Drenaje vial superficial y subterráneo*. Universidad del Cauca.
- Manrique, R. C. (1991). *Instalaciones hidráulicas*. UFPS.
- Materón, H. (1997). *Obras hidráulicas rurales*. Editorial Universidad del Valle.
- Mott, R. L. (2006). *Mecánica de fluidos aplicada*. Pearson. Prentice Hall.
- Naudasher, E. (2001). *Hidráulica de canales Diseño de estructuras*. Editorial Limusa
- Pavco. (2000). *Manual técnico Tubosistemas Presión PVC*.
- Potter, M., Wiggert, D., y Ramadan, B. (2002). *Mecánica de fluidos*. cengage Learning.
- Rivera, L. A. (s. f.) *Riegos y aguas subterráneas*. UFPS.

- Saldarriaga, J. (2001). *Hidráulica de tuberías*. McGraw-Hill.
- Shames, I. H. (1995). *Mecánica de fluidos*. McGraw-Hill.
- Silva, L. F. (1984). *Diseño de acueductos y alcantarillados*. Universidad Javeriana.
- Sotelo, G. (1994). *Hidráulica general*. Limusa, Noriega Editores.
- Streeter, V. L. (1999). *Mecánica de fluidos*. Mc Graw-Hill.
- Todoinoxidable (2020). *Todoinoxidable web*. <https://tododeinoxidable.com.mx/>.
- Viejo, M. y Álvarez J. (2005). *Bombas. Teoría, diseño y aplicaciones*. Editorial Limusa.
- Li, W. y Lam, S. (1983). *Principles of fluid mechanics*. Addison-Wesley Publishing.

APÉNDICE A.

FACTORES DE USO COMÚN PARA CONVERSIÓN DE UNIDADES AL SI

Longitud

1 pulgada equivale a 2,54 cm = 0,0254 m

1 pie equivale a 12 pulgadas = 30,48 cm = 0,3048 m,

1 μm (micrómetro) equivales a 10^{-6} m

Fuerza

1 kgf (kilogramo fuerza) equivale a 2,2026 lbf (libras fuerza) = 9,81 N

1 kN (kilo newton) equivale a 1.000N

1 MN (Mega newton) equivale a 1×10^6 N

1 GN (Giga newton) equivale a 1×10^9 N

Capacidad - Volumen

1 litro (l) equivale a 1.000 ml = $1.000 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$

1 pie³ (pie cúbico) equivale a 28,3168 litros = $2,8317 \times 10^{-2} \text{ m}^3$

1 gal (galón) equivale a 3,7854 litros = $3,7854 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

Caudal

1 l/s (litro por Segundo) equivale a 264,17 gal/min = 0,001 m³/s

1 pie³/s equivale a 448,8 gal/min = 2,8317 × 10⁻² m³/s

Potencia

1 caballo de fuerza (*hp*) equivale a 0,746 kW (kilovatios) = 76 kgf × m/s

1 *c_v* (caballo de vapor) equivale a 0,736 kW = 0,986 *hp* = 75 kgf × m/s

Presión

1 lbf/pie² (psf) equivale a 0,006944 lbf/pulg² (psi) = 4,88243 kgf/m² = 47,8803 Pa (pascales)

1 lbf/pulg² = 1 psi equivale a 6894,76 Pa

1 atm (atmósfera) equivale a 760 mm Hg (mercurio) = 30 pulgadas de Hg = 34 pies de agua = 14,7 lbf/pul² (psi) = 1,033 kgf/cm² 101.300 Pa

1 lbf/pulg² (1 psi) equivale a 0,070307 kgf/cm² = 6894,76 Pa

1 ksi (1.000 psi) equivale a 6.894,76 kPa (kilo pascal)

1 kPa equivale a 1.000 Pa

1 MPa (mega pascal) equivale a 10⁶ pascal es = 1.000 kPa

1 GPa (giga pascal) equivale a 10⁹ pascal es = 10⁶ kPa = 1.000 MPa

APÉNDICE B.

CENTROIDES DE ÁREAS TÍPICAS

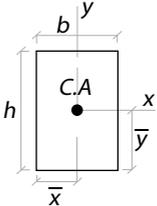
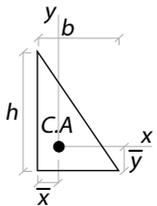
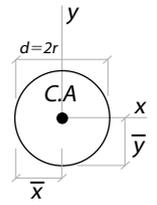
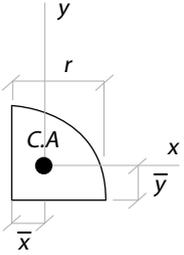
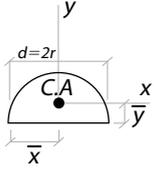
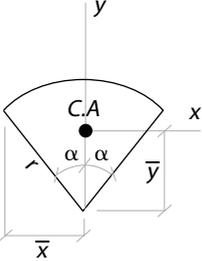
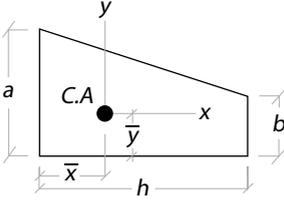
Figura	Área	\bar{x}	\bar{y}
<p>Rectángulo</p> 	$b \times h$	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$
<p>Triángulo rectángulo</p> 	$\frac{b \times h}{2}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$
<p>Círculo</p> 	$\pi \times r^2$	$\frac{r}{2}$	$\frac{r}{2}$

Figura	Área	\bar{x}	\bar{y}
<p>Cuarto de círculo</p> 	$\frac{\pi \times r^2}{2}$	$\frac{4 \times r}{3 \times \pi}$	$\frac{4 \times r}{3 \times \pi}$
<p>Semicírculo</p> 	$\frac{\pi \times r^2}{2}$	$\frac{r}{2}$	$\frac{4 \times r}{3 \times \pi}$
<p>Sector circular</p> 	$\alpha \times r$ con α en rad.	$r \times \text{sen}(\alpha)$	$\frac{2 \times r \times \text{sen}(\alpha)}{3 \times \alpha}$
<p>Trapezio</p> 	$\frac{1}{2}(a + b) \times h$	$\frac{h}{3} \times \frac{(2b + a)}{(a + b)}$	$a - \frac{2}{3} \left(\frac{a^2 + ab - \frac{b^2}{2}}{a + ab} \right)$

APÉNDICE C.

SOLUCIÓN DE EJERCICIOS

Unidad 1

Ejercicio 1.1. La respuesta correcta es la c.

Ejercicio 1.2. Unidades de fuerza sobre longitud, es decir, la opción a.

Ejercicio 1.3. La tensión superficial del líquido, es decir, la opción a.

Ejercicio 1.4. Se requiere más temperatura para lograr la ebullición a 100 metros sobre el nivel del mar, dado que a esta elevación la presión atmosférica es mayor.

Ejercicio 1.5. $11 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = 11 \text{ MPa}$

Ejercicio 1.6. Los efectos indeseables que causa la cavitación son: erosión de las superficies que contiene el líquido, ruidos, vibraciones, pérdidas y alteraciones de las propiedades hidrodinámicas.

Ejercicio 1.7. Se presenta más oposición del aceite a la paleta cuando este se encuentra a 20 °C. Esto se debe a que la viscosidad varía de forma inversa a la temperatura, por tanto, a mayor temperatura menor viscosidad o viceversa.

Ejercicio 1.8. Para determinar la viscosidad del fluido entre las dos placas se utilizará la ley de viscosidad de Newton:

$$\tau = \mu \times \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

El esfuerzo τ cortante que actúa en la parte inferior de la placa que se mueve es de 1,5 Pa.

La variación de velocidad se determina teniendo en cuenta que en la película de líquido la parte superior de este se mueve a la misma velocidad de la placa 0,3 m/s y la parte inferior tiene velocidad cero dado que está adherida a la placa inferior fija:

$$\Delta v = v_{sup.} - v_{inf.} = 0,3 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s} = 0,3 \text{ m/s}$$

$$\tau = \mu \times \frac{\Delta v}{\Delta y} = 1,5 \text{ Pa} = \mu \frac{0,3 \frac{m}{s}}{0,6 \text{ mm} \times \frac{1 \text{ m}}{1.000 \text{ mm}}} = \mu \times 500 \text{ s}^{-1}$$

$$\mu = \frac{1,5 \frac{N}{m^2}}{500 \text{ s}^{-1}} = 0,003 \frac{N}{m^2} \times s = 0,003 \text{ Pa} \times s$$

Ejercicio 1.9. Un fluido cuando está en reposo no experimenta esfuerzos cortantes. Ello se debe a que no habría movimiento relativo de capas del fluido respecto a otras.

Ejercicio 1.10. $S = 2,94$, $V_e = 3,4 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$, $\gamma = 28.841,4 \text{ N/m}^3$

Unidad 2

Ejercicio 2.1. Respuesta b.

Ejercicio 2.2. Respuesta b.

Ejercicio 2.3. Se utiliza el método del factor de conversión unitario:

$$250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \times \frac{9,81 \text{ N}}{1 \text{ kgf}} \times \frac{(100 \text{ cm})^2}{1 \text{ m}^2} = 24,525 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times \frac{1 \text{ kPa}}{10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 24.525 \text{ kPa}$$

Ejercicio 2.4. Para expresar los 9.500 Pa como altura en mm de Hg se tiene: $P = \gamma \times h$, con lo cual $9.500 \text{ N/m}^2 = (13,6 \times 9.806)(h)$ de donde se obtiene $h = 0,71235 \text{ m}$ de altura de mercurio. Este valor en mm de mercurio equivale a 712,35 mm Hg.

Ejercicio 2.5. Respuesta a, porque la presión absoluta en A es mayor que la presión atmosférica local.

Ejercicio 2.6. Respuesta a, porque la presión no depende del volumen de líquido sino de la profundidad de este o altura de este sobre el fondo, y como en este caso esa altura es igual lo mismo que el líquido en todos los recipientes. Por ello las presiones en el fondo son iguales en todos los recipientes.

Ejercicio 2.7. La presión en la tubería A se determina así:

$P_A = 0 + 0,2 \times (13,6 \times 9.806 \text{ N/m}^3) - 0,1 \times 9.806 \text{ N/m}^3 = 25.691,7 \text{ N/m}^2$, en kPa es igual a 25,7 kPa

Ejercicio 2.8. La fuerza y la presión actuante sobre la compuerta son:

$$F_H = P_{c,a} \times \text{Área} = 43.398,6 \times (3 \times 1,8) = 234.352,44 \text{ N}$$

$$P_{c,a} = 13.000 \text{ N/m}^2 + 2,2 \text{ m} \times 9806 \text{ N/m}^3 + 0,9 \text{ m} \times 9.806 \text{ N/m}^3 = 43.398,6 \text{ N/m}^2$$

Ejercicio 2.9

a. $P_B - P_A = 663 \text{ kg} - \text{f/m}^2$

b. $663 \text{ kg/m}^2 = 1.000 \times h$, luego $h = 0,663$ metros de columna de agua.

Para hallar la altura en mm de Hg se tiene:

$$663 \text{ kg/m}^2 = 13.600 \text{ kg/m}^3 \times h, \text{ de donde:}$$

$$h = 0,04875 \text{ m de Hg. En mm de Hg se tiene } h = 48,75 \text{ mm de Hg.}$$

Ejercicio 2.10. Se determina inicialmente la presión en el centroide de área:

$$P_{c,a} = (0,5 + 0,32) \times 9806 \text{ N/m}^3 = 8.040,92 \text{ N/m}^2$$

$$F_H = P_{c,a} \times \text{Área} = 8.040,92 \text{ N/m}^2 \times (\pi \times 1,52) = 56837,91 \text{ N} = 56,84 \text{ kN}$$

Ejercicio 2.11. La fuerza de empuje que experimenta la piedra está dada por la diferencia de peso en el aire y en el agua:

$$F_E = \gamma_{\text{agua}} \times \text{Volumen piedra} = 90 \text{ N} - 50 \text{ N} = 40 \text{ N}$$

$$40 \text{ N} = 9.806 \text{ N/m}^3 = \text{volumen piedra}$$

$$\text{Volumen piedra} = 0,0041 \text{ m}^3$$

$$\gamma_{\text{piedra}} = \text{peso piedra en el aire} / \text{volumen}$$

$$\gamma_{\text{piedra}} = 90 \text{ N} / 0,0041 \text{ m}^3 = 21.951,22 \text{ N/m}^3$$

$$\text{Densidad relativa de la piedra} = S = \gamma_{\text{piedra}} / \gamma_{\text{agua}}$$

$$S_{\text{piedra}} = 21.951,22 \text{ N/m}^3 / 9.806 \text{ N/m}^3 = 21,95$$

Ejercicio 2.12. La fuerza de empuje debe equilibrar el peso total de la barcaza, por ende, la fuerza de empuje será igual a dicho peso. $F_E = W_{\text{total}} = \gamma_{\text{agua}} \times \text{volumen sumergido} \times 9.806 \text{ N/m}^3 \times (2,4 \text{ m} \times 12 \text{ m} \times 6 \text{ m}) = 1'694.476,8 \text{ N} \cong 1,69 \text{ MN}$.

Unidad 3

Ejercicio 3.1. El campo de estudio de la hidrodinámica es el de los fluidos (líquidos y gases) en movimiento.

Ejercicio 3.2. No, porque el flujo uniforme se caracteriza por la no variación de las propiedades del fluido en el espacio o en un tramo determinado de tubería o de un canal. Si la sección de la tubería varía gradualmente, también lo hace la velocidad y, por ello, hay un cambio en una de las magnitudes del flujo. El flujo sería uniforme si el diámetro se mantiene constante, por ende, la velocidad no variaría.

Ejercicio 3.3. Sí. Es uniforme y permanente ya que, si lo analizamos en un tramo entre dos puntos en los que se extrae caudal, veremos que no hay variación en el punto inicial o final de la velocidad en diferentes instantes, además, entre esos dos puntos el caudal es constante hasta que se le extrae una parte luego del segundo punto, por ende, la velocidad no varía en el espacio. También se podría hacer una comparación entre dos puntos, uno antes de la derivación y otro después. En esta situación la velocidad en el punto antes o después en cualquier instante se mantiene (permanente), pero el caudal es diferente en el intervalo entre el punto antes y después con lo cual la velocidad varía en este tramo de la conducción (no uniforme).

Ejercicio 3.4. D, porque como se trata de un caudal constante no hay variación de la velocidad en un punto en diferentes instantes (permanente) y, como la tubería es larga y recta, al mirar la velocidad entre dos puntos en un tramo de esta, se mantendrá constante; es decir, no hay variación en el espacio (uniforme). En las otras situaciones, como el caudal es creciente o decreciente (opciones b y c), es posible identificar una variación de la velocidad en un punto en diferentes instantes de tiempo (no permanente) y en la opción a, donde el tubo es de sección variable la velocidad cambia entre un punto y otro de la tubería con lo cual el flujo es no uniforme.

Ejercicio 3.5. El caudal se puede estimar multiplicando la velocidad del flujo por el área de la sección transversal por la que circula:

$$Q = v \times A$$

En este caso el caudal es de 3,785 m³ al día, este valor en m³/s es:

$$3.785 \frac{\text{m}^3}{\text{día}} \times \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ horas}} \times \frac{1 \text{ hora}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0,0438 \text{ m}^3/\text{s}$$

El área de la sección transversal de la tubería es:

$$A = \pi \times (\text{radio})^2 = \pi \times \left(\frac{0,1524 \text{ m}}{2} \right)^2 = 0,0182 \text{ m}^2$$

La velocidad está dada como el caudal sobre el área, es decir:

$$\frac{Q}{A} = (0,0438 \text{ m}^3/\text{s})/0,0182 \text{ m}^2 \times 2,41 \text{ m/s}$$

Ejercicio 3.6. De acuerdo con la ecuación de continuidad, el caudal antes de la derivación debe ser igual a la suma de los caudales después de la derivación:

$$Q_{\text{llegada}} = Q_{\text{salida 1}} = Q_{\text{salida 2}}$$

$$Q_{\text{llegada}} = 81,3 \text{ l/s} = 0,0813 \text{ m}^3/\text{s} = v_1 \times A_1 + v_2 \times A_2$$

$$v_1 = 12,2 \text{ m/s}$$

$$A_1 = \pi \times (0,05 \text{ m})^2 = 0,0079 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \pi \times (0,1 \text{ m})^2 = 0,0314 \text{ m}^2$$

$$0,0813 = (12,2 \text{ m/s}) \times (0,0079 \text{ m}^2) + v_2 \times (0,0314 \text{ m}^2)$$

$$0,0314 \times v_2 = 0,0813 - 12,2 \times 0,0079$$

$$0,0314 \times v_2 = 0,0069$$

$$v_2 = 0,22 \text{ m/s}$$

Ejercicio 3.7. La energía que posee un fluido en un punto determinado de una conducción expresada como altura de carga consta de 3 componentes: el primero corresponde a la energía potencial que está dada por la cota topográfica (o altura sobre el plano de referencia) en este caso 1,89 m; el segundo componente corresponde a la cabeza estática o energía de presión (p/γ), que en este caso corresponde a 12 kPa que equivalen a 12.000 N/m²; esta, dividida por el peso específico del agua 9.806 N/m³, da como resultado (12.000/9.806 = 1,224 m) y el tercer componente está dado por la altura cinética o cabeza de velocidad $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$; para este componente se debe estimar la velocidad del flujo a partir del caudal y el diámetro de la tubería.

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$Q = 15 \text{ l/s} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A = \pi \times (0,1 \text{ m}/2)^2 = 0,0079 \text{ m}^2$$

$$v = 0,015 / 0,0079 = 1,9 \text{ m/s}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{(1,9 \text{ m/s})^2}{(2 \times 9,81 \text{ m/s}^2)} = 0,184 \text{ m}$$

Conocidos los tres componentes de energía expresados como altura de carga se tiene que la energía del líquido en el punto analizado es:

$$\text{Energía} = 1,89 + 1,224 + 0,184 = 3,298 \text{ m (N} \times \text{m/N)}$$

Ejercicio 3.8. Para determinar la potencia de la bomba necesaria para elevar el líquido desde el punto A hasta el punto B en el tanque se requiere conocer la energía que le adiciona la bomba al líquido expresada como altura de carga y que se conoce como altura dinámica de la bomba (H_B). Para ello, se debe plantear la ecuación de energía entre los puntos A y B de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_B - h_{f_{A-B}} &= Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} \\ 0 + 0 + 0 + H_B - 10 &= 50 + 0 + 0 \\ H_B &= 60 \text{ m} \end{aligned}$$

Las presiones en A y B son cero porque la superficie del agua se encuentra bajo presión atmosférica (esto significa que la presión manométrica es 0); además, las velocidades en A y B son cero porque las superficies del agua en el embalse y el tanque no presentan velocidad o movimiento del líquido.

$$\text{Potencia} = P = \gamma \times Q \times H_B$$

$$P = (1.000 \text{ kgf/m}^3) \times (0,007 \text{ m}^3/\text{s}) \times (60 \text{ m})$$

$$P = 420 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}}$$

Dado que un caballo de fuerza (hp) (hp es una unidad de medida de potencia) es igual a $76 \text{ kgf} \times \text{m/s}$, la potencia requerida de la bomba para la situación descrita en el problema en hp se obtiene haciendo la conversión de unidades correspondiente:

$$420 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ hp}}{76 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}}} = 5,53 \text{ hp}$$

Potencia requerida por la motobomba debe ser de 5,53 hp .

Ejercicio 3.9. Para determinar la fuerza que actúa en cada tornillo que hace parte de la brida¹ es necesario conocer la fuerza que está ejerciendo el flujo en el tramo de tubería con diámetro decreciente, para ello se utiliza la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento (ecuación 34).

16 Una brida es un elemento que permite la unión de dos componentes en un sistema de tuberías, utilizando un acople por medio de pernos de unión.

$$\sum F_{x'} = \rho \times Q \times (v_{2x'} - v_{1x'})$$

Las fuerzas que actúan en la dirección horizontal para el elemento de fluido entre las secciones 1 y 2 son:

La fuerza de presión en la sección 1 = $F_1 = P_1 \times A_1$

$$P_1 = 500 \text{ psi} \times \frac{6.894,76 \text{ Pa}}{1 \text{ psi}} = 3,45 \times 10^6 \text{ Pa} = 3,45 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

La fuerza de reacción de la sección con reducción gradual de diámetro se considerará solo la componente en dirección horizontal = F_x'

Si se utiliza la ecuación de continuidad entre los puntos 1 y 2, se puede determinar la velocidad en 1. Además, es necesario hacer la conversión de unidades para los diámetros:

$$D_1 = 6 \text{ pulg} \times \frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ pulg}} = 0,0254 \text{ m}$$

$$D_2 = 1 \text{ pulg} \times \frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ pulg}} = 0,0254 \text{ m}$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0,1524^2 \right) = v_2 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0,0254^2 \right) \Rightarrow v_2 = 720 \text{ m/s}$$

$$Q = v \times A = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0,1524^2 \right) = 0,365 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Remplazando en la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento se tiene:

$$F_1 - F_x = 1.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 0,365 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \left(720 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 262.800 \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$P_1 \times A_1 - F_x = 262.800 \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2} \times 1 \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2} = 262.800 \text{ N}$$

$$\left(3,45 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \left(\frac{\pi}{4} \times 0,1524^2 \right) - F_x = 262.800 \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2} \times 1 \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2} = 262.800 \text{ N}$$

$$62,885,28 \text{ N} - F_x = 262.800 \text{ N}$$

$$F_x = 199.914,7216 \text{ N}$$

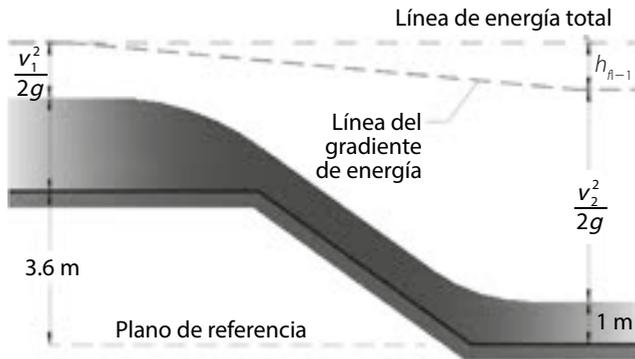
Fuerza en cada tornillo:

$$F_{\text{tornillo}} = \frac{199.914,72 \text{ N}}{10} = 19.991,47 \text{ N} \approx 20 \text{ kN}$$

Ejercicio 3.10. Si aplicamos la ecuación de energía (Bernoulli) para una línea de corriente entre los puntos 1 y 2 del flujo, se tiene (figura 89):

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_{f_{1-2}} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Figura 89. Línea de energía total y del gradiente de energía para el ejercicio 6.10



Fuente: elaboración propia

Los puntos 1 y 2 se encuentran en la superficie del flujo a presión atmosférica, por ello la presión manométrica es igual a cero. Ubicando el plano de referencia en el fondo del canal en la sección 2 se tiene que $z_1 = (3,6 + y_1)$ y $z_2 = 1 \text{ m}$.

$$0 + (3,6 + y_1) + \frac{v_1^2}{2g} - 0,3 = 0 + 1 + \frac{v_2^2}{2g}$$

En esta ecuación es necesario conocer las velocidades en 1 y 2 para despejar el valor de y_1 .

Ecuación de continuidad entre 1 y 2:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow v_1 A_1 = v_2 A_2 = \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (3 \times y_1) = v_2 \times (2 \text{ m} \times 1 \text{ m})$$

$$v_2 = 4,5 \times y_1$$

Remplazando:

$$(3,6 + y_1) + \frac{3^2}{2 \times 9,81} - 0,3 = 1 + \frac{(4,5 \times y_1)^2}{2 \times 9,81}$$

$$2,7587 + y_1 = 1,0321 \times (y_1)^2 \Rightarrow 1,0321 \times y_1^2 - y_1 - 2,7587 = 0$$

$$y_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1,0321 \times (-1)}}{2 \times 1,0321}$$

$$y_1 = 2,19 \text{ m}$$

Para determinar y_1 también se puede usar la función buscar objetivo indicada en la solución del ejercicio 6.1.

Unidad 4

Ejercicio 4.1. Para calcular el diámetro del orificio, se debe conocer su área; para determinarla se utiliza la expresión para el caudal descargado a través de un orificio de borde cortante:

$$Q = C_v \times C_c \times A \times \sqrt{2gH}$$

$$A = \frac{Q}{C_d \times \sqrt{2gh}} = \frac{0,007}{0,621 \times \sqrt{2 \times 9,81}} = 0,00254 \text{ m}^2$$

El valor de C_d se obtuvo de la tabla 12 tomando un coeficiente de velocidad de 0,96.

$$A = \frac{\pi}{4} \times \text{diámetro}^2$$

$$\text{Diámetro} = \sqrt{\frac{A}{\frac{\pi}{4}}} = 0,057 \text{ m} = 5,7 \text{ cm}$$

Ejercicio 4.2. El caudal descargado por el orificio en m^3/s es: $1,8/82,2 = 0,022 \text{ m}^3/\text{s}$. La expresión para determinar el caudal a través de un borde redondeado es:

$Q = C_d \times A \times \sqrt{2gh}$, donde C_d se despeja de la ecuación anterior, $h = 0,8 \text{ m}$ (altura de carga sobre el orificio) y el área se determina con la expresión $A = \frac{\pi}{4} (\text{Diámetro})^2 = 0,008 \text{ m}^2$.

$$Q = C_d \times 0,008 \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,8} = 0,022 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$0,022 = C_d \times 0,0317$$

$$C_d = 0,694$$

Ejercicio 4.3. En este caso se tiene un orificio con descarga sumergida. La expresión para determinar el caudal que se descarga por el orificio es $Q = C_d \times A \times \sqrt{2g\Delta h}$ donde $C_d = 0,85$, $\Delta h = 2 \text{ m} - 1$, $m = 1 \text{ m}$, $A = \frac{\pi}{4} (\text{Diámetro})^2 = 0,0044 \text{ m}^2$. Remplazando se obtiene $Q = 0,0166 \text{ m}^3/\text{s}$.

Para que el nivel del agua en los dos tanques no variara, se debe alimentar el tanque superior con un caudal de $0,0166 \text{ m}^3/\text{s}$ y se debe desalojar del tanque 2 este mismo caudal.

Ejercicio 4.4. El problema se debe abordar como un problema de orificio con descarga sumergida. Luego $Q = C_d \times A \times \sqrt{2g\Delta h}$, para establecer si la estructura compuesta por dos tuberías, de $0,9 \text{ m}$ de diámetro, son suficientes para conducir un caudal de $4 \text{ m}^3/\text{s}$, se calcula el caudal que descarga una de ellas y el caudal total será el doble de este caudal.

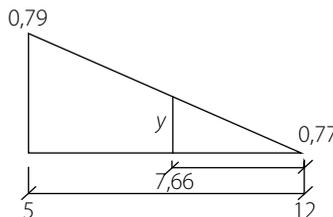
El área de la sección transversal de uno de los tubos es:

$$A = \frac{\pi}{4} \times 0,9^2 = 0,636 \text{ m}^2$$

Para determinar el coeficiente de descarga se utiliza la Tabla 10. En este caso la relación e/D es $6,8/0,9 = 7,56$, de la Tabla 10 se tienen dos relaciones de e/D entre las cuales se encuentra la obtenida anteriormente. Para $(e/D) = 5$, $C_d = 0,79$ y para $(e/D) = 12$, $C_d = 0,77$. Se debe interpolar para obtener el valor de C_d para el caso particular. A continuación, se detalla un procedimiento gráfico para realizar la interpolación con las parejas de datos $(5; 0,79)$ y $(12; 0,77)$, para obtener el dato requerido de C_d ($7,66, y$).

$$\frac{(0,79 - 0,77)}{(12 - 5)} = \frac{y}{(12 - 7,56)}; \quad y = 0,0123; \quad C_d = 0,77 + 0,0123 = 0,783$$

$$Q = 0,783 \times 0,636 \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 1,0} = 2,206 \text{ m}^3/\text{s}$$



El caudal que se mueve a través de los dos tubos será $2 \times 2,206 = 4,413 \text{ m}^3/\text{s}$. De acuerdo con esto, la estructura si tiene la capacidad de descargar el caudal requerido de $4 \text{ m}^3/\text{s}$ y evitar, así, que el agua se vierta sobre el terraplén.

Ejercicio 4.5. Se determina la altura del agua sobre la cresta del vertedero, despejando este valor de la expresión para el caudal.

$$Q = 1,84 \times L \times H^{3/2}; H = \left[\frac{Q}{1,84 \times L} \right]^{2/3} = \left[\frac{0,45}{1,84 \times 1,5} \right]^{2/3} = 0,298 \text{ m}$$

La altura aguas arriba debe ser de 2,25 m y esta es igual a la suma de la altura H más la altura de la cresta del vertedero sobre el fondo del canal, luego $d = 2,25 - 0,298 = 1,952 \text{ m}$.

Ejercicio 4.6. Se debe establecer si se tiene un vertedero de cresta delgada o ancha, para ello se determina la relación entre el espesor del vertedero (espesor de la pared del canal, en este caso) y la altura de la lámina de agua sobre la cresta de este. De acuerdo con lo anterior, $e/h = 10 \text{ cm} / 5 \text{ cm} = 2$, por tanto, la relación es $>$ de 0,67 y el vertedero se clasifica como un vertedero de cresta ancha. El caudal se calcula con la expresión:

$$Q = 1,67 \times L \times H^{3/2} = 1,67 \times 2,0 \times (0,05)^{1,5} = 0,037 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ejercicio 4.7. La altura del flujo aguas arriba del vertedero equivale a la suma de la altura a la que se encuentra la cresta del vertedero sobre el fondo del canal y la altura de agua sobre dicha cresta. $y = d + H$. Donde $d = 1,2 \text{ m}$ y H se determina de la expresión para el caudal en un vertedero rectangular sin contracción:

$$Q = 1,84 \times L \times H^{3/2}; H = \left[\frac{Q}{1,84 \times L} \right]^{2/3} = \left[\frac{0,3}{1,84 \times 1,6} \right]^{2/3} = 0,2182 \text{ m}$$

$$y = 1,2 \text{ m} + 0,2182 = 1,4182 \text{ m}$$

Ejercicio 4.8. La altura se despeja de la expresión para el caudal:

$$Q = 1,38 \times H^{5/2}; H = \left[\frac{Q}{1,38} \right]^{2/5} = \left[\frac{0,0035}{1,38} \right]^{2/5} = 0,092 \text{ m} = 9,2 \text{ cm}$$

Ejercicio 4.9. Para determinar el caudal en el canal se utiliza la ecuación correspondiente a un vertedero rectangular de cresta delgada

$$Q = 1,84 \times L \times H^{3/2}$$

$$Q = 1,84 \times (2 \text{ m}) \times (0,2 \text{ m})^{3/2} = 0,33 \text{ m}^3/\text{s}$$

Se pueden utilizar fórmulas más refinadas para determinar el caudal que escurre sobre un vertedero rectangular sin contracciones, como la de la siguiente ecuación:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \times C_d \times b \times h^{3/2}$$

Donde:

C_d = coeficiente de descarga del vertedero

b = ancho de la cresta del vertedero en m

h = carga sobre vertedero en m

g = aceleración de la gravedad = 9,81 m/s²

Para determinar el coeficiente C_d se puede utilizar la fórmula de Hegly:

$$C_d = \left(0,6075 - 0,045 \times \left(\frac{B-b}{B} \right) + \frac{0,0041}{h} \right) \times \left(1 + 0,55 \times \left(\frac{b}{B} \right)^2 \times \left(\frac{h}{h+w} \right)^2 \right)$$

Con w = altura de la cresta del vertedero sobre el fondo del canal en m y B = ancho del vertedero (si no hay contracciones $B = b$).

Utilizando esta expresión se obtiene:

$$C_d = \left(0,6075 + \frac{0,0041}{0,2} \right) \times \left(1 + 0,55 \times \left(\frac{0,2}{0,2 + 0,8} \right)^2 \right)$$

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2 \times 9,81} \times 0,64 \times 2 \times (0,2)^{3/2} = 0,338 \text{ m}^3/\text{s}$$

Como se puede apreciar, el valor obtenido con la ecuación simplificada es muy similar al de la ecuación con el factor C_d .

Ejercicio 4.10. El caudal vertido por los 2 vertederos se obtiene de la suma del caudal del vertedero rectangular con contracciones y del vertedero triangular.

Caudal vertedero rectangular con contracción:

$$b = 0,8 \text{ m}$$

$$B = 1,5 \text{ m}$$

$$w = 0,7 \text{ m}$$

$$h = 0,35 \text{ m}$$

Utilizando la ecuación planteada para C_d en el ejercicio 4.9:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \times C_d \times b \times h^{3/2}$$

$$C_d = \left(0,6075 - 0,045 \times \left(\frac{1,5 - 0,8}{1,5} \right) + \frac{0,0041}{0,35} \right) \times \left(1 + 0,55 \times \left(\frac{0,8}{1,5} \right)^2 \times \left(\frac{0,35}{0,35 + 0,7} \right)^2 \right)$$

$$C_d = (0,6075 - 0,045 \times (0,467) + 0,01171) \times (1 + 0,55 \times 0,284 \times 0,0494)$$

$$C_d = (0,5982) \times (1,0174) = 0,6086$$

$$Q_1 = \frac{2}{3} \sqrt{2 \times 9,81} \times 0,6086 \times 0,8 \times (0,35)^{3/2} = 0,298 \text{ m}^3/\text{s}$$

Con la ecuación 39 (más simplificada) se obtiene $Q_1 = 0,278 \text{ m}^3/\text{s}$

Caudal vertedero triangular:

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2 \times g} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) C_d (h)^{2,5}$$

De la figura 45 se obtiene $C_d = 0,60$

$$Q_2 = \frac{8}{115} \sqrt{2 \times 9,81} \tan\left(\frac{60^\circ}{2}\right) \times 0,60 \times (0,35)^{2,5} = 0,298 \text{ m}^3/\text{s}$$

El caudal total vertido es $Q = 0,337$

Unidad 5

Ejercicio 5.1. En este caso se tiene un flujo turbulento teniendo en cuenta que $R_e > 4.000$. Además, se trata de un flujo para tubería rugosa.

Con la ecuación de Colebrook - White se tiene:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \times \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3,7 \times D} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right) \text{ donde } \frac{\varepsilon}{D} = \text{rugosidad relativa}$$

Para $R_e = 2 \times 10^6$, $\frac{\varepsilon}{D} = 0,0002$ y utilizando la función "Buscar objetivo" de Excel (ver solución ejercicio 6.3) se tiene: $f = 0,01424$

Utilizando el diagrama de Moody se obtiene

Que representan 2 valores prácticamente idénticos.

Pérdidas en la tubería:

Las pérdidas en la tubería se pueden determinar con la ecuación de Darcy – Weisbach:

$$h_f = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

Se requiere determinar la velocidad del flujo en la tubería, para ello se tiene en cuenta la ecuación del número de Reynolds, teniendo en cuenta que la viscosidad del agua a 15 °C es de $1,14 \times 10^{-3} \text{ Pa} \times \text{s}$ (tabla 7):

$$R_e = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} \Rightarrow v = \frac{R_e \times \mu}{\rho \times D} \text{ con } D = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{D}} = \frac{0,00046 \text{ m}}{0,0002} = 2,3 \text{ m}$$

$$v = \frac{2 \times 10^6 \times 1,14 \times 10^{-3} \text{ N} \times \text{s} / \text{m}^2}{1.000 \text{ kg} / \text{m}^3 \times 2,3 \text{ m}} = 0,9913 \text{ m/s}$$

$$h_f = 0,0142 \times \frac{800 \text{ m}}{2,3 \text{ m}} \times \frac{(0,9913 \text{ m/s})^2}{2 \times 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,2473 \text{ m}$$

Ejercicio 5.2. Se requiere determinar el diámetro que debe tener una tubería de hierro galvanizado ($\varepsilon = 0,15 \text{ mm}$), que se instalará para conducir un caudal de 150 l/s entre dos reservorios. La diferencia de nivel entre las dos superficies del agua en los reservorios es de 50 m. La longitud de la tubería es de 50 m y las pérdidas debidas a la salida y entrada en los reservorios y los diferentes accesorios de la conducción se pueden agrupar con un factor K de pérdidas menores de 12.

Se plantea la ecuación de energía entre 2 puntos ubicados en la superficie del agua en cada reservorio.

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_{f_{1-2}} - h_m = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Los factores $\frac{P_1}{\gamma}$, $\frac{P_2}{\gamma}$, $\frac{v_1^2}{2g}$ y $\frac{v_2^2}{2g}$ son cero.

$$0 + 5 + 0 - h_{f_{1-2}} - h_m = 0 + 0 + 0$$

$$h_{f_{1-2}} + h_m = 5$$

Siendo,

$h_{f_{1-2}}$ = pérdidas por fricción a lo largo de los 100 m de tubería

h_m = pérdidas menores debidas a los accesorios en la tubería

Para facilitar el cálculo de las pérdidas se utilizará la ecuación de Hazen – Williams con un coeficiente C para el hierro galvanizado (HG) de 120:

$$h_f = 10,668 \times \frac{L \times Q^{1,85}}{C^{1,85} \times D^{4,87}}$$

$$h_f = 10,668 \times \frac{50 \text{ m} \times (0,15)^{1,85}}{120^{1,85} \times (D)^{4,87}} = \frac{2,27162 \times 10^{-3}}{(D)^{4,87}}$$

Pérdidas menores.

$$h_m = K \times \frac{v^2}{2g} = 12 \times \frac{\left(\frac{Q}{A}\right)^2}{2 \times 9,81} = 12 \times \frac{0,15^2}{2 \times 9,81 \times \left(\frac{\pi}{4} \times D^2\right)^2} = \frac{0,02231}{D^4}$$

$$h_{f1-2} + h_m = 50 = \frac{2,27162 \times 10^{-3}}{(D)^{4,87}} + \frac{0,02231}{D^4}$$

Utilizando la función “Buscar objetivo” de Excel (ver solución ejercicio 6.3) se tiene:

$$D = 0,1608 \text{ m} = 160,8 \text{ mm}$$

Se utilizaría una tubería con un diámetro nominal de 6 pulgadas.

Ejercicio 5.3. Se plantea la ecuación de energía entre 2 puntos ubicados en la superficie del agua en cada uno de los tanques:

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_{f1-2} - h_m = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Los factores $\frac{P_1}{\gamma}$, $\frac{P_2}{\gamma}$, $\frac{v_1^2}{2g}$ y $\frac{v_2^2}{2g}$ son cero.

$$0 + 1.220 + 0 - h_{f1-2} - h_m = 0 + 1.200 + 0$$

$$h_{f1-2} + h_m = 20$$

Siendo,

h_{f1-2} – pérdidas por fricción a lo largo de los 300 m de tubería

h_m = pérdidas menores debidas a los accesorios en la tubería

Para facilitar el cálculo de las pérdidas se utilizará la ecuación de Hazen – Williams con un coeficiente C para el PVC de 150:

$$h_f = 10,668 \times \frac{L \times Q^{1,85}}{C^{1,85} \times D^{4,87}}$$

De un catálogo de tuberías PVC para una tubería con diámetro nominal de 6 pulgadas RDE 21 le corresponde un diámetro de 152,22 mm:

$$h_f = 10,668 \times \frac{300 \text{ m} \times Q^{1,85}}{150^{1,85} \times (0,15222)^{4,87}} = 2.889,34 * Q^{1,85}$$

Pérdidas menores.

$$h_m = K \times \frac{v^2}{2g} = 8 \times \frac{\left(\frac{Q}{A}\right)^2}{2 \times 9,81} = 8 \times \frac{Q^2}{2 \times 9,81 \times \left(\frac{\pi}{4} \times (0,15222)^2\right)^2} = 1.231,19 \times Q^2$$

$$h_{f1-2} + h_m = 20 = 2.889,34 \times Q^{1,85} = 1.231,19 * Q^2$$

Utilizando la función “Buscar objetivo” de Excel (ver solución ejercicio 6.3) se tiene:

$$Q = 0,05954 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ejercicio 5.4. Para determinar la potencia de la bomba se requiere calcular la altura dinámica de esta (H_B) y aplicar la expresión:

$$\text{Potencia} = P = \gamma \times Q \times H_B$$

Donde γ es el peso específico del agua a la temperatura del sistema (se tomará en 20 °C para este caso), la cual se determina con la ayuda de la tabla 7. Este valor para 20 °C es de 9.789 N/m³. El segundo factor de la expresión Q es el caudal que se transporta por la tubería 250 l/s \times 0,250 m³/s y H_B está dada en metros (N \times m/N)

Se plantea la ecuación de energía entre los puntos A y D :

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + H_B - h_{fA-D} = \frac{P_D}{\gamma} + Z_D + \frac{v_D^2}{2g}$$

Los valores de v son cero porque la superficie del agua en los tanques está a presión atmosférica con lo que la presión manométrica es cero. Las velocidades en A y D también se consideran cero dado que sus valores son tan pequeños que pueden despreciarse.

Se deben obtener las pérdidas entre A y D . Para ello, se tendrán en cuenta solo las pérdidas por fricción y se **despreciarán** las pérdidas localizadas (considerándolas menores al 5 % de las pérdidas principales).

Utilizando la fórmula de Hazen-Williams se tiene:

$$J = 10,668 \times \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85} \times D^{4,87}}; \text{ con } J = \frac{h_f}{L}$$

Remplazando $Q = 0,25 \text{ m}^3/\text{s}$, $C = 140$ y $D = 0,254 \text{ m}$ se obtiene:

$$J = 10,668 \times \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85} \times D^{4,87}} = 10,668 \times \frac{0,25^{1,85}}{140^{1,85} \times 0,254^{4,87}} = 0,070$$

Dado que $h_f = J \times L$, se tiene que $h_f = 0,070 \times 700 \text{ m} \times 49 \text{ m} (\text{N} \times \text{m}/\text{N})$. Se utilizó la longitud total de la tubería dado que el diámetro es igual en el tramo de succión ($A - B$) y en el de impulsión ($B - D$):

$$0 + 12 + 0 + H_B - 49 = 0 + 57 + 0$$

$$H_B = 94,0 \text{ m}$$

$$P = (9.789 \text{ N}/\text{m}^3) \times (0,25 \text{ m}^3/\text{s}) \times (94,0 \text{ m}) = 230.041,5 \text{ N} \times \text{m}/\text{s}$$

El valor obtenido se debe convertir a caballos de fuerza. Para ello se tiene:

$$230.041,5 \frac{\text{N} \times \text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ kgf}}{9,81 \text{ N}} = 23.449,69 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}}$$

$$23.449,69 \frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ hp}}{76 \left(\frac{\text{kgf} \times \text{m}}{\text{s}} \right)} = 308,55 \text{ hp}$$

Para dibujar la línea piezométrica del sistema se deben determinar las cotas piezométricas en los puntos A , D , entrada de la bomba y salida de esta.

$$\text{Cota piezométrica en } A = Z_A + \frac{P_A}{\gamma} = 12 + 0 = 12,0 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } D = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} = 57 + 0 = 57,0 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica a la entrada de la motobomba} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma}$$

Se debe determinar la presión a la entrada de la bomba. Se plantea la ecuación de energía entre los puntos A y B .

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_{f_{A-B}} = \frac{P_B}{\gamma} + Z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Nótese que en la expresión anterior no se coloca el término correspondiente a la altura dinámica de la bomba, esto dado que la ecuación de energía se plantea hasta un punto antes de la adición de energía por parte de esta:

$$0 + 12 + 0 - 0,07 \times 200 = \frac{P_B}{\gamma} + 0 + \frac{v_B^2}{2g}$$

$$v_B = \frac{Q}{A} = \frac{0,25}{(\pi \times 0,127^2)} = 4,934 \text{ m/s}$$

$$-2.0 = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{(4,93)^2}{(2 \times 9,81)}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 3,24 \text{ m}$$

Cota piezométrica entrada de la bomba = $0 + (-3,24) = -3,24$ m

Para la cota piezométrica a la salida de la bomba se plantea la ecuación de energía entre A y C.

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{v_A^2}{2g} + H_B - h_{fA-C} = \frac{P_C}{\gamma} + Z_C + \frac{v_C^2}{2g}$$

Las pérdidas entre A y C se asumen iguales a las que hay entre A y B, la velocidad a la salida de la bomba es igual a la de la entrada (esto porque la tubería de succión y de impulsión tienen en mismo diámetro).

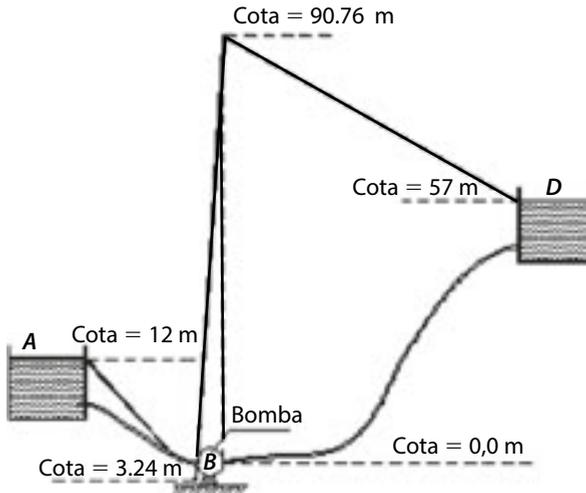
$$0 + 12 + 0 + 94 - 0,07 \times 200 = \frac{P_C}{\gamma} + 0 + \frac{(4,93)^2}{(2 \times 9,81)}$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = 90,76 \text{ m}$$

Cota piezométrica salida de la bomba = $0 + 90,76 = 90,76$ m

Los resultados obtenidos se aprecian en la figura 90.

Figura 90. Línea piezométrica ejercicio 5.4



Fuente: elaboración propia

La potencia requerida es mayor puesto que se está bombeando un caudal mayor.

Ejercicio 5.5. Para una tubería de asbesto-cemento (A.C) de 12" de diámetro (30,5 cm) y un caudal de 600 l/s.

Se calcula la velocidad del flujo al interior de la tubería:

$$v = \frac{Q}{A} = 0,6 / (\pi \times 0,1525^2) = 8,21 \text{ m/s}; \frac{v^2}{2g} = 3,44 \text{ m}$$

Se determinan las pérdidas acumuladas en cada punto de la conducción:

$$h_{f_{F-E}} = J \times L \Rightarrow J = 10,668 \frac{0,6^{1,85}}{140^{1,85} \times 0,3048^{4,87}} = 0,1446$$

$$h_{f_{F-E}} = 0,1446 \times 50 = 7,23 \text{ m}$$

$$h_{f_{F-A}} = 0,1446 \times 72 = 10,41 \text{ m}$$

$$h_{f_{F-B}} = 0,1446 \times 172 = 24,87 \text{ m}$$

$$h_{f_{F-C}} = 0,1446 \times 412 = 59,58 \text{ m}$$

$$h_{f_{F-D}} = 0,1446 \times 472 = 68,25 \text{ m}$$

Como se puede observar las pérdidas por fricción en toda la tubería son mayores que la energía total con la que cuenta el líquido. Lo anterior supone la necesidad de aumentar el diámetro en la tubería, por ende es necesario cambiarlo a un diámetro de 18".

Se calcula la velocidad del flujo al interior de la tubería:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,6}{(\pi \times 0,2286^2)} = 3,65 \text{ m/s}; \frac{v^2}{2g} = 0,679 \text{ m}$$

Se determinan las pérdidas acumuladas en cada punto de la conducción:

$$h_{f_{F-E}} = J \times L \Rightarrow J = 10,668 \frac{0,6^{1,85}}{140^{1,85} \times 0,452^{4,87}} = 0,0212$$

$$h_{f_{F-E}} = 0,0212 \times 50 = 1,06 \text{ m}$$

$$h_{f_{F-A}} = 0,0212 \times 72 = 1,53 \text{ m}$$

$$h_{f_{F-B}} = 0,0212 \times 172 = 3,65 \text{ m}$$

$$h_{f_{F-C}} = 0,0212 \times 412 = 8,73 \text{ m}$$

$$h_{f_{F-D}} = 0,0212 \times 472 = 10,01 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } E = Z_E + \frac{P_E}{\gamma} = H_{\text{TOTAL}} - \frac{v^2}{2g} - h_{f_{F-E}}$$

$$\text{Cota piezométrica en } E = 15 - 0,679 - 1,06 = 13,26 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } A = 15 - 0,679 - 1,53 = 12,79 \text{ m}$$

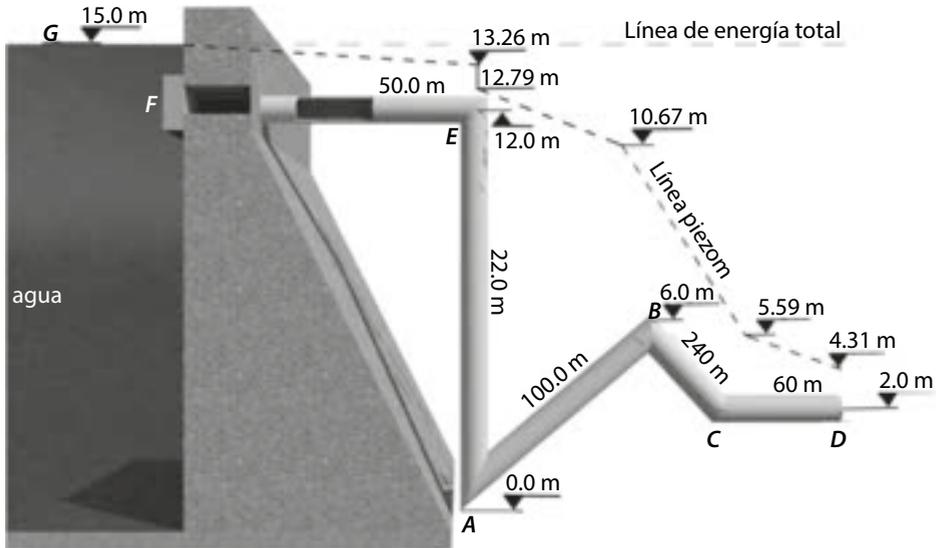
$$\text{Cota piezométrica en } B = 15 - 0,679 - 3,65 = 10,67 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } C = 15 - 0,679 - 8,73 = 5,591 \text{ m}$$

$$\text{Cota piezométrica en } D = 15 - 0,679 - 10,01 = 4,311 \text{ m}$$

Con estos datos se puede dibujar la línea piezométrica del sistema que se muestra en la figura 91.

Figura 91. Cota línea piezométrica ejercicio 5.5



Fuente: elaboración propia

Unidad 6

Ejercicio 6.1. Para determinar la condición de flujo con la que se mueve el agua en el canal se debe calcular el número de Froude.

$$F_r = \frac{v}{\sqrt{gD}}$$

El ancho superficial T es igual a:

$$T = B + 2 \times z \times y \Rightarrow 2 \text{ m} = 1 \text{ m} + 2 \times z \times 0,6 \text{ m} \Rightarrow z = 0,8333$$

Se determina la profundidad hidráulica D :

$$D = \frac{A}{T} = \frac{(B + zy) \times y}{(B + 2zy)} = \frac{(2 + 0,8333 \times 0,6) \times 0,6}{(2 + 2 \times 0,8333 \times 0,6)} = 0,5 \text{ m}$$

Velocidad del flujo:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,070 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{(2 + 0,8333 \times 0,6) \times 0,6} = 0,667 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Número de Froude:

$$F_r = \frac{0,667}{\sqrt{9,81 \times 0,5}} = 0,3$$

Teniendo en cuenta que $F_r < 1.0$ se tiene la condición de flujo subcrítica.

Ejercicio 6.2

a. En un canal rectangular:

$$y_c = \frac{2}{3} E_c = \frac{2}{3} (1, 2) \Rightarrow y_c = 0,80 \text{ m}$$

Como la profundidad de flujo de 1 m es mayor que la profundidad crítica de flujo de 0,8 m, se tiene una condición de flujo subcrítico.

b. Como para la condición normal de flujo se tiene la profundidad subcrítica, para la condición alterna se tendrá la profundidad supercrítica. Para ambas condiciones de flujo la energía específica es la misma, por ende:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} \text{ con } v = \frac{Q}{A}, q = \frac{Q}{b} \text{ y } A = b \cdot y$$

$$y_1 + \frac{\left(\frac{Q}{A_1}\right)^2}{2g} = y_2 + \frac{\left(\frac{Q}{A_2}\right)^2}{2g}$$

$$y_1 + \frac{\left(\frac{(q \times b)}{(b \times y_1)}\right)^2}{2g} = y_2 + \frac{\left(\frac{(q \times b)}{(b \times y_2)}\right)^2}{2g}$$

$$y_1 + \frac{q^2}{2g y_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2g y_2^2} \Rightarrow y_1 + \frac{q^2}{2g y_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2g y_2^2}$$

$$y_c = 0,8 = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \Rightarrow q = 2,2411 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \times \text{m}}$$

$$1,0 + \frac{2,2411^2}{2 \times 9,81 \times 1,0^2} = y_2 + \frac{2,2411^2}{2 \times 9,81 \times y_2^2} = 1,2560 \text{ m}$$

$$y_2 = 0,65 \text{ m}$$

La profundidad alterna del flujo en condición supercrítica es de 0,65 m.

Ejercicio 6.3. Con la ecuación de Manning se puede estimar la altura normal de flujo. El coeficiente de rugosidad n de la Tabla 15 es de 0,017.

$$Q = \frac{1}{n} \times A \times R^{2/3} \times S^{1/2}$$

$$14 = \frac{1}{0,017} \times (4 \times y) \times \left(\frac{4 \times y}{4 + 2 \times y} \right)^{2/3} \times 0,001^{1/2}$$

$$\frac{14 \times 0,017}{0,001^{1/2}} = (4 \times y) \times \left(\frac{4 \times y}{4 + 2 \times y} \right)^{2/3}$$

$$7,5262 = (4 \times y) \times \left(\frac{4 \times y}{4 + 2 \times y} \right)^{2/3}$$

$$7,5262 = 4 \times 4^{2/3} \times y \times \frac{y^{2/3}}{(4 + 2y)^{2/3}} = 4^{5/3} \times \frac{y^{5/3}}{(4 + 2y)^{2/3}}$$

$$0,747 = \frac{y^{5/3}}{(4 + 2y)^{2/3}}$$

Para despejar la expresión anterior se puede hacer de 2 formas: hacer un proceso de aproximaciones sucesivas o se puede utilizar una hoja de cálculo de Microsoft® Excel.

Procedimiento por aproximaciones sucesivas. Se comienza por obtener una función de la profundidad de flujo igualada a cero.

Se dan diferentes valores a la profundidad de flujo y hasta obtener un valor lo más cercano a cero posible.

y	$\frac{y^{5/3}}{(4 + 2y)^{2/3}} - 0,747 = 0$
1,0	-0,444
1,5 ×	-0,21
2,0 ×	0,0467

Se observa que en los casos de los valores 1,5 y 2,0 se pasó de un valor negativo a uno positivo, quiere decir que el valor de y para el que se obtiene un valor cercano a cero está entre estos dos valores. Se continúan las aproximaciones dando valores a la profundidad de flujo y entre 1,5 y 2,0.

y	$\frac{y^{5/3}}{(4+2y)^{2/3}} - 0,747 = 0$
1,5	-0,21
1,6	-0,16
1,7	-0,11
1,8	-0,058
1,9	-0,00593
2,0	0,0467

Del resultado anterior, se observa que el valor debe estar entre 1,9 y 2,0. Ahora damos valores a la profundidad de flujo y en este intervalo:

y	$\frac{y^{5/3}}{(4+2y)^{2/3}} - 0,747 = 0$
1,9	-0,00593
1,91	-0,000693
1,92	0,00455

De acuerdo con lo anterior, se observa que el valor debe estar entre 1,91 y 1,92. Ahora damos valores a la profundidad de flujo y en este intervalo:

y	$\frac{y^{5/3}}{(4+2y)^{2/3}} - 0,747 = 0$
1,911	-0,000169
1,912	0,00036

Una vez concluidas las aproximaciones sucesivas, se llega a un valor de la profundidad normal de flujo de 1,911 metros, ya que con este valor se obtiene un valor muy cercano a cero para la función.

Procedimiento por hoja de cálculo. Para despejar el valor de la ecuación, se utiliza la aplicación “Función objetivo” del menú “Datos” de Excel. Se puede usar la función igualada a cero como se planteó para las aproximaciones sucesivas o se puede dejar como se tiene en el procedimiento. En este caso, se utiliza la función igualada a cero (figura 92).

Figura 92. Definición de la función objetivo

Fuente: elaboración propia

En la hoja de cálculo se busca en la pestaña “Datos” la opción “Análisis de hipótesis” (figura 93):

Figura 93. Aplicación análisis de hipótesis de la hoja de cálculo Excel

Fuente: elaboración propia

En la opción “Análisis de hipótesis” se selecciona la opción “Buscar objetivo” (figura 94):

Figura 94. Función “Buscar objetivo” del menú “Datos” de Excel

Fuente: elaboración propia

En esta opción se muestra la ventana que se aprecia en la figura 95:

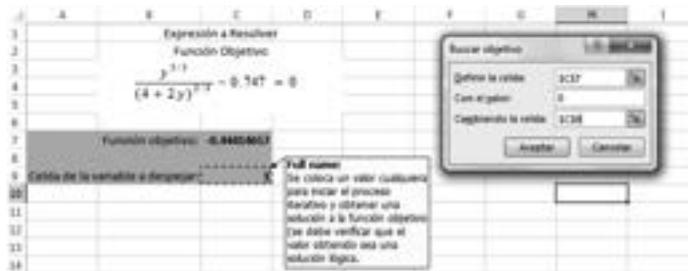
Figura 95. Ventana para establecer la función objetivo, definir el valor de iteración e indicar la celda con la variable a despejar



Fuente: elaboración propia

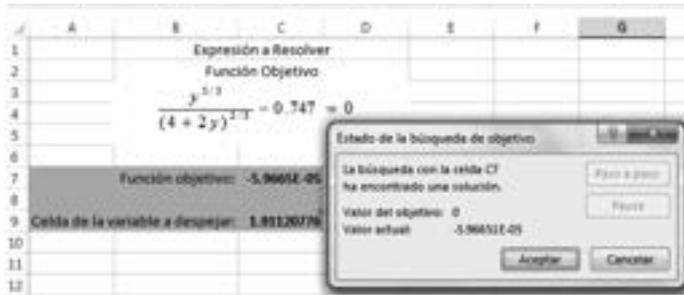
En la casilla en la que se indica “Definir la celda” se coloca la celda en la que se indique la función a resolver; en la casilla donde indica “Con el valor” se escribe el valor que se quiere obtener de la función que, en este caso, es el valor de cero; y en la casilla que dice “Cambiando la celda” se indica la celda en la que se tendrá un valor inicial de cálculo de la variable que se desea despejar de la función objetivo (figura 96).

Figura 96. Programación de la función objetivo en la celda respectiva y asignación de valor inicial del proceso de iteración



Fuente: elaboración propia

Se da “Aceptar” y se obtiene el valor de la variable que se desea despejar de la función objetivo (figura 97).

Figura 97 . Resultados del proceso de iteración

Fuente: elaboración propia

El valor obtenido es $Y = 1,91120776$ m que es igual al obtenido mediante el procedimiento de aproximaciones sucesivas.

Para determinar la energía específica del flujo se calcula la velocidad del flujo.

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{14}{(B \times Y)} = \frac{14}{(4 \times 1,911)} = 1,832 \text{ m/s}$$

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = 1,911 + \frac{1,832^2}{(2 \times 9,81)} = 2,082 \text{ m o N} \times \text{m/N,}$$

Para definir el tipo de flujo se debe calcular la altura crítica del flujo y compararla con la altura normal de flujo:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{Q}{B}\right)^2}{9,81}} = \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{14}{4}\right)^2}{9,81}} = 1,08 \text{ m}$$

Como la altura normal de flujo en el canal es mayor que la altura crítica el flujo es subcrítico.

Para que no se presente sedimentación o crecimiento de plantas acuáticas en el canal, la velocidad del flujo debe ser superior a 0,8 m/s. En este caso la velocidad es 1,832 m/s, por tanto, no habrá sedimentación.

Ejercicio 6.4

El caudal que se debe tomar del canal secundario es $1000/5 = 200$ l/s. Para un canal en tierra el coeficiente de rugosidad de Manning se puede tomar de la tabla 15 y corresponde a 0,022.

Se deben establecer los elementos de la sección transversal (figura 76). Para ello, se estima inicialmente la velocidad del flujo en el canal en tierra. Para evitar la erosión del canal se requiere una velocidad máxima según la tabla 16 (canal en barro firme ordinario) de 0,762 m/s; luego, se puede tomar un valor de velocidad de $0,6 \text{ m/s} < 0,762 \text{ m/s}$.

Se toma un talud 1:1; es decir, con un ángulo de inclinación de 45° . Utilizando la ecuación de Manning se puede encontrar el radio hidráulico:

$$v = \frac{1}{n} \times R^{2/3} \times S^{1/2}$$

$$0,6 = \frac{1}{0,022} \times R^{2/3} \times 0,001^{1/2}$$

$$R^{2/3} = 0,417 \Rightarrow R = 0,417^{3/2} = 0,27 \text{ m}$$

El área mojada se puede calcular con el caudal y la velocidad asumida:

$$Q = v \times A, \text{ luego, } A = \frac{Q}{v} = \frac{0,2}{0,6} = 0,3333 \text{ m}^2$$

El perímetro mojado se obtiene con el radio hidráulico y el área mojada.

$$R = \frac{A}{P}, \text{ luego, } P = \frac{A}{R}, P = \frac{0,3333}{0,27} = 1,234 \text{ m}$$

Asumiendo un ancho del fondo del canal de 0,3 m, se puede calcular la profundidad del flujo en el canal:

$$P = B + 2 \times y \times \sqrt{1 + z^2}$$

$$1,234 = 0,3 + 2 \times y \times \sqrt{1 + 1^2} = 0,3 + 2\sqrt{2}y$$

$$y = \frac{(1,234 - 0,3)}{2\sqrt{2}} = 0,33 \text{ m}$$

En resumen, el canal tendrá las siguientes dimensiones:

- Ancho del fondo del canal = $B = 0,3 \text{ m}$
- Pendiente de los taludes laterales 1: 1, luego, $z = 1,0$
- Área mojada = $A = 0,33 \text{ m}^2$
- Perímetro mojado = $P = 1,23 \text{ m}$
- Altura normal de flujo = $Y = 0,33 \text{ m}$

Ejercicio 6.5

Para las condiciones del ejemplo 6.4, con un caudal derivado de 100 litros por segundo, se tiene:

Paso 1. Diseño del orificio de salida del tanque

Se utiliza la expresión:

$$Q = C_d \times A \times \sqrt{2gH}$$

$H = 0,95$ m (porque está a 25 cm sobre el fondo del tanque y la altura del agua en el tanque es de 1.2 m). El coeficiente C_d se toma de la tabla 10 como 0,6 suponiendo una relación e/D (espesor pared tanque / diámetro orificio) menor a 0,5. Si se rempazan las variables, se tiene:

$$0,1 = 0,6 \times A \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,95}$$

$A \times 0,0386 \text{ m}^2 = \frac{\pi}{4} \times D^2$, despejando el diámetro D :

$D = 0,222$ m = 22,2 cm. Se toma un diámetro del orificio de 22,5 cm. Luego el caudal será:

$$Q = 0,6 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0,225^2 \right) \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,95} = 0,103 \text{ m}^3/\text{s}$$

Paso 2. Diseño del canal rectangular

Se asume que el canal tendrá un revestimiento en concreto pulido con llana de madera, lo que significa $n = 0,015$. La pendiente es de 1:1.000 (0,001). Utilizando la fórmula de Manning para el caudal se tiene:

$$Q = A \times \frac{1}{n} \times R^{2/3} \times S^{1/2}$$

$$0,103 = (B \times Y) \times \frac{1}{0,015} \times \left(\frac{B \times Y}{B + 2 \times Y} \right)^{2/3} \times 0,001^{1/2}$$

$$\frac{0,103 \times 0,015}{0,001^{1/2}} = (B \times Y) \times \left(\frac{B \times Y}{B + 2 \times Y} \right)^{2/3} = 0,0489$$

La sección más eficiente para el caso de un canal rectangular se obtiene cuando el ancho del canal B es igual a dos veces la altura del flujo en este ($B = 2Y$). Remplazando se tiene:

$$((2 \times Y) \times Y) \times \left(\frac{(2 \times Y) \times Y}{(2 \times Y) + 2 \times Y} \right)^{2/3} = 0,0489$$

$$(2 \times Y^2) \times \left(\frac{2 \times Y^2}{4 \times Y} \right)^{2/3} = 0,0489 = (2 \times Y^2) \times \left(\frac{Y}{2} \right)^{2/3}$$

$$0,0489 = \frac{2}{2^{2/3}} \times Y^{(2+2/3)} = 2^{1/3} \times Y^{8/3}$$

$$Y^{8/3} = \frac{0,0489}{2^{1/3}} = 0,03881; Y = 0,03881^{3/8} = 0,30 \text{ m}$$

Luego la sección transversal del canal es:

$$B = 2 \times Y = 0,60 \text{ m}$$

$$A = B \times Y = 0,18 \text{ m}^2$$

Paso 3. Condición de flujo en el canal rectangular

Se determina la profundidad crítica del flujo.

$$Y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{0,103}{0,6}\right)^2}{9,81}} = 0,1443 \text{ m}$$

Como la profundidad de flujo es mayor que la profundidad crítica, el flujo en el canal será subcrítico, es decir, un flujo tranquilo de baja velocidad.

Paso 4. Determinación de la velocidad de flujo en el canal

Se debe verificar el valor de la velocidad de flujo con los valores de velocidad mínima permisible para evitar que haya sedimentación o crecimiento de plantas:

$$Q = v \times A; v = \frac{Q}{A} = \frac{0,103}{0,18} \approx 0,6 \text{ m/s}$$

Para que no haya sedimentación, la velocidad debe estar entre 0,6 y 0,9 m/s, luego para la velocidad obtenida no se producirá sedimentación.

Paso 6. Diseño del vertedero de descarga

Para diseñar el vertedero de descarga en el canal de riego, se utilizará un vertedero triangular a 90° para el que la expresión del caudal es:

$$Q = 1,38 \times H^{5/2} \text{ donde } Q \text{ es el } 10 \% \text{ del caudal total.}$$

$$(0,1 \times 0,103) = 1,38 \times H^{5/2}$$

$$H = \left(\frac{(0,1 \times 0,103)}{1,38} \right)^{2/5}$$

$$H = 0,14 \text{ m}$$

Dado que la altura del flujo en el canal es de 0,30 m, la parte inferior de la ranura del vertedero debe colocarse a una altura de 0,16 m (0,30 - 0,14) medidos desde el fondo del canal.

Resumen del diseño:

- Diámetro orificio de salida del tanque = 22,5 cm
- Canal en concreto pulido con llana de madera
- Ancho del canal $B = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$
- Profundidad de flujo en el canal = 30 cm = 0,3 m
- Vertedero de descarga en el canal de riego = triangular a 90°
- Altura lámina de agua sobre la ranura del vertedero = 14 cm = 0,14 m
- Altura de la ranura medida desde el fondo del canal = 16 cm = 0,16 m
- Borde libre del canal = 15 cm = 0,15 m

Este libro fue compuesto en caracteres Minion
a 11 puntos, impreso sobre papel Bond de 75
gramos y encuadernado con el método hot melt,
en diciembre de 2020, en Bogotá, Colombia.

Conceptos básicos de mecánica de fluidos e hidráulica

La mecánica de fluidos y la hidráulica, son asignaturas que se encuentran en el pensum de cualquier pregrado en ingeniería civil, y en programas de tecnología en obras civiles. Permite abarcar los conceptos necesarios para el estudio de flujo a presión (flujo en tuberías) y el flujo libre (flujo en canales), conocimientos clave para la correcta ejecución de obras.

El texto permite al lector adquirir el conocimiento básico que se requiere para conocer los principales aspectos de un fluido, en particular, un fluido no compresible como el agua. De forma fácil y sencilla, se presentan las temáticas relacionadas a las propiedades de los fluidos, las fuerzas que ejerce un fluido como el agua sobre superficies que se encuentran en reposo, los principales aspectos que se deben conocer cuando el agua se encuentra en movimiento a través de un conducto cerrado o uno abierto y, se incluyen aspectos básicos de estructuras que permiten medir el caudal en forma directa, como es el caso de los orificios y vertederos.

El libro es un aporte que hace el grupo de investigación en Construcción, Geotecnia y Medio Ambiente (GIGMA), para ayudar a los estudiantes de programas de ingeniería civil y tecnología en obras civiles, a conocer aspectos básicos de un fluido en conductos cerrados y abiertos.

Incluye

- ▶ Ejemplos aplicados a la mecánica de fluidos e hidráulica.
- ▶ Conceptos y ejercicios que se apoyan en gráficos tridimensionales que brindan una mayor claridad y comprensión.
- ▶ Recapitulación de cada unidad para recordarle al lector los conceptos básicos que debe saber en relación al flujo en tuberías y canales.
- ▶ Un conjunto de ejercicios y su solución, para hacer la retroalimentación de los conceptos principales.

Romel Jesús Gallardo Amaya

Ingeniero Civil de la Universidad Industrial de Santander (UIS), Especialista en Práctica Docente Universitaria de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña, Especialista en Ingeniería Ambiental y Magíster en Geotecnia de la Universidad Industrial de Santander. Docente del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña y director del grupo de investigación (GIGMA), coautor de los libros *Inestabilidad de laderas: Procesos constructivos de estabilización* (2012) y *Análisis del comportamiento de suelos de alta plasticidad estabilizados con cementantes* (2019).

Haidee Yulady Jaramillo

Constructora de la Institución Universitaria Colegio Mayor de Antioquia, Especialista en Interventoría de Proyectos y Obras de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín y Magíster en Construcción con énfasis en Sostenibilidad de la misma institución. Docente de tiempo completo del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña, autora de dos diseños industriales registrados ante la Superintendencia de Industria y Proceso.

July Andrea Gómez Camperos

Ingeniera Mecatrónica y Magíster en Controles Industriales de la Universidad de Pamplona. Directora del grupo de Investigación GINSTI, docente de tiempo completo del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña.



Universidad Francisco
de Paula Santander
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación



GIGMA
Grupo de Investigación en Construcción
Geotecnia y Medio Ambiente

ISBN 978-958-771-963-5



9 789587 719635