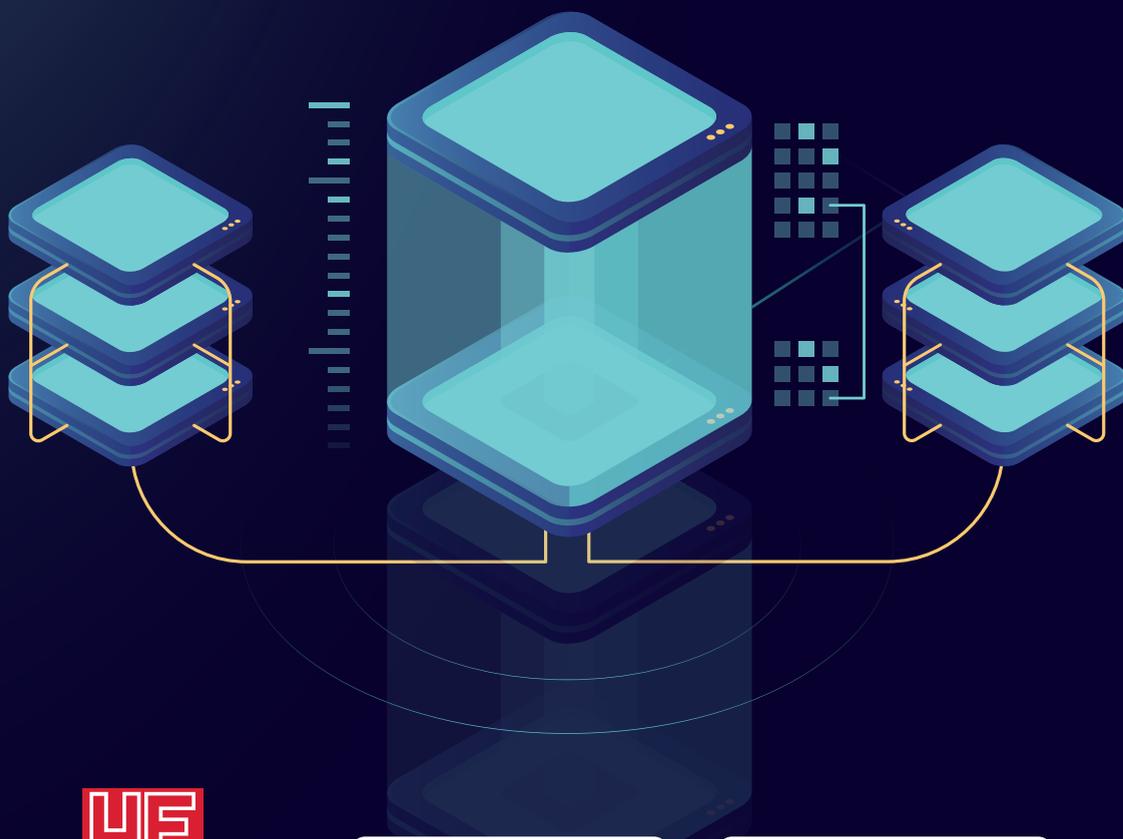


DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES PARA MEDIR CONFIABILIDAD, MANTENIBILIDAD Y DISPONIBILIDAD (CMD), QUE SE AJUSTAN A VARIAS FASES DE LA CURVA DE DAVIES

Edwin Espinel Blanco / Luis Alberto Mora Gutiérrez
Eder Flórez Solano



Universidad Francisco
de Paula Santander
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación



**DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES
PARA MEDIR CONFIABILIDAD,
MANTENIBILIDAD Y DISPONIBILIDAD
(CMD), QUE SE AJUSTAN A VARIAS
FASES DE LA CURVA DE DAVIES**

**EDWIN ESPINEL BLANCO
LUIS ALBERTO MORA G.
EDER FLÓREZ SOLANO**

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
GRUPO DE INVESTIGACIÓN GITYD
OCAÑA, COLOMBIA

Espinel Blanco, Edwin

Distribuciones no tradicionales para medir confiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad (CMD), que se ajustan a varias fases de la curva de Davies / Edwin Espinel Blanco, Luis Alberto Mora Gutiérrez, Eder Flórez Solano. -- 1a. ed. -- Bogotá : Ecoe Ediciones ; Cúcuta : Universidad Francisco de Paula Santander, 2019.

71 p.

"Incluye: Manejo de indicadores de clase mundial CMD en el mantenimiento industrial. Ventajas de cada uno de los modelos tradicionales y no tradicionales, utilizados en la determinación de indicadores CDM para sistemas y equipos cuya tasa de fallas se adapta a cualquier fase de la curva de la bañera" -- Contiene datos biográficos de los autores. -- Incluye bibliografía.

ISBN 978-958-771-696-2

1. Confiabilidad (Ingeniería) - Mediciones 2. Equipo industrial - Mantenimiento y reparación I. Mora Gutiérrez, Luis Alberto
II. Flórez Solano, Éder Norberto III. Título

CDD: 620.004 ed. 23

CO-BoBN- a1038106

 **Colección:** Ingeniería y salud en el trabajo
Área: Ingeniería



Grupo de Investigación
INGAP
Higiene y Aplicaciones para la Innovación, Calidad y Desarrollo



Grupo de Investigación
GITYD

- ▶ Edwin Espinel Blanco
- ▶ Luis Alberto Mora Gutiérrez
- ▶ Eder Flórez Solano

© Ecoe Ediciones Limitada
Carrera 19 # 63C 32
Bogotá, Colombia

© Universidad Francisco
de Paula Santander
Vía Acolsure, Sede el Algodonal
Ocaña Norte de Santander -
Colombia
Teléfono (057)(7) 5690088

Primera edición: Bogotá, diciembre de 2018

ISBN: 978-958-771-696-2

Coordinación editorial: Angélica García Reyes
Corrección de estilo: Camilo Moreno
Diagramación: Olga Lucía Pedraza R.
Carátula: Wilson Marulanda Muñoz
Impresión: La Imprenta Editores
Calle 77 # 27 A - 39

*Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.*

Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados

CONTENIDO

CAPÍTULO 1. LA CONFIABILIDAD, MANTENIBILIDAD Y DISPONIBILIDAD (CMD) EN LA FUNCIÓN DE MANTENIMIENTO INDUSTRIAL	1
1.1 La importancia de manejar indicadores CMD	3
1.2 Problemas asociados con no utilizar indicadores CMD en mantenimiento	5
CAPÍTULO 2. DISTRIBUCIONES TRADICIONALES PARA CMD	9
2.1 Introducción	9
2.2 CMD. Medición	9
2.2.1 Distribución normal.....	10
2.2.2 Distribución Log Normal	11
2.2.3 Distribución exponencial	13
2.2.4 Distribución de Rayleigh	15
2.2.5 Distribución de Weibull.....	16
2.2.6 Distribución Gamma	17

CAPÍTULO 3. DISTRIBUCIONES Y MODELOS NO TRADICIONALES

PARA MEDIR CMD	21
3.1 Introducción	21
3.2 Modelo de Weibull modificado (MWM)	21
3.2.1 Descripción del MWM	22
3.2.2 Características del MWM.....	22
3.2.3 Estimación de parámetros MWM.....	23
3.3 El nuevo modelo modificado de Weibull (NMWM)	23
3.3.1 Descripción del NMWM.....	24
3.3.2 Características del NMWM	24
3.3.3 Estimación de parámetros NMWM.....	25
3.4 Modelo Weibull transmutado modificado (WTM)	26
3.4.1 Descripción del modelo WTM.....	26
3.4.2 Características del Modelo WTM	26
3.4.3 Estimación de parámetros modelo WTM.....	27
3.5 Extensión del modelo de Weibull modificado con función de tasa de fallas en forma de curva de la bañera (WMFCB).....	28
3.5.1 Descripción del Modelo WMFCB.....	28
3.5.2 Características del Modelo WMFCB	28
3.5.3 Estimación de parámetros WMFCB.....	30
3.6 Modelo de tasa de fallas con forma de curva de la bañera BURR XII.....	31
3.6.1 Descripción del modelo BURR XII.....	31
3.6.2 Características del modelo BURR XII	31
3.6.3 Estimación de parámetros para el moldeo BURR II.....	32
3.6.4 Potencialidad del modelo BURR II	33
3.7 Distribución de Hjorth.....	34
3.7.1 Descripción de la distribución Hjorth	34
3.7.2 Características de la distribución Hjorth.....	34
3.7.3 Estimación de parámetros.....	36
3.8 Distribución Weibull exponencial (WE)	36
3.8.1 Descripción distribución WE	36
3.8.2 Características distribución WE.....	37
3.8.3 Parametrización distribución WE.....	38
3.9 Modelo Jiang.....	38
3.9.1 Descripción del modelo Jiang.....	38
3.9.2 Características del modelo Jiang.....	39
3.9.3 Estimación de parámetros Jiang	40
3.10 Modelo Muldholkar y Srivastava (MS).....	40
3.10.1 Características del modelo MS	40
3.10.2 Estimación de parámetros MS.....	41

CAPÍTULO 4. BONDADES DE LAS DISTRIBUCIONES

NO TRADICIONALES	45
4.1 Introducción	45
4.2 Bondades del modelo Weibull modificado (MWM)	45
4.2.1 Interpretación física del MWM	46
4.2.2 Aplicaciones del MWM	47
4.3 Bondades del nuevo modelo Weibull modificado (NMWM)	48
4.3.1 Interpretación física del NMWM	48
4.3.2 Aplicaciones del NMWM	49
3.4 Bondades del modelo Weibull transmutado modificado (WTM)	49
4.4.1 Interpretación física del WTM	50
4.4.2 Aplicaciones del modelo WTM	50
4.5 Bondades modelo Weibull modificado con función de tasa de fallas en forma de curva de la bañera (WMFCB).....	51
4.5.1 Interpretación física del modelo WMFCB	51
4.5.2 Aplicaciones del modelo WMFCB	52
4.6 Bondades modelo de tasa de fallas con forma de curva de la bañera (BURR XII).....	53
4.6.1 Interpretación física del modelo BURR II.....	53
4.6.2 Aplicaciones del modelo BURR II.....	54
4.7 Bondades de la distribución de Hjorth	54
4.7.1 Interpretación física del modelo Hjorth	54
4.7.2 Aplicaciones del modelo de Hjorth	55
4.8 Bondades modelo Weibull exponencial (WE).....	55
4.8.1 Interpretación física del modelo WE	56
4.8.2 Aplicaciones del modelo WE	57
4.9 Bondades modelo Jiang.....	57
4.9.1 Interpretación física del modelo Jiang	58
4.9.2 Aplicaciones del modelo Jiang	59
4.10 Bondades modelo Muldholkar y Srivastava (MS).....	59
4.10.1 Interpretación física del modelo MS	59
4.10.2 Aplicaciones del modelo MS	60
CAPÍTULO 5. ANÁLISIS PROYECTOS FUTUROS	61
5.1 Viabilidad de las distribuciones no tradicionales para proyectos futuros.....	61
5.1.1 Viabilidad del modelo Weibull modificado (WM)	61
5.1.2 Viabilidad del nuevo modelo Weibull modificado (NMWM)	62
5.1.3 Viabilidad modelo Weibull transmutado modificado (WTM).....	62

5.1.4 Viabilidad modelo Weibull modificado con función tasa de fallas en forma de curva de la bañera (WMFCB).....	63
5.1.5 Viabilidad modelo de tasa de fallas con forma de curva de la bañera BURR XII.....	63
5.1.6 Viabilidad modelo Hjorth	63
5.1.7 Viabilidad modelo Jiang	64
5.1.8 Viabilidad Modelo Muldholkar y Srivastava.....	64
CAPÍTULO 6. REFLEXIONES FINALES	65
BIBLIOGRAFÍA	69

ÍNDICE DE FIGURAS

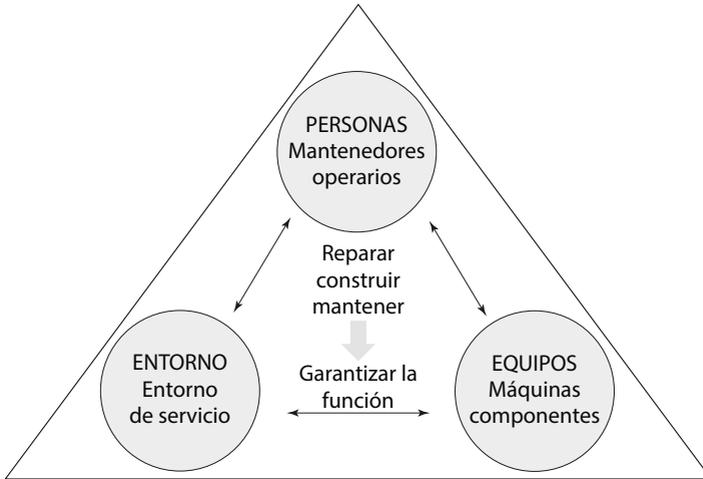
FIGURA 1. Unidad fundamental del mantenimiento.....	2
FIGURA 2. Elementos estructurales del mantenimiento	2
FIGURA 3. Tiempos que impiden la funcionalidad del equipo	6
FIGURA 4. Funciones, gráficas y parámetros de diferentes distribuciones.....	18
FIGURA 5. Distribuciones no clásicas y sus características.....	42
FIGURA 6. Función de tasa de fallas MWM para, $a=1$, $b=5$, $c=2$ y $d=5$	46
FIGURA 7. Función de tasa de fallas MWM para $a=1$, $b=5$, $c=5$, $d=9$	47
FIGURA 8. Función de tasa de fallas para diferentes parámetros NMWM.....	49
FIGURA 9. Función de tasa de fallas diferentes parámetros WTM.....	50
FIGURA 10. Función de tasa de fallas modelo WMFCB diferentes β	52
FIGURA 11. Función de tasa de fallas BURR diferentes parámetros	53
FIGURA 12. Función de tasa de fallas Hjorth.....	55
FIGURA 13. Función de tasa de fallas WE.....	56
FIGURA 14. Regiones de la curva de la bañera con diferentes parámetros WE.....	57
FIGURA 15. Función de tasa de fallas diferentes parámetros modelo Jiang	58
FIGURA 16. Función de tasa de fallas diferentes parámetros MS.....	60

CAPÍTULO 1

LA CONFIABILIDAD, MANTENIBILIDAD Y DISPONIBILIDAD (CMD) EN LA FUNCIÓN DE MANTENIMIENTO INDUSTRIAL

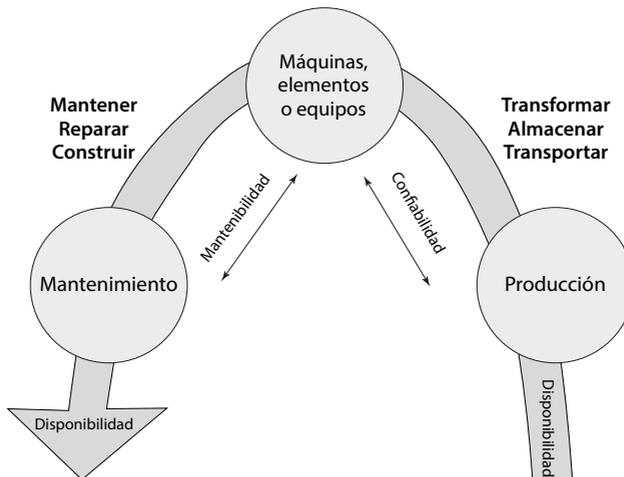
Las empresas pertenecen a dos grandes grupos: manufactura o servicios. Sin importar el sector de la economía en el cual se desarrolla su actividad, cualquier tipo de industria moderna puede ajustarse a esta clasificación y todas requieren de equipos, máquinas o sistemas para realizar sus procesos y actividades con miras a alcanzar sus objetivos misionales (Duffuaa, 2007).

El fin último del mantenimiento es garantizar que los equipos funcionen y cumplan con lo que los usuarios requieren de ellos, sin embargo, la disponibilidad de los equipos y sistemas es afectada por el entorno y la acción del personal que, de una u otra forma, intervienen en su operación y mantenimiento. Esto es lo que se conoce como unidad fundamental del mantenimiento (Mora, 2009).

Figura 1. Unidad fundamental del mantenimiento

Fuente: Mora (2009).

De esta forma, el mantenimiento busca garantizar que los activos físicos en una empresa u organización industrial, como los equipos y sistemas que representan una inversión de capital, sean la herramienta para alcanzar los objetivos del negocio. Esto solo es posible si dichos activos cumplen con la función requerida por los usuarios, es decir, si alcanzan los niveles CMD proyectados en la etapa de planeación del mantenimiento que están ligados a los requerimientos de producción (Duarte, 2006; Pascual J, 2002).

Figura 2. Elementos estructurales del mantenimiento

Fuente: Mora (2009).

Las empresas requieren que el desempeño de los equipos sea acorde a sus requerimientos y a las exigencias impuestas por el mercado. Por ello, es muy importante que estos funcionen sin presentar fallas y según los niveles de producción (Sánchez, 2010).

Una organización es exitosa siempre que sus equipos funcionen sin presentar fallas ni provocar paradas en la producción, es decir, cuando funcionan sin fallos bajo unos parámetros de operación impuestos en parte por el proceso y el entorno o, en algunos casos, por las exigencias propias del mercado (Federico, 2012).

Un equipo que funciona según los parámetros definidos alcanza niveles adecuados de producción, calidad y la disminución de costos operacionales. Esto solo se logra si se mantienen los equipos para no fallar y operar correctamente cuando sus usuarios lo desean (Moubrey, 2004). En este contexto, el mantenimiento juega un papel muy importante dentro de la empresa como parte activa del proceso de producción, por ello deja de ser visto como una actividad de reparación y se comienza a concebir como la gestión de recursos con el objetivo de alcanzar el correcto desempeño de los equipos, para lo que se utiliza indicadores de clase mundial como CMD (confiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad).

Los niveles de CMD indican el comportamiento y el desempeño que tiene un equipo. La forma para calcular CMD reviste gran importancia, pues existen varias alternativas que difieren en su metodología y en su fundamentación técnica. Unas son más adecuadas que otras y sobresalen el modelo puntual, el de distribuciones, los modelos de procesos homogéneos y no homogéneos de Poisson y las series temporales (Mora, 2009).

1.1 La importancia de manejar indicadores CMD

La globalización de los mercados impone la fabricación de productos bajo los requerimientos de calidad establecidos por el cliente. Estos exigen cumplir con parámetros definidos para cada caso al mismo tiempo que se mantienen unos costos de producción que permiten a la empresa competir en el mercado. En este punto se hace indispensable garantizar el correcto funcionamiento de los equipos durante el tiempo que sea necesario con niveles de producción y parámetros de calidad establecidos para cada producto, lo cual solo puede ser posible con una correcta gestión de mantenimiento.

El mantenimiento es entendido actualmente como la gestión de activos físicos (*Asset Management*¹) e implica, para cualquier organización que defina como su objetivo alcanzar el éxito, la necesidad de desarrollar e implementar una forma sistemática para programar, ejecutar y controlar sus actividades de acuerdo a un diagnóstico inicial de su situación y a la medición de indicadores que permitan evaluar constantemente su propio desempeño con el objetivo de mejorar continuamente los procesos (Amendola, 2011).

Cada empresa establece aquellos parámetros que va a medir de acuerdo con su propia realidad y al sector de la economía en cual desarrolla su actividad (Gonzalez, 1993). Para el caso específico del departamento de mantenimiento se pueden definir diversos indicadores como mano de obra, rotación o niveles de repuestos e inventario, indicadores de calidad, *backlog*², tiempo medio entre fallas (MTBF³), tiempo medio de reparación MTTR⁴, confiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad, entre muchos otros.

Por su importancia para determinar el comportamiento de los equipos de acuerdo con su contexto operacional⁵ como indicadores de mantenimiento de clase mundial se encuentran la confiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad (CMD), los cuales gestionan las actividades requeridas con el mantenimiento en cualquier tipo de organización sin importar el sector de la economía en el cual se desarrolla (Mora, 2009).

Para gestionar el mantenimiento bajo el análisis CMD existen diversas metodologías aplicables. Estas varían desde el uso de mediciones de desempeño de los equipos con base en los tiempos útiles y tiempos de parada por mantenimiento, entre otros. Además, permiten realizar cálculos puntuales de promedios hasta complejos modelos estadísticos y probabilísticos. La metodología más adecuada para cada organización depende, entre otros aspectos, del grado de madurez científica

-
- 1 *Asset Management* es el arte y la ciencia de poner en práctica y desarrollar todos los potenciales de una organización de mantenimiento, que le aseguren una supervivencia a medio y largo plazo y a ser posible beneficiosa (Gobal Asset Management, 2018).
 - 2 *Backlog* es un índice clave para el manejo de la carga en mantenimiento, actividades programadas que pendientes de ejecución por el grupo de mantenimiento (Mantenimiento Mundial, 2018).
 - 3 MTBF son las siglas de *Mean Time Between Failures* (Mora, 2009).
 - 4 MTTR son las siglas *Mean Time To Repair* (Mora, 2009).
 - 5 Contexto operacional es todo aquello que influencia el comportamiento de equipos y se inserta por completo en las estrategias de mantenimiento y comienza por la definición de las funciones (Noria Latino, 2006).

y técnica, de las características del entorno y de la posibilidad de reparación o no de cada equipo (Mora, 2009). Los métodos de ajuste de distribuciones con parámetros son ampliamente aceptados en todo tipo de industria tanto para elementos reparables como no reparables.

1.2 Problemas asociados con no utilizar indicadores CMD en mantenimiento

El mantenimiento industrial como disciplina se fundamenta en principios, filosofías, estrategias, técnicas y procedimientos que se utilizan sistémicamente para mantener el funcionamiento y preservar la vida útil de los equipos con costos aceptables, seguridad y sin peligro de contaminación para el medio ambiente. Esta premisa es uno de los principios por los cuales se concibe actualmente el mantenimiento como la gestión de activos físicos.

Los equipos y las instalaciones son la inversión de cualquier industria, por ello, existe la necesidad de cuidarlos y mantenerlos para disminuir su depreciación y prolongar su ciclo de vida útil. Para esto se requiere medir constantemente las actividades propias de la gestión, con miras a lograr los objetivos de la función del mantenimiento, a saber: la disponibilidad de los equipos en el momento que se requieran, la funcionalidad sin presentar fallas y la efectividad en la ejecución de las acciones que posibilitan el menor tiempo inoperante de los mismos. El mantenimiento es efectivo si cuando se evalúa la eficacia de las acciones se toman decisiones con base en realidades propias de cada caso, lo que hace indispensable que cada organización defina con claridad los indicadores a utilizar para medir la gestión de su área de mantenimiento (Domínguez, 1999).

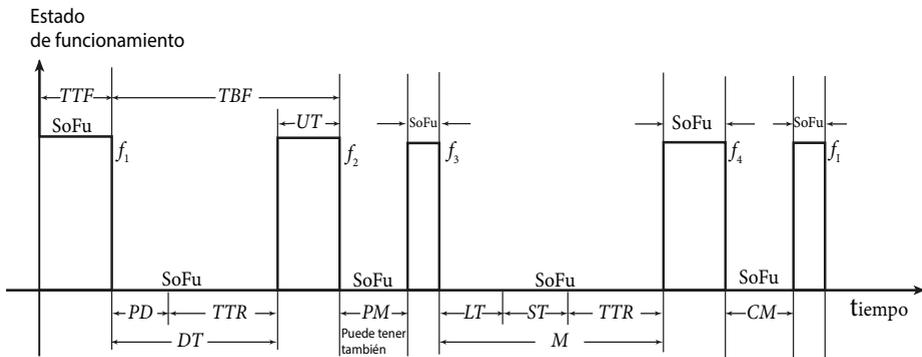
La confiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad de equipos son indicadores de mantenimiento que se determinan con base en los tiempos útiles de los equipos (UT^6) y los tiempos no operativos (DT^7) con distintas metodologías por medio de cálculos puntuales de promedios o con distribuciones. Entre las principales distribuciones se tiene la normal, exponencial, Log Normal, Weibull, Gamma, Poisson, Hasting y Rayleigh. La distribución más aceptada, incluso con aplicaciones militares y navales, es la de Weibull (Catalán, 2007), pues su función de tasa de fallas se ajusta a las fases de la tasa de fallas de sistemas reparables descrita en la curva de la bañera.

6 Del inglés *Up Time*, corresponde al tiempo útil en el que el equipo funciona correctamente (Mora, 2009).

7 Del inglés *Down Time*, corresponde al tiempo no operativo del equipo, es decir, cuando no funciona de acuerdo a las condiciones de operación descritas por los usuarios.

El modelo universal e integral⁸ realiza el ajuste de la distribución en dos fases: estimación de parámetros de función de no confiabilidad $F(t)$ ⁹, de mantenibilidad $M(t)$ y regresión lineal con mínimos cuadrados para Weibull con valores aceptables para los coeficientes de determinación muestral y correlación múltiple. Para esto, una vez alineada la distribución, se realiza el chequeo de ajuste de bondad y debe cumplir con por lo menos dos pruebas. En el caso de que no lo haga, se considera otra distribución que se ajuste a cualquiera de las tres fases de la curva de bañera. El principal inconveniente para el análisis CMD es que en la práctica se encuentran sistemas en los que ninguna de las distribuciones clásicas estudiadas se ajusta a la gráfica de la función de fallas en forma de curva de la bañera.

Figura 3. Tiempos que impiden la funcionalidad del equipo



Donde

$TTF = \text{Time To Failure} =$ Tiempo hasta Fallar (se usa en equipos que solo fallan una vez, no reparables).

$TBF = \text{Time Between Failures} =$ Tiempo entre Fallas.

$UT = \text{Up Time} =$ Tiempo útil en el que equipo funciona correctamente.

$DT = \text{Down Time} =$ Tiempo no operativo.

$f_i =$ Falla i -esima

$TTR = \text{Time To Repair} =$ Tiempo que demora la reparación.

8 Modelo Universal e Integral para la medición CMD. Fue propuesto por Mora (2009).

9 Del inglés *Failures*, es opuesto de la confiabilidad, corresponde a un estado de incapacidad para cumplir con la función requerido por los usuarios del equipo.

- CM* = *Corrective Maintenance* = Tiempo que demora la reparación correctiva o modificativa.
- PM* = *Planned Maintenance* = Mantenimientos Planeados (preventivo y/o predictivo), Moubray los denomina Tareas Proactivas.
- LT* = *Logistical Times* = Tiempos logísticos o administrativos (incluye MD (*Maintenance Delays*) demoras y retrasos de mantenimiento).
- ST* = *Supplies Times* = Tiempos de suministros de repuestos, insumos o de recursos humanos.
- NTTR* = *Net Time To Repair* = Tiempo Neto para la reparación, no incluye ni demoras, ni tiempos logísticos, ni tiempos de suministros, ni otros tiempos exógenos que impiden la reparación.
- PD* = *Production Delays* = Retrasos en producción para informar y notificar a mantenimiento de la no funcionalidad del equipo o sistema, o demoras en la producción por causas imputables a ella (falta de materias primas, falta de personal, etc).

Fuente: Mora (2009).

CAPÍTULO 2

DISTRIBUCIONES TRADICIONALES PARA CMD

2.1 Introducción

La siguiente sección provee los fundamentos conceptuales sobre la confiabilidad, la mantenibilidad y la disponibilidad de equipos. Se presentan los criterios para su uso y se desataca su importancia en la gestión de mantenimiento de acuerdo con sus características y métodos de cálculo.

2.2 CMD. Medición

Los conceptos de confiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad (CMD) como probabilidades, son los tres indicadores más importantes del mantenimiento. Su estudio se basa en el tiempo, por lo que cualquier intento de cuantificación en casos prácticos requiere de la medición del tiempo útil o de operación sin fallos y del inoperante o en fallo¹ de los equipos. La falla de un sistema o equipo se puede definir como un suceso que ocasiona incapacidad para realizar sus funciones requeridas o para satisfacer los requisitos especificados por sus usuarios, esto sin considerar las causas que la generaron (Jezdimir, 1996).

1 Un fallo es la causa de la inoperatividad del sistema o su incapacidad de cumplir con las funciones para las cuales fue instalado (Jezdimir, 1996).

Las distribuciones de tiempo de vida conocidas como tradicionales o clásicas, de mayor aceptación y uso en análisis de confiabilidad se describen a continuación:

2.2.1 Distribución normal

Se usa cuando se requiere describir algunos equipos que se encuentran en obsolescencia física o funcional, modelos de fatiga, fenómenos naturales o cuando los equipos son afectados desde un comienzo por el desgaste. Se ubica en la última zona de la curva de la bañera (Díaz Matalobos, 1992; Ebeling, 1997; Rojas, 1975; Mora, 2009). Esta distribución de dos parámetros se utiliza en el análisis de confiabilidad para elementos reparables cuando su función de tasa de fallos se ubica en la fase de desgaste o envejecimiento de la curva de la bañera, el cual obedece al deterioro por edad del componente. Los dos parámetros son la media μ y la desviación estándar σ (Rakumar, 1993). Para la confiabilidad, la esperanza matemática del tiempo medio entre fallas *MTBF* es:

Ecuación 1. MTBF distribución normal

$$MTBF \int_0^{\infty} R(t) dt = \int [1 - F(t)] dt$$

Donde, *MTBF* es el tiempo medio entre fallas, $R(t_j)$ es la función de confiabilidad y $F(t_j)$ es la función de no confiabilidad, la confiabilidad entonces está dada por:

Ecuación 2. Función de confiabilidad distribución normal

$$R(t_j) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_j - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

Donde $R(t_j)$ es la función de confiabilidad de su media μ y su desviación estándar σ (Jezdimir, 1996; Mora, 2009; O'Connor, 1989).

Para la mantenibilidad, la esperanza matemática tiempo medio entre reparaciones *MTTR* es:

Ecuación 3. MTTR distribución normal

$$MTTR = \int_0^{\infty} M(t) dt$$

Según Gnedenko (1999), $M(t)$ como función de mantenibilidad es expresada por:

Ecuación 4. Función de mantenibilidad distribución normal

$$M(t_j) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_j-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

La función de densidad de probabilidad de fallas $f(t_j)$ está dada por:

Ecuación 5. Función de densidad de probabilidad de fallas distribución normal

$$f(t_j) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_j-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Según O'Connor (1989), la función de tasa de fallos λ en la distribución normal con μ y σ ya conocidos es:

Ecuación 6. Función de tasa de fallas distribución normal

$$\lambda(f_j) = \frac{f(t_j)}{R(t_j)}$$

2.2.2 Distribución Log Normal

Se utiliza comúnmente como una distribución de tiempo de reparación, pues la tasa de reparación se define en analogía con la tasa de fracaso. Por ello, cuando se modela el tiempo de reparación es natural suponer que la tasa de reparación es cada vez mayor, por lo menos en una primera fase, lo que significa que la probabilidad de completar la acción de reparación dentro de un corto intervalo de tiempo aumenta con el tiempo de reparación transcurrido (Rausand *et al.*, 2004).

Es útil para medir el tiempo de reparación de un sistema o equipo, pues determina los rangos de tiempo medio en que el equipo es reparado o devuelto a su estado de funcionamiento (Mora, 2009; Rakumar, 1993). Además, permite detectar periodos en los cuales las reparaciones no se ejecutan según lo programado por problemas en la mayoría de los casos logísticos y administrativos (Rausand *et al.*, 2004). De acuerdo con algunos estudios, se comprueba que las fallas por fatiga se ajustan a una distribución Log Normal, la cual, además, se usa para representar la vida de componentes electrónicos (Mora, 2009; Gnedenko, 1999; Nachlas, 1995).

En la distribución Log Normal los valores μ y σ no son la media y la desviación estándar de la variable aleatoria, sino de su logaritmo.

Para la confiabilidad, según Rojas (1975), la esperanza matemática tiempo medio entre fallas *MTBF* es:

Ecuación 7. Esperanza matemática MTBF distribución Log Normal

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t)dt = \int [1 - F(t)] dt$$

Donde $R(t_j)$ es la función de confiabilidad con su media μ y su desviación estándar σ , está dada por:

Ecuación 8. Función de confiabilidad distribución Log Normal

$$R(t_j) = \int_0^{\infty} \frac{1}{t_j \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{[\ln(t_j) - \mu]^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

Con μ como la media de los logaritmos naturales de la variable aleatoria y su desviación estándar σ .

Ecuación 9. MTBF distribución Log Normal

$$MTBF = e^{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})}$$

Para la mantenibilidad, la esperanza matemática tiempo medio para reparaciones *MTTR* es:

Ecuación 10. Esperanza matemática MTTR distribución Log Normal

$$MTTR = \int_0^{\infty} M(t)dt$$

Con $M(t)$ como función de mantenibilidad expresada por:

Ecuación 11. Función de mantenibilidad distribución Log Normal

$$M(t_j) = \int_0^{\infty} \frac{1}{t_j \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(t_j) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

El tiempo medio para reparar es:

Ecuación 12. MTTR distribución Log Normal

$$MTTR = e^{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})}$$

La función de densidad de probabilidad de fallas $f(t_j)$ está dada por:

Ecuación 13. Función de densidad probabilidad de fallas Log Normal

$$f(t_j) = \frac{\exp\left[-\frac{(\ln(t_j) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]}{t_j \sigma \sqrt{2\pi}}$$

Según O'Connor (1989), la función de tasa de fallos λ en la distribución Log Normal con μ y σ ya conocidos:

Ecuación 14. Función de tasa de fallas distribución Log Normal

$$\lambda(f_j) = \frac{f(t_j)}{R(t_j)}$$

2.2.3 Distribución exponencial

La distribución exponencial se puede utilizar en equipos que muestran una función de tasa de fallas constante durante toda su vida útil donde su probabilidad de fallas no depende del tiempo. Se utiliza ampliamente para representar el tiempo de funcionamiento de sistemas o componentes eléctricos y electrónicos que no se afectan con el tiempo (Mora, 2009).

Una tasa de fallas constante implica que la ocurrencia de averías es puramente aleatoria y no hay deterioro de la resistencia o solidez de los componentes con el tiempo. En este caso, la tasa instantánea de fracaso es la misma tanto en la

hora 100 como en la hora 1000. Aunque este análisis no es realista para todos los tiempos, es una buena aproximación durante el tiempo funcional de un sistema para analizar su probabilidad de no presentar fallas. Además, se puede utilizar para estudiar el periodo de rodaje donde la tasa de fallas se ubica en la segunda zona de la curva de la Bañera (Rakumar, 1993).

En términos generales, la distribución exponencial se utiliza cuando existen sustituciones cíclicas de partes o componentes generalmente programados en mantenimientos preventivos. Las fallas se pueden presentar en cualquier momento y no en función del tiempo de operación. Por ello, se usa para modelar componentes electrónicos, pues el componente en operación normal que aún no falla es estadísticamente tan bueno como un componente nuevo cuando se analizan componentes que presentan una tasa de falla constante (Leemis, 1995; Toro, 2013).

Utiliza un solo parámetro de escala λ y la función de densidad de probabilidad de fallas en distribución exponencial está dada por:

Ecuación 15. Función de densidad de probabilidad de fallas exponencial

$$f(t) = \lambda e^{(-\lambda t)}$$

Cuando $\lambda > 0$

Integrando $f(t)$, se tiene la función de no confiabilidad:

Ecuación 16. Función de no confiabilidad distribución exponencial

$$f(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

La confiabilidad entonces tendrá la siguiente expresión:

Ecuación 17. Función de confiabilidad distribución exponencial

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

El parámetro λ es llamado tasa de fallas y es igual al número de fallas por unidad de tiempo (Rakumar, 1993; Leemis, 1995).

Ecuación 18. Función de tasa de fallas distribución exponencial

$$\lambda = \frac{1}{MTBF}$$

La función de mantenibilidad se basa en el criterio de tiempos de recuperación exponencial, en la cual $MTTR$ es el tiempo medio para reparar, está dada por:

Ecuación 19. MTTR distribución exponencial

$$M(t) = 1 - e^{\left(-\frac{t}{MTTR}\right)}$$

2.2.4 Distribución de Rayleigh

Es una distribución de un solo parámetro k y es útil en el análisis de la fatiga y de los componentes que se desgastan y se ubican en la tercera zona de la curva de Davies, en la cual la función de tasa de fallas crece linealmente con el tiempo (Rakumar, 1993).

La función de densidad de probabilidad de fallas para este modelo es:

Ecuación 20. Función de densidad de probabilidad de fallas Rayleigh

$$f(t) = kte^{\left(\frac{kt^2}{2}\right)}$$

La función de confiabilidad está dada por:

Ecuación 21. Función de confiabilidad Rayleigh

$$R(t) = e^{\left(\frac{kt^2}{2}\right)}$$

Por lo que, la función de no confiabilidad es:

Ecuación 22. Función de no confiabilidad Rayleigh

$$F(t) = 1 - e^{\left(\frac{kt^2}{2}\right)}$$

La correspondiente función de tasa de fallas está dada por:

Ecuación 23. Función de tasa de fallas Rayleigh

$$\lambda(t) = kt$$

2.2.5 Distribución de Weibull

Es la distribución de mayor aceptación para determinar *CMD*, pues su función de tasa de falla se ajusta a cualquier fase de la curva de la bañera y permite representar mantenibilidad y confiabilidad. Además, la función de tasa de falla se ajusta a sistemas reparables como no reparables (Mendehall, 1997; Mora, 2009).

La función de densidad de probabilidad de fallas $f(t)$ para Weibull está dada por:

Ecuación 24. Función de densidad de probabilidad de fallas Weibull

$$F(t) = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t-\gamma}{\eta} \right]^{\beta-1} e^{-\left[\frac{t-\gamma}{\eta} \right]^{\beta}}$$

Donde:

β = parámetro de forma

γ = parámetro de posición

η = parámetro de escala

La función de confiabilidad está dada por:

Ecuación 25. Función de confiabilidad Weibull

$$R(t) = e^{-\left[\frac{t-\gamma}{\eta} \right]^{\beta}}$$

Y la función probabilidad de tasa de fallas es:

Ecuación 26. Función de tasa de fallas Weibull

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t-\gamma}{\eta} \right]^{\beta-1}$$

La función de mantenibilidad $M(t)$ se fundamenta en el criterio de que los tiempos de reparación o mantenimiento de un equipo y para la distribución de Weibull se representan con la expresión:

Ecuación 27. Función de mantenibilidad Weibull

$$M(t) = 1 - e \left[\frac{t - \gamma}{\eta} \right]^\beta$$

2.2.6 Distribución Gamma

Distribución de dos parámetros que tiene medidas de escala y forma al igual que Weibull y pueden ser ajustados de forma flexible. La distribución exponencial es un caso especial de la distribución gamma cuando $\alpha=1$ (O'Connor, 1989). Cuando alfa es un entero positivo a Gamma, se le denomina la distribución de Erlang (Mora, 2009).

Es útil para representar los tiempos de falla en sistemas que se encuentran en periodo de acondicionamiento o rodaje, así como para sistemas redundantes o en *stand-by*² que son requeridos en periodos de tiempos discretos (Mora, 2009; Rojas, 1975).

La función de confiabilidad $R(t)$ en la distribución gamma está dada por:

Ecuación 28. Función de confiabilidad Gamma

$$R(t) = \frac{\lambda^\alpha}{r(\alpha)} \int_t^\infty t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t) dt$$

La función de densidad de probabilidad de falla para la distribución Gamma es:

Ecuación 29. Función densidad de probabilidad de falla Gamma

$$f(t_j) = \frac{\lambda^\alpha}{r(\alpha)} (t_j)^{\alpha-1} \exp^{-\lambda t_j}$$

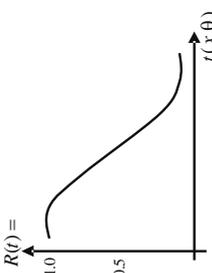
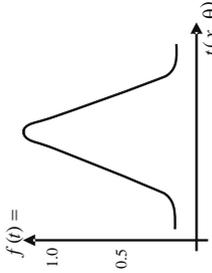
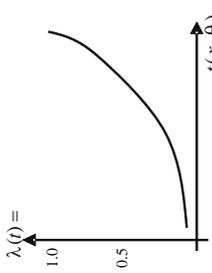
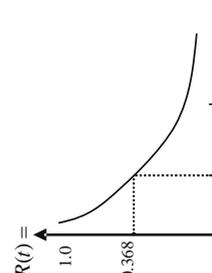
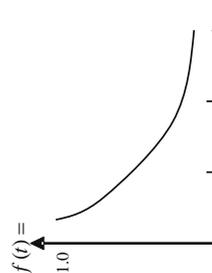
En no confiabilidad $MTBF$, para los valores obtenidos de α y λ con t_j es:

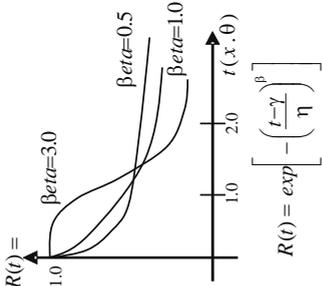
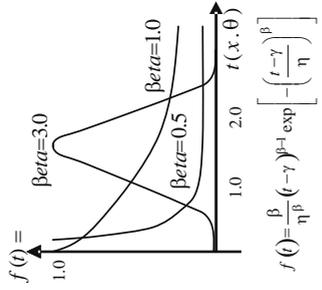
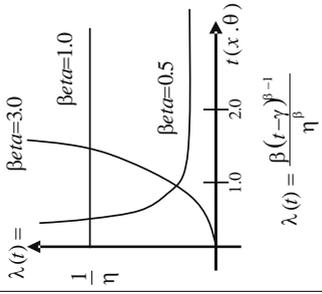
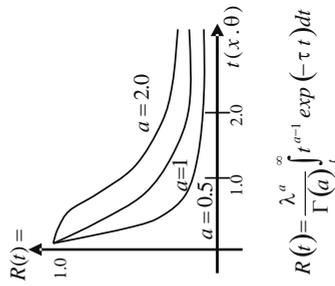
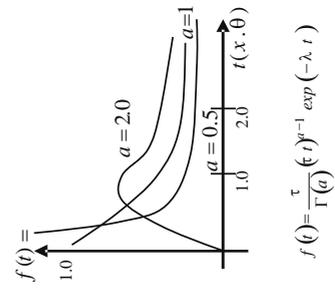
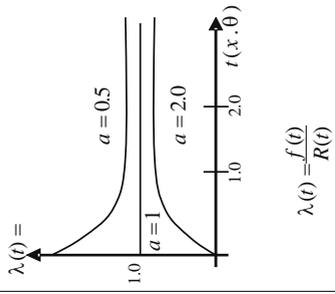
Ecuación 30. MTBF distribución Gamma

$$MTBF = \frac{\alpha}{\lambda}$$

2 Del inglés *Stand by*, corresponde a aquellos equipos que son redundantes o están a la espera de entrar a operar cuando sean requeridos, también son conocidos como equipos para emergencias.

Figura 4. Funciones, gráficas y parámetros de diferentes distribuciones

Distribución	Parámetros	$R(t) = 1 - F(t)$ Función de confiabilidad	Función de densidad de probabilidad de falla $f(t)$	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$ Función de Tasa de Falla	Sus usos son relevantes en
Normal	Media, μ Desviación estándar, σ	 $R(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$	 $f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	 $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$	Distribución de vida de elementos o sistemas sometidos a grandes cargas o esfuerzos
Exponencial	MTB, θ $\theta = \lambda^{-1}$	 $R(t) = \exp(-\lambda * t)$	 $f(t) = \lambda * \exp(-\lambda * t)$	 $\lambda(t) = \lambda = \theta^{-1}$	Distribución de vida de elementos o sistemas complejos no reparables Distribución de vida de algunos elementos o sistemas en el período de rodaje, fase I o de mortalidad infantil

Distribución	Parámetros	$R(t) = 1 - F(t)$ Función de confiabilidad	Función de densidad de probabilidad de falla $f(t)$	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$ Función de Tasa de Falla	Sus usos son relevantes en
Weibull $f(t) = \frac{\tau}{\Gamma(a)} (t/\eta)^{a-1} \exp(-\lambda t)$	Posición, γ Escala, η Forma, β Las curvas de esta ilustración son con $\lambda = 0.0$	 $R(t) = \exp \left[- \left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^\beta \right]$	 $f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^\beta \right]$	 $\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1}$	Elementos o sistemas con resistencia a la corrosión Distribución de vida de muchos elementos básicos: capacitores, relays, rodamientos, algunos motores, etc.
Gamma $\Gamma(a) = (a-1)!$	$SD = \frac{a^{1/2}}{\lambda}$ Cuando a es un número entero, se cumple que: $\Gamma(a) = (a-1)!$	 $R(t) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} \int_t^\infty t^{a-1} \exp(-\tau t) dt$	 $f(t) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} t^{a-1} \exp(-\lambda t)$	 $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$	Distribución de tiempo de vida entre recalibración, ajuste o mantenimiento de equipos. Distribución de tiempo de vida de elementos con sistemas paralelos o en stand-by

Fuente: Mora (2009).

CAPÍTULO 3

DISTRIBUCIONES Y MODELOS NO TRADICIONALES PARA MEDIR CMD

3.1 Introducción

Entre las principales distribuciones no tradicionales que se usan para medir CMD, cuya función de tasa de fallas se adapta a dos o más fases de la curva de Davies, están las modificaciones a la distribución de Weibull y los trabajos propuestos por autores que combinan dos o más distribuciones clásicas.

En la última década han tomado fuerza las distribuciones para estudiar confiabilidad basadas en la función de tasa de fallos en forma de curva de la bañera (Mudholkar *et al.*, 2009). De igual forma, existen trabajos sobre otros modelos y distribuciones que se asemejan a una o dos fases de la bañera y se tratarán en la parte final de este capítulo.

3.2 Modelo de Weibull modificado (MWM)

La distribución de Weibull de dos parámetros η de escala y β de forma es de amplio uso y aceptación para modelar diferentes fases de la vida útil de componentes en ingeniería. Sin embargo, no se puede utilizar para modelar las tres fases de la curva de la bañera al mismo tiempo. Por esta razón, se propuso *The Additive Weibull Model*¹ que consiste en expresar la función de tasa de fallo como la suma de dos funciones de tasa de falla de la forma de Weibull (Xie y Lai, 1995).

1 Del inglés *The additive weibull model*, es decir, el modelo de Weibull aditivo (Xie y Lai, 1995).

3.2.1 Descripción del MWM

El modelo propuesto combina dos distribuciones de Weibull, una con tasa de fallos decreciente y la otra con tasa de fallos creciente. Utiliza cuatro parámetros con base en la función de densidad de probabilidad de tasa de fallas que está dada por:

Ecuación 31. Función densidad probabilidad de fallas Weibull modificado

$$f(t)at^b + ct^d$$

Con los parámetros $t, a, c \geq 0, b > 1$ y $d > 1$.

La función confiabilidad está dada por:

Ecuación 32. Función confiabilidad Weibull modificado

$$R(t) = e^{-at^b - ct^d}. \text{ Para } t \geq 0$$

La función de no confiabilidad es:

Ecuación 33. Función no confiabilidad Weibull modificado

$$F(t) = 1 - e^{-at^b - ct^d}. \text{ Para } t \geq 0$$

Para la función de tasa de fallas se tiene:

Ecuación 34. Función tasa de fallas Weibull modificado

$$\lambda(t) = ab(at)^{b-1} + cd(ct)^{d-1}. \text{ Para } t \geq 0$$

3.2.2 Características del MWM

Al graficar $\lambda(t)$ de la **Ecuación 34**, se puede apreciar que la tasa de fallas tiene forma de curva de la bañera: para tiempos pequeños el segundo término de dicha ecuación es dominante y decreciente, para los tiempos más grandes el primer término es dominante para una función creciente, la tasa de fallas constante se presenta en los tiempos medios de la vida del componente.

El modelo se puede utilizar para analizar series de datos de fallas recogidos sin saber el modo de fallo que ha ocurrido. Además, la fase constante puede ser el resultado intermedio cuando la función creciente y decreciente son de magnitud similar.

La esperanza matemática o el tiempo entre fallas para este modelo está dado por la expresión:

Ecuación 35. MTBF Weibull modificado

$$MTBF = \int_0^{\infty} e^{-(at)^b - (ct)^d} dt$$

3.2.3 Estimación de parámetros MWM

La estimación de parámetros se realiza gráficamente a través de la regresión lineal por mínimos cuadrados y se trabaja con las siguientes expresiones:

Ecuación 36. Expresiones de Y X para la regresión Weibull modificado

$$y = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{R(t)} \right) \right] \quad y \quad x = \ln t$$

Al graficar y hacer la regresión lineal, la ecuación de la recta es:

Ecuación 37. Y de la regresión lineal para Weibull modificado

$$y = \beta \ln t + \ln \left(\frac{1}{\alpha} \right)$$

Para tiempos pequeños se puede aproximar a la expresión:

Ecuación 38. Aproximación de Y para tiempos pequeños

$$y = d \ln t + \ln c$$

Para tiempos grandes se trabaja con la expresión:

Ecuación 39. Aproximación de Y para tiempos grandes

$$y = b \ln t + \ln a$$

3.3 El nuevo modelo modificado de Weibull (NMWM)

Esta es una modificación al modelo tradicional de Weibull ya propuesto en *Reliability Analysis Using an Additive Weibull Model with Bathtub-Shaped Failure Rate Function* (Xie y Lai, 1995) que busca adaptar la función de tasa de fallas a la forma de la curva de la bañera.

3.3.1 Descripción del NMWM

Esta nueva modificación al modelo de Weibull tradicional permite realizar mejores ajustes de las tasas de fallas a la curva de la bañera, y se puede utilizar para modelar la confiabilidad de sistemas que se encuentren al comienzo de la vida útil o con un tiempo considerable de servicio. Incluso, puede ser aplicado para modelar desgaste en componentes mecánicos y en algunos casos en eléctricos.

Para casos de desgaste y fatiga este modelo se comporta mejor que el exponencial, dado que realiza un buen ajuste de los datos.

3.3.2 Características del NMWM

La distribución del tiempo de vida para el nuevo modelo de Weibull modificado surge de analizar con límites apropiados a la distribución de beta integrada (Lai y Moore, 1998). Según Lai y Xie (2003) la función de confiabilidad está dada por:

Ecuación 40. Función de NMWM

$$R(t) = e^{-at^b e^{\eta t}}$$

Con los parámetros $a > 0$, $b \geq 0$ y $\eta > 0$, donde η es parámetro de escala.

La función densidad de probabilidad de falla es igual:

Ecuación 41. Función densidad probabilidad de falla NMWM

$$f(t) = a(b + \eta t)t^{b-1}e^{\eta t}e^{-at^b e^{\eta t}}$$

Función de tasa de fallas se expresa como:

Ecuación 42. Función de tasa de fallas NMWM

$$\lambda(t) = a(b + \eta t)t^{b-1}e^{\eta t}$$

La función de tasa de fallas $\lambda(t)$ depende solo del factor de forma b , y t^{b-1} , porque los otros dos parámetros no tienen influencia.

Caso 1. Cuando $b \geq 1$, la tasa de fallas muestra que:

- $\lambda(t)$ se incrementa con el t , lo que implica un aumento en la función de tasa de fallas.
- $\lambda(0) = 0$ si $b > 1$, $\lambda(0) = ab$ si $b = 1$.

Caso 2. Cuando $0 < b < 1$, entonces:

- $\lambda(t)$ inicialmente decrece y después aumenta lo que se asemeja a la curva de la bañera.
- $\lambda(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow 0$, $\lambda(t) \rightarrow \infty$ cuando $(t) \rightarrow \infty$.
- La derivada de $\lambda(t)$ interseca el eje t solo una vez en t^x para $t > 0$, $\lambda(t)$ decrece para $t < t^x$ y es creciente para $t > t^x$ lo cual está dado por:

Ecuación 43. t^x para NMWM

$$t^x = \frac{\sqrt{b} - b}{\eta}$$

La característica interesante es que t^x disminuye a medida que η aumenta, lo cual se interpreta de la siguiente manera: la función de tasa de fallas para la distribución de Weibull clásica puede ser constante, decreciente o creciente y para el nuevo modelo difiere porque debido al factor adicional $e^{\eta t}$ que puede ser visto como un factor de aceleración creciente tanto para t^x como para η .

3.3.3 Estimación de parámetros NMWM

La estimación de parámetros para este modelo puede realizarse por método gráfico con regresión lineal por mínimos cuadrados o por el método de máxima verosimilitud.

Para determinar los parámetros en el modelo de Weibull modificado (Lai y Xie, 2003) gráficamente se trabaja con las siguientes expresiones para Y y X:

Ecuación 44. Expresiones de Y y X para la regresión NMWM

$$y = \ln a \text{ y } x = \ln t$$

De la regresión lineal, la línea recta está dada por la ecuación:

Ecuación 45. Y de la regresión lineal para NMWM

$$y = b \ln t + \eta e^x$$

3.4 Modelo Weibull transmutado modificado (WTM)

El modelo Weibull transmutado modificado fue propuesto en *Transmuted Modified Weibull Distribution: A Generalization* (Khan *et al.*, 2013). Del mismo modo que, en las anteriores modificaciones a la distribución tradicional de Weibull, el WTM busca convertirse en una opción para realizar análisis de fallas y confiabilidad en sistemas reparables.

3.4.1 Descripción del modelo WTM

Por ser una distribución que surge del modelo Weibull modificado es bastante flexible y utiliza cuatro parámetros, por ello se puede usar para modelar confiabilidad de diversos modos de falla. Desde el análisis de la tasa de fallas instantánea, se presenta un aumento o disminución del patrón de tasa de fallas de acuerdo con los datos con base en el tiempo de vida del componente.

3.4.2 Características del Modelo WTM

Utiliza cuatro parámetros: dos de forma β y η , uno de escala α y el transmutado γ , para el rango de valores $\alpha, \beta, \eta > 0$ y $-1 \leq \gamma \leq 1$. La función de densidad de probabilidad de fallas está dada por:

Ecuación 46. Función densidad probabilidad de fallas WTM.

$$f(t) = (\alpha + \beta\eta t^{\beta-1})e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}$$

Donde los parámetros de forma representan diferentes patrones del modelo transmutado y son positivos, el parámetro de escala representa la vida media y es positivo.

La función de confiabilidad está dada por:

Ecuación 47. Función confiabilidad WTM

$$R(t) = 1 - (1 - e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})(1 + \gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})$$

Así, la función de no confiabilidad es:

Ecuación 48. Función de no confiabilidad WTM

$$F(t) = (1 - e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})(1 + \gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})$$

Y la función de tasa de fallas es:

Ecuación 49. Función de tasa de fallas WTM

$$\lambda(t) = \frac{(\alpha + \beta \eta t^{\beta-1}) e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)(1-\gamma + 2\gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})}}{1 - (1 - e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})(1 + \gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})}$$

3.4.3 Estimación de parámetros modelo WTM

La estimación de parámetros para este modelo puede realizarse por el método de mínimos cuadrados o por máxima verosimilitud. Este modelo tiene la capacidad para proporcionar resultados consistentes a partir de ambos métodos de estimación que se pueden parametrizar.

Para la muestra aleatoria de tiempos de tamaño n , la muestra se ordena mediante:

Ecuación 50. Muestra ordenada

$$E(F(T_i)) = \frac{i}{n+1}$$

Los estimadores de mínimos cuadrados se obtienen mediante la minimización de la expresión:

Ecuación 51. Estimadores mínimos cuadrados WTM

$$Q(\alpha, \beta, \eta, \gamma) = \sum_{i=0}^n \left(F(T_i) - \frac{i}{n+1} \right)^2$$

Para determinar los parámetros por el método de máxima verosimilitud se utiliza el logaritmo:

Ecuación 52. Logaritmo máxima verosimilitud WTM

$$L(t_1, \dots, t_2, \alpha, \beta, \eta, \gamma) = \prod (\alpha + \beta \eta t^{\beta-1}) e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)(1-\gamma + 2\gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})}$$

3.5 Extensión del modelo de Weibull modificado con función de tasa de fallas en forma de curva de la bañera (WMFCB)

Los modelos con la función de tasa de fallo en forma de bañera son útiles en el análisis de confiabilidad y particularmente en la toma de decisiones con bases en estudios de confiabilidad y análisis de costos. La distribución de Weibull tradicional, sin embargo, no puede modelar toda la vida útil de los sistemas con una función de tasa de fallas en forma de curva de la bañera.

Este nuevo modelo es una extensión del modelo de Weibull modificado que utiliza tres parámetros con algunas propiedades interesantes (Sie, Tang y Goh, 2002).

3.5.1 Descripción del Modelo WMFCB

Esta es una distribución capaz de modelar la tasa de fallas de la vida útil de un componente cuya función se asemeje a la curva de la bañera. Es un modelo con tres parámetros mucho más flexible que la distribución de Weibull y la exponencial, es de fácil uso y puede lograr mayor precisión que otras distribuciones. En general es una buena alternativa para estimaciones de confiabilidad de componentes reparables, su aplicación práctica incluye estimación del tiempo de recambio de piezas y componentes de acuerdo con su confiabilidad.

3.5.2 Características del Modelo WMFCB

Los intervalos de confianza para el parámetro de forma y la región de confianza conjunta para los dos parámetros son cerrados, sin embargo, este modelo no es flexible y no tiene parámetro de escala, por lo que no se recomienda mucho para aplicaciones prácticas. Este modelo tiene la distribución de Weibull como un caso especial y asintótico y, por lo tanto, puede considerarse como una extensión de Weibull.

La función de densidad de probabilidad de fallas para este modelo es:

Ecuación 53. Función densidad probabilidad de fallas WMFCB

$$f(t) = \eta\beta\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left[\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta} + \eta\beta\left(1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}}\right)\right]}$$

La función de confiabilidad está dada por:

Ecuación 54. Función confiabilidad WMFCB

$$R(t) = e^{\eta\alpha \left[1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}\right]}$$

La función de no confiabilidad es:

Ecuación 55. Función de no confiabilidad WMFCB

$$F(t) = 1 - e^{\eta\alpha \left[1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}\right]}$$

La función de tasa de falla correspondiente tiene la siguiente forma:

Ecuación 56. Función de tasa de fallas WMFCB

$$\lambda(t) = \eta\beta\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}$$

Al derivar la función de tasa de fallos, para caracterizarla se tiene:

Ecuación 57. Derivada de función de tasa de fallas WMFCB

$$\lambda'(t) = \frac{\eta\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-2} e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \left[\beta \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta + (\beta-1) \right]$$

La forma de la función de tasa de fallas dependerá solo del parámetro de forma β en los siguientes casos:

Caso 1. $\beta \geq 1$

En este caso para cualquier $t > 0$, $\lambda'(t) > 0$, por lo tanto $\lambda(t)$ es una función creciente.

Caso 2. $\beta < 1$

Si $t^x = \alpha \left(\frac{1}{\beta} - 1\right)^{\frac{1}{\beta}}$, entonces t^x existe y es finito, y cuando $t < t^x$, y $\lambda'(t) < 0$ la función de tasa de fallas decrece.

3.5.3 Estimación de parámetros WMFCB

La estimación de parámetros se realiza gráficamente usando el método de mínimos cuadrados para la regresión lineal o por el método de máxima verosimilitud.

Para la estimación de los parámetros para su análisis se consideran dos casos.

Caso 1. Cuando $\eta\alpha = 1$.

Es un caso especial y tiene una estimación gráfica sencilla y se obtiene del modelo simplificado:

Ecuación 58. Función de confiabilidad WMFCB simplificado

$$R(t) = e^{\left[1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}\right]}$$

Se hace una estimación de parámetros similar a Weibull y se obtiene:

Ecuación 59. Expresiones de Y y X para la regresión WMFCB caso 1

$$y = \ln\{\ln[1 - \ln[R(t)]]\} \text{ y } x = \ln t$$

Al realizar la regresión lineal β , se determina de la pendiente de la recta y α es el intercepto con eje y , para de la condición $\eta\alpha = 1$, y determinar η , la regresión está dada por la ecuación:

Ecuación 60. Y de la regresión WMFCB caso 1

$$y = \beta \ln t - \beta \ln \alpha = \beta x - \beta \ln \alpha. \text{ Para } -\infty < x < +\infty$$

Caso 2. Caso General

Para la estimación de los tres parámetros se considera que para tiempos pequeños

se tiene que $1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \approx -\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta$ con:

Ecuación 61. Expresiones de Y y X para la regresión WMFCB caso 2

$$y = \ln[-\ln R(t)] \text{ y } x = \ln t$$

Al graficar x contra y para hacer la regresión lineal que satisface la ecuación:

Ecuación 62. Y de la Regresión WMFCB caso 2

$$y = \beta x + \ln(\eta\alpha^{-\beta})$$

Se obtiene el parámetro de forma β de la pendiente de la línea recta y $\ln(\eta\alpha^{-\beta})$ del intercepto con el eje y .

3.6 Modelo de tasa de fallas con forma de curva de la bañera BURR XII²

El modelo se utiliza en una variedad de aplicaciones que no son de confiabilidad como el control de calidad, muestreo de aceptación y estudio médico. Con base en los buenos resultados obtenidos de sus aplicaciones prácticas en estas áreas, es propuesto para analizar diversas tasas de fallas de componentes mecánicos y eléctricos, en busca de mejorar el comportamiento y ajuste de las distribuciones de uso tradicional.

3.6.1 Descripción del modelo BURR XII

El modelo se considera en el análisis de confiabilidad y proporciona una distribución útil para representación de datos de fallas a lo largo de la vida de un componente, es flexible y se modela varias tasas de falla de acuerdo a la curva de la bañera (Zimmer, Keats y Wang, 1998).

Puede representar funciones de fallas crecientes, decrecientes, unimodal o esencialmente constante durante rangos de tiempos específicos. El modelo es aditivo en el sentido de que la función de tasa de fallas se expresa como la suma de dos funciones.

3.6.2 Características del modelo BURR XII

El modelo BURR XII combina dos distribuciones: una con tasa de fallas decreciente y la otra con tasa de fallas creciente. Este es un modelo complejo pues maneja seis parámetros. La función acumulativa de fallas para el modelo propuesto en *A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII* es:

2 Modelo propuesto por Wang (2000) en su trabajo *A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII*.

Ecuación 63. Función densidad probabilidad de fallas BURR II

$$f(t) = \left[k_1 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1} \right) + k_2 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2} \right) \right]$$

La función de confiabilidad en este modelo está dada por la expresión:

Ecuación 64. Función confiabilidad BURR II

$$R(t) = e^{\left[-k_1 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1} \right) - k_2 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2} \right) \right]}$$

La función de no confiabilidad correspondiente es:

Ecuación 65. Función de no confiabilidad BURR II.

$$F(t) = 1 - e^{\left[-k_1 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1} \right) - k_2 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2} \right) \right]}$$

La función de tasa de falla correspondiente para el modelo está por:

Ecuación 66. Función de tasa de fallas BURR II

$$\lambda(t) = \frac{k_1 c_1 \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1 - 1}}{s_1 \left[1 + \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1} \right]} + \frac{k_2 c_2 \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2 - 1}}{s_2 \left[1 + \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2} \right]}$$

Para $t, k_1, k_2, s_1, s_2 \geq 0$. $0 < c_1 < 1$, $c_2 > 2$

3.6.3 Estimación de parámetros para el moldeo BURR II

Para determinar los parámetros mediante la regresión lineal y ajuste por mínimos cuadrados, la ecuación de la línea recta está dada por:

Ecuación 67. Expresión para la regresión BURR II

$$\ln \left[\left(R(t_p) \right)^{\frac{1}{k}} - 1 \right] = c \ln(t_p) - c \ln(s)$$

Entonces el valor empírico de $\ln\left[\left(R(t_p)\right)^{\frac{1}{k}}\right]-1$ se dibuja contra los valores transformados del logaritmo natural de la ordenada. El valor de $R(t_p)$ se estima por el procedimiento de Herd-Johnnson.

Ecuación 68. Modelo Herd-Johnnson para estimar R (t) BURR II

$$R(t_p) = \prod_{r=1}^f \frac{n-r+1}{n-r+2}$$

Donde n es la cantidad de datos de la prueba, r es el orden de cada falla después de ordenar números que se ordenan con base en sus tiempos de funcionamiento y f es la cantidad de fallas. Se recomienda que el análisis se comience con k primero y luego se utilice la regresión lineal para estimar c y s .

En términos generales, la estimación de parámetros por este modelo se realiza en dos pasos. Inicialmente se trabaja con los primeros datos para realizar la regresión al graficar $\ln\left[\left(R(t_p)\right)^{\frac{1}{k}}\right]-1$ contra el logaritmo natural de los datos y al alinear la recta por mínimos cuadrados se obtiene el parámetro k y, a continuación, se estiman los parámetros c y s , luego se repite el procedimiento para los últimos datos ordenados de las fallas.

3.6.4 Potencialidad del modelo BURR II

El trasfondo físico de esta distribución es claro: un componente falla debido a la aparición de un modo de falla y, por lo general, hay diferentes modos de falla asociados a un componente. Cada modo de falla afecta al componente de una manera diferente. Si se considera que el componente se afecta por dos principales modos de falla, este modelo se puede utilizar y representa que el componente puede fallar debido a cualquiera de estos dos modos de fallo.

Para un sistema que presenta una función de tasa de falla en forma de bañera, las fallas iniciales generalmente se originan por defectos de diseño que conducen a una tasa de fracaso decreciente. Por otro lado, la fatiga del material o el envejecimiento del componente suele causar una curva creciente, lo que se traduce en una tasa de fallos de la última fase de la curva de la bañera, lo que corresponde a una tasa de falla cada vez mayor.

Este modelo se adapta a modos de fallas y se puede utilizar para analizar una serie de datos de fallas recogidos sin saber qué modos de falla se han producido.

3.7 Distribución de Hjorth

En el análisis estadístico de las funciones de falla se comienzan a estudiar cada vez más modelos que se adaptan a las distintas etapas del ciclo de vida de un equipo. Hjorth propone la función *Increasing, Decreasing, Bathtub* (IBD³).

El modelo establece que ninguna de las distribuciones presentadas anteriormente analiza en realidad funciones de riesgo o de tasa de falla de acuerdo con la curva de la bañera, por lo cual, presenta un análisis del ciclo de vida de un equipo para las tres fases de su vida útil (Mora, 2009; Jezdimir, 1996).

3.7.1 Descripción de la distribución Hjorth

Es útil para solucionar los errores de estimación que conllevan los modelos y las distribuciones que se utilizan en análisis de confiabilidad. Estos impiden diagnosticar adecuadamente el funcionamiento de los equipos, dado que parten de supuestos que afectan el costo mantenimiento preventivo, lo que ocasiona la inadecuada toma de decisiones. Toda vez que las distribuciones que se aplican no se adaptan a la tasa de falla de los equipos y no son factibles para los estudios CMD se propone esta distribución que plantea una función de tasa de fallas de tres fases: creciente, decreciente y constante que se asemeja a la curva de la bañera.

Esta distribución se fundamenta en la descripción del comportamiento práctico de unidades mecánicas sujetas a desgaste, con una tasa de fallas individual cada vez mayor en el tiempo. Es una distribución de tres parámetros tan flexible como la de Weibull capaz de describir las tres fases de la curva de la bañera.

3.7.2 Características de la distribución Hjorth

El modelo propuesto por Hjorth (1980) en *A Reliability Distribution With Increasing, Decreasing, Constant and Bathtub-Shaped Failure Rates* se fundamenta en buscar la simplicidad matemática en la medida en que reduce el número de parámetros a utilizar. Para lograr esto, considera que la distribución de la tasa de fallas se debe ajustar a las tres fases de la curva de bañera por ser un modelo por utilizar para definir la confiabilidad de componentes reparables.

3 En español “curva de la bañera creciente decreciente”.

La función de confiabilidad es definida por:

Ecuación 69. Función de confiabilidad Hjorth

$$R = 1 - F(t) = \frac{e^{-\frac{\delta t^2}{2}}}{(1 + \beta t)^{\frac{\theta}{\beta}}} \quad \text{Para } t \geq 0$$

Cuando $\delta, \theta, \beta > 0$ con el límite obvio de esta probabilidad cuando $\delta, \theta, \beta = 0$.

La función de densidad de probabilidad de fallas es:

Ecuación 70. Función de densidad probabilidad de fallas Hjorth

$$f(t) = \frac{(1 + \beta t)\delta t + \theta}{(1 + \beta t)^{\frac{\theta}{\beta+1}}} e^{-\frac{\delta t^2}{2}}$$

Y la tasa de falla para esta distribución está dada por:

Ecuación 71. Función de tasa de fallas Hjorth.

$$\lambda(t) = \delta t + \frac{\theta}{1 + \beta t}$$

Los casos especiales para la distribución de Hjorth son:

$\theta = 0$ Distribución de Rayleigh (una distribución de Weibull).

$\delta = \beta = 0$ Distribución exponencial (una distribución de Weibull).

$\delta = 0$ Tasa de fallas decreciente.

$\delta \geq \theta\beta$ Tasa de fallas creciente.

$0 < \delta < \theta\beta$ Curva de la bañera.

La tasa de fallas es la suma de un creciente y decreciente término. Además, se supone que las fallas pueden ser clasificadas como de tipo A y de tipo B. Se expresan por:

Ecuación 72. Tasa de fallas tipo A y B Hjorth

$$\lambda_A = \delta t \quad \text{y} \quad \lambda_B = \frac{\theta}{1 + \beta t}$$

3.7.3 Estimación de parámetros

Las estimaciones de β y θ son a veces altamente correlacionados debido al hecho de que estos parámetros se compensan entre sí cuando $\beta t \gg 1$. La reparametrización $\theta = \alpha\beta$ puede ser de utilidad. Para muestras pequeñas, también puede ser útil transformar las regiones de los parámetros por θ y β en $(0,1)$ por la transformación

$$\theta' = \frac{\theta}{1 + \theta}, \quad \text{y} \quad \beta' = \frac{\beta}{1 + \beta}.$$

Para que los resultados sean comparables a la estimación en otros modelos o con otras distribuciones, el interés se centra en la probabilidad de supervivencia o confiabilidad $R(t)$ en lugar de en el parámetro. Esto también tiene la ventaja de ser independiente de cualquier método de parametrización.

El logaritmo de verosimilitud está dado por:

Ecuación 73. Logaritmo estimación de parámetros Hjorth

$$l = \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{\delta t_i^2}{2} - \frac{\theta}{\beta \ln(1 + \beta t_i)} + \ln \left(\delta t_i + \frac{\theta}{1 + \beta t_i} \right) \right\}$$

3.8 Distribución Weibull exponencial (WE)

La nueva distribución tipo exponencial Weibull de dos parámetros fue propuesta en *A New Exponential-Type Distribution with Constant, Decreasing, Increasing, Upside-Down Bathtub and Bathtub-Shaped Failure Rate Function* por Lemonte (2013). Esta es resultado de la familia de distribuciones que fue propuesta por la adición de un parámetro de forma adicional a la función acumulativa Weibull, en un valor positivo arbitrario. Este modelo es resultado de una adaptación de lo propuesto en *Exponentiated Weibull Family for Analyzing Bathtub Failure Rate Data* (Muldholkar, 1993).

3.8.1 Descripción distribución WE

Es una distribución flexible que se puede utilizar para modelar diferentes tasas de falla de forma creciente, decreciente y constante, es decir, muestra las distintas zonas de la curva de la bañera normal e invertida para este tipo de distribución.

Es útil para análisis de confiabilidad de sistemas en serie, con datos censurados o no censurados. Su flexibilidad permite modelar tasas de fallas monótonas y no monótonas como la curva de la bañera.

3.8.2 Características distribución WE

Esta distribución trabaja con tres parámetros, donde β y α controlan la forma de la distribución y η la escala. Tiene la característica principal de que cuando β aumenta en la fase creciente, la tasa de fallas lo hace en menor proporción en la tercera fase del gráfico con forma de curva de la bañera. Esto abre a posibilidad de utilizarla para modelar la vida útil máxima de una muestra aleatoria para determinar la vida útil de un componente. Adicionalmente es posible utilizarla en estudios de confiabilidad para modelar sistemas que funcionan en paralelo o equipos con redundancia, donde la distribución de la tasa de fallas es independiente para cada componente.

Cuando $\beta = 1$, se comporta como la distribución exponencial. La función de tasa de fallas puede ser monótona creciente para $\beta > 1$ y monótonamente decreciente para $\beta < 1$. Para $\beta = 1$, la función de tasa de fallo se hace constante.

La función densidad de probabilidad de fallas para esta función correspondiente es:

Ecuación 74. Función densidad probabilidad de fallas WE

$$f(t) = \alpha \beta \eta \frac{(1 + \eta t)^{\alpha-1} e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)}}{[1 - e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)}]^{1-\beta}}$$

La correspondiente función de confiabilidad está dada por:

Ecuación 75. Función de confiabilidad WE

$$R(t) = 1 - [1 - e^{[1 - (1 + \eta t)^\alpha]^\beta}]$$

Y la función de no confiabilidad por:

$$F(t) = 1 - e^{[1 - (1 + \eta t)^\alpha]^\beta}$$

La función de tasa de fallas para la distribución WE es:

Ecuación 76. Función de tasa de fallas WE

$$\lambda = \alpha\beta\eta \frac{(1 + \eta t)^{\alpha-1} e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)[1-e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)}]^{\beta-1}}}{1 - [1 - e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)}]^\beta}$$

3.8.3 Parametrización distribución WE

La estimación de parámetros para esta distribución se realiza por el método de máxima verosimilitud que no hace alineación, el cual es un poco complejo. Para una muestra de tamaño n , con el vector de parámetros de interés $\theta = (\alpha, \eta, \beta)$, el algoritmo para determinar los parámetros de esta distribución es:

Ecuación 77. Logaritmo de máxima verosimilitud WE

$$l(\theta) = n + n \log(a, \eta, \beta) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \log(1 + \eta t_i)^\alpha + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \log(1 - e^{1-(1+\eta t_i)^\alpha})$$

3.9 Modelo Jiang

Este modelo propuesto en *A New Bathtub Curve Model with a Finite Support* (Jiang, 2013). Hace parte de la familia de modelos denominados curva de la bañera con un soporte finito, es útil dado que la función de tasa de fallo por lo general aumenta muy rápido en la fase de desgaste, lo cual se considera de relevancia dado que existen pocos modelos de este tipo.

3.9.1 Descripción del modelo Jiang

En este caso, el modelo de curva de la bañera con un soporte finito es de los que mejor se adaptan al fuerte cambio en la tasa de fallas que se genera en la última zona descrita por la curva de la bañera. Por ello, es de gran utilidad para analizar desgaste y fallas por fatiga en componentes. Es un modelo que utiliza tres parámetros.

3.9.2 Características del modelo Jiang

Este modelo utiliza el parámetro de forma β , el de escala η y como parámetro de ubicación γ . La distribución de densidad de probabilidad de fallas está dada por:

Ecuación 78. Función densidad de probabilidad de fallas Jiang

$$f(t) = \left[1 + \beta \frac{\gamma - t}{\eta + t} \right] \frac{1}{\gamma \left(1 + \frac{t}{\eta} \right)^\beta}$$

La respectiva función de confiabilidad para este modelo es:

Ecuación 79. Función de confiabilidad Jiang

$$R(t) = \frac{1 - \frac{t}{\gamma}}{\left(1 + \frac{t}{\eta} \right)^\beta}$$

La función de no confiabilidad está dada por:

Ecuación 80. Función de no confiabilidad Jiang

$$F(t) = \ln \left[\frac{\left(1 + \frac{t}{\eta} \right)^\beta}{1 + \frac{t}{\gamma}} \right]$$

La correspondiente función de tasa de fallas para el modelo es:

Ecuación 81. Función de tasa de fallas Jiang

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{t + \eta} + \frac{1}{\gamma - t}$$

Para $\beta, \eta, \gamma > 0$, y $t < \gamma$.

Cuando $\gamma \leq \eta/\sqrt{\beta}$ la función de tasa de fallas es creciente.

Cuando $\gamma > \eta/\sqrt{\beta}$ la función de tasa de fallas se adapta a la curva de la bañera.

3.9.3 Estimación de parámetros Jiang

La estimación de parámetros en este modelo utiliza el método de máxima separación MSM⁴. Analiza las separaciones en los datos como las diferencias entre los valores de la función acumulativa de fallas en datos consecutivos. Dichas separaciones siguen la distribución uniforme en $[0,1]$ y, por lo tanto, su media geométrica puede lograr el máximo cuando las distancias son tan iguales como sea posible.

El logaritmo para determinar los parámetros está dado por:

Ecuación 82. Logaritmo MSM para parámetros Jiang

$$\ln(l_s) = \sum_{i=1}^{n+1} \ln[F(t_i) - F(t_{i-1})]$$

Donde $F(t_0) = 0$ y $F(t_{n+1}) = 0$.

3.10 Modelo Muldholkar y Srivastava (MS⁵)

Este modelo es de los primeros trabajos que se realizaron mediante la combinación de dos distribuciones que se usan tradicionalmente en análisis de confiabilidad, como Weibull y Exponencial. Fue propuesto en *Exponentiated Weibull Family for Analyzing Bathtub Failure Rate Data* por Muldholkar y Srivastava (1993) y es de gran aceptación en estudio de fallas de componentes mecánicos y eléctricos.

3.10.1 Características del modelo MS

Es un modelo que usa dos parámetros de forma β y η y uno de escala α . La función densidad de probabilidad de tasa de fallas está dada por:

4 Del inglés *Maximum Spacing Method*, es decir, "Método de Máximo Espaciamento".

5 MS son las iniciales del primer apellido los autores: Muldholkar y Srivastava.

Ecuación 83. Función densidad probabilidad de fallas MS

$$f(t) = \alpha\beta \left(1 - e^{\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\alpha} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\alpha-1}$$

La función de confiabilidad para este modelo es:

Ecuación 84. Función de confiabilidad MS

$$R(t) = 1 - \left[1 - e^{\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\alpha}\right]^\beta$$

La correspondiente función de tasa de fallas está dada por:

Ecuación 85. Función de tasa de fallas MS

$$\lambda = \frac{\alpha\beta \left(1 - e^{\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\alpha} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\alpha-1}}{\eta \left[1 - \left(1 - e^{\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\alpha}\right)^\beta\right]}$$

3.10.2 Estimación de parámetros MS

La parametrización para esta distribución se puede realizar por método gráfico a través de regresión lineal y ajuste por mínimos cuadrados o al aplicar el método de máxima verosimilitud sin alinear, el cual es un poco más complejo.

La estimación de parámetros por el método de máxima verosimilitud para una serie de n datos aleatorios se define por el logaritmo:

Ecuación 86. Logaritmo MLE estimación de parámetros MS

$$l(\eta, \alpha, \beta) = n \ln \eta + n \ln \beta + n \beta \ln \alpha + (\beta - 1) \sum \ln t_i + (\eta - 1) \sum \ln [1 - e^{(-\alpha t_i)^\beta}] - \sum (\alpha t_i)^\beta$$

Figura 5. Distribuciones no clásicas y sus características

Modelo	Autor	Función de confiabilidad R(t), Función de tasa de fallas λ(t)	Características
Weibull Modificado	M, Xie; C, D, Lai.	$R(t) = e^{-at^b - ct^d}$ $\lambda(t) = ab(at)^{b-1} + cd(ct)^{d-1}$	Se adapta a la curva de la bañera.
Nuevo Weibull Modificado	M, Xie; C, D, Lai.	$R(t) = e^{-at^b} e^{\eta t^d}$ $\lambda(t) = a(b + \eta t) t^{b-1} e^{\eta t}$	$b \geq 1$, Tasa de fallas aumenta (curva creciente). $0 < b < 1$, inicialmente decrece y después aumenta, lo que se asemeja a la curva de la bañera.
Weibull Transmutado Modificado	K, Muhaamad; King, Robert.	$R(t) = 1 - (1 - e^{-(\alpha t - \eta t^\beta)}) (1 + \gamma e^{-(\alpha t - \eta t^\beta)})$ $\lambda(t) = \frac{(\alpha + \beta \eta t^{\beta-1}) e^{-(\alpha t - \eta t^\beta)} (1 - \gamma + 2\gamma e^{-(\alpha t - \eta t^\beta)})}{1 - (1 - e^{-(\alpha t - \eta t^\beta)}) (1 + \gamma e^{-(\alpha t - \eta t^\beta)})}$	$\beta = 1$, Distribución exponencial transmutada. $\beta = 2$, Distribución Rayleigh. $\beta > 1$, Tasa de fallas creciente. $\beta < 1$, tasa de fallas decreciente
Modelo Weibull Modificado con Función de Tasa de Fallas en forma de Curva de la Bañera	M, Xie; Y, Tang; T, N, Goh.	$R(t) = e^{\eta \alpha \left[1 - \left(\frac{t}{\alpha} \right)^\beta \right]}$ $\lambda(t) = \eta \beta \left(\frac{t}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{\left(\frac{t}{\alpha} \right)^\beta}$	$t > 0, \lambda'(t) > 0$, por lo tanto $\lambda(t)$ es una función creciente. $t < t^x$, y $\lambda'(t) < 0$, la función de tasa de fallas decrece.
Modelo Burn XII	Wang.	$R(t) = e \left[-k_1 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1} \right) - k_2 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2} \right) \right]$ $\lambda(t) = \frac{k_1 c_1 \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1-1} + k_2 c_2 \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2-1}}{s_1 \left[1 + \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1} \right] + s_2 \left[1 + \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2} \right]}$	$0 < b < 1$, Inicialmente decrece y después aumenta lo que se asemeja a la curva de la bañera.
Distribución Hjorth	Hjorth, Urban.	$R(t) = \frac{-\delta t^2}{e^{\frac{\theta}{2}} (1 + \beta t)^\beta}$ $\lambda(t) = \delta t + \frac{\theta}{1 + \beta t}$	$\theta = 0$ Distribución de Rayleigh $\delta = \beta = 0$ Distribución exponencial. $\delta = 0$ Tasa de fallas decreciente. $\delta \geq \theta \beta$ Tasa de fallas creciente. $0 < \delta < \theta \beta$ Curva de la bañera.

Modelo	Autor	Función de confiabilidad R(t), Función de tasa de fallas λ(t)	Características
Distribución Weibull Exponencial	Lemonte, Artur.	$R(t) = 1 - \left[1 - e^{-(1+\eta)t^\beta} \right]^\beta$ $\lambda = \alpha\beta\eta \frac{(1+\eta t)^{\alpha-1} e^{-(1-\eta t)^\beta} \left[1 - e^{-(1-\eta t)^\beta} \right]^{\beta-1}}{1 + \left[1 - e^{-(1-\eta t)^\beta} \right]^\beta}$	<p>$0 < \beta \leq 1$, Tasa de fallas decreciente.</p> <p>$\alpha > 1$ y $\beta > 1$, Tasa de fallas creciente.</p> <p>$\beta > \alpha = 1$ Tasa de fallas constante (distribución exponencial).</p>
Modelo JIANG	Jiang, R.	$R(t) = \frac{1 - \frac{t}{\gamma}}{\left(1 + \frac{t}{\eta} \right)^\beta}$ $\lambda(t) = \frac{\beta}{t + \eta} + \frac{1}{\gamma - t}$	<p>Cuando $\gamma \leq \frac{\eta}{\sqrt{\beta}}$ la función de tasa de fallas es creciente.</p> <p>Cuando $\gamma > \frac{\eta}{\sqrt{\beta}}$ la función de tasa de fallas se adapta a la curva de la bañera.</p>
Modelo Muldholkar and Srivastava	Muldholkar, G; Srivastava, D.	$R(t) = 1 - \left[1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\alpha} \right]^\beta$ $\lambda = \frac{\alpha\beta \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\alpha} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\alpha-1}}{\eta \left[1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\alpha} \right)^\beta \right]}$	<p>$\eta = \beta = 1$, la función de tasa de fallas es constante.</p> <p>Si $\eta = 1$, la función de tasa de fallas es creciente cuando $\beta > 1$ y decreciente cuando $\beta < 1$.</p> <p>Si $\beta = 1$, la función de tasa de fallas es creciente cuando $\eta > 1$ y decreciente cuando $\eta < 1$.</p>

Fuente: Espinel (2014).

CAPÍTULO 4

BONDADDES DE LAS DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES

4.1 Introducción

Este capítulo muestra las bondades de las distribuciones no tradicionales que se pueden utilizar en análisis *CMD*. Además, se comparan las principales características de cada una y la relación entre los modelos tradicionales y los no tradicionales.

4.2 Bondades del modelo Weibull modificado (MWM)

A diferencia de la distribución tradicional de Weibull, que maneja dos parámetros y se utiliza para análisis de confiabilidad en componentes mecánicos, eléctricos y electrónicos, y cuya función de tasa de fallas tiene forma de curva de la bañera, el modelo Weibull modificado combina dos distribuciones Weibull con el objetivo de poder aplicar el modelo en cualquier fase de la curva de la bañera al mismo tiempo.

Es fácil observar que la gráfica de la función de tasa de fallas tiene forma de curva de la bañera. El segundo término de la **ecuación 34** es dominante para tiempos pequeños donde la función de tasa de fallas es decreciente y el primer término es dominante para tiempos grandes donde la función de tasa de fallas es creciente. Por último, la parte plana corresponde a tiempos que están en la vida útil o media del componente.

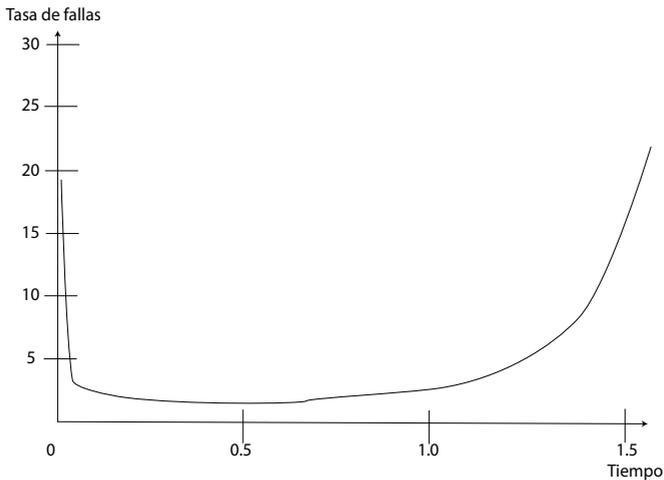
4.2.1 Interpretación física del MWM

El fondo físico de este modelo es claro: un componente falla por la ocurrencia de una falla y existen diferentes modos de falla asociados a un mismo componente. Cada modo de falla afecta al componente de diferente manera. Ahora bien, si se considera que el componente es afectado por dos modos de falla principales que corresponden cada uno a una distribución Weibull con diferente parámetro, se puede aplicar el modelo cuando se supone que el componente puede fallar por cualquiera de los dos modos de falla principales.

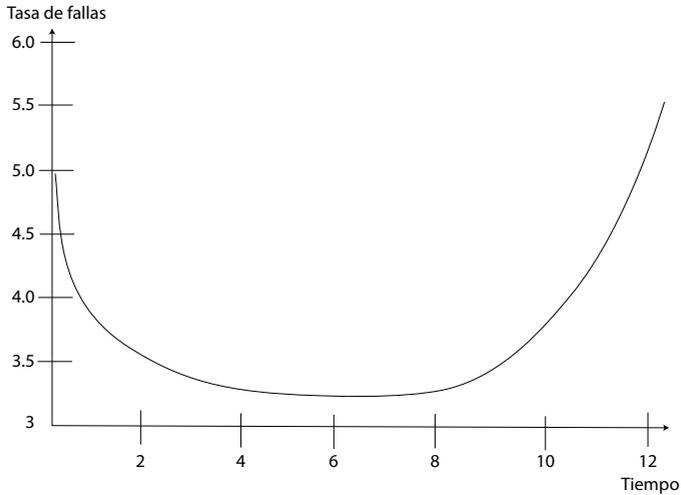
Al graficar la función de tasa de fallas con diferentes parámetros, se observa que el modelo se adapta a las tres fases de la curva de la bañera y es aplicable para series de datos sin saber el tipo de falla que ocurre.

En las siguientes ilustraciones se observa la función de tasa de fallas para distintos valores de los parámetros a , b , c y d .

Figura 6. Función de tasa de fallas MWM para, $a=1$, $b=5$, $c=2$ y $d=5$



Fuente: Reliability Analysis Using an Additive Weibull Model with Bathtub-Shaped Failure Rate Function (Xie y Lai, 1995).

Figura 7. Función de tasa de fallas MWM para , $a=1$, $b=5$, $c=5$ y $d=9$ 

Fuente: Reliability Analysis Using an Additive Weibull Model with Bathtub-Shaped Failure Rate Function (Xie y Lai, 1995).

4.2.2 Aplicaciones del MWM

El modelo se puede reducir a solo dos parámetros para facilitar su aplicación. Al considerar un caso especial cuando $a = c$ y $d = \frac{1}{b}$, cuando $b > 1$ y por lo tanto $d = \frac{1}{b} < 1$, se reduce el modelo a dos parámetros y se conserva la forma de curva de la bañera en la función de tasa de fallas.

La función de tasa de fallas para el MWM reducido a dos parámetros es:

Ecuación 87. Función de tasa de fallas MWM reducido a dos parámetros

$$\lambda(t) = ab(at)^{b-1} + \frac{a(at)^{\frac{1}{b}-1}}{b}$$

El modelo reducido a dos parámetros es básicamente teórico, sin embargo, en aplicaciones prácticas presenta buenos resultados. Cabe resaltar que los parámetros de escala en la distribución dependen del diseño del producto y, por ello, se puede ajustar fácilmente para cumplir con los requerimientos de confiabilidad. Sin embargo, el parámetro de forma depende de las propiedades del material y son fijos.

Este modelo permite determinar el momento óptimo para el cambio de componentes, además, es útil para el análisis de confiabilidad de productos, sistemas y en la estimación de horas de recambio de piezas y tiempo de servicio.

Utiliza la función de tasa de fallas para determinar el periodo de recambio antes de que el riesgo de aparición de la falla aumente.

4.3 Bondades del nuevo modelo Weibull modificado (NMWM)

Para su aplicación, este modelo requiere conocer la serie de datos clasificados por modo de falla para realizar el análisis, además, es flexible y permite la estimación de parámetros por el método gráfico de forma sencilla y con resultados prácticos aceptables.

Para la parametrización de forma sencilla primero se debe determinar cómo se comporta la función de tasa de fallas respecto a la curva de la bañera, lo cual se realiza gráficamente para proceder con la regresión y estimación de parámetros.

Cuando la curva de la función de tasa de fallas es convexa, se tiene:

- $x \rightarrow -\infty (t \rightarrow 0)$, entonces $y = \ln a + bx$.
- $x \rightarrow \infty (t \rightarrow \infty)$, entonces $y = e^x = t$

Entonces x_0 y y_0 denotan la coordenada de la curva convexa, que intercepta a x cuando $y = 0$ y a y cuando $x = 0$.

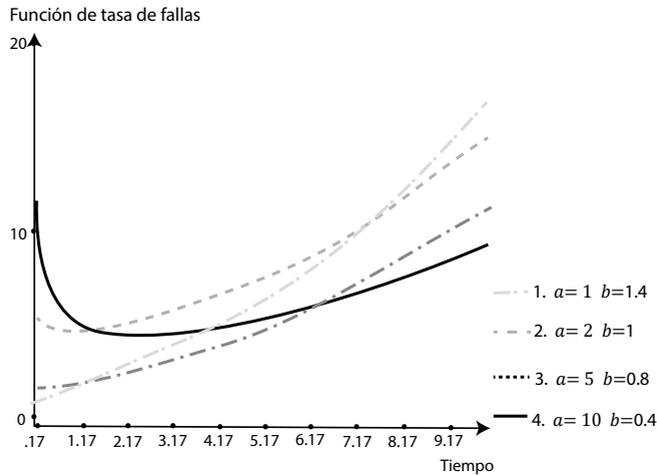
Cuando la curva de la función de tasa de fallas es cóncava, se tiene:

- $x \rightarrow -\infty (t \rightarrow 0)$, entonces $y = blnt$.
- $x \rightarrow -\infty (t \rightarrow \infty)$, entonces $y = \eta x$

4.3.1 Interpretación física del NMWM

Se relaciona con la distribución de Weibull tradicional cuando $\eta = 0$ y con la distribución Rayleigh cuando $\theta = 0$. Para una serie de datos que se relacionan con las fallas de un componente o sistemas con los que se requiere realizar análisis de confiabilidad, este modelo posibilita la forma de tomar la decisión rápidamente respecto a la viabilidad de la distribución de acuerdo con las características de los datos de la serie.

A través del enfoque gráfico, se hace la evaluación visual como base para decidir si la función de tasa de fallas de la muestra de datos tiene una forma similar a una de curva típica de la bañera. En la **Figura 8** se muestra la gráfica de la función de tasa de fallas para diferentes valores de parámetros estimados.

Figura 8. Función de tasa de fallas para diferentes parámetros NMWM

Fuente: A Modified Weibull Distribution (Lai y Xie, 2003).

4.3.2 Aplicaciones del NMWM

Este modelo es útil para modelar series de datos que se relacionan con la vida de un componente o sistema a nivel en estudios teóricos con algunos resultados parciales en la práctica. La dificultad para usar el modelo es principalmente la correspondencia entre la serie y los resultados que se obtienen, pues siempre se debe hacer ajuste de bondad con los valores extremos para que el modelo sea aplicable en la práctica.

En términos generales los mejores resultados con este modelo se obtienen en el estudio de confiabilidad de componentes que son puestos en funcionamiento y rápidamente alcanzan un desempeño de operación, es decir, el periodo de rodaje es muy corto y las fallas son fácilmente solucionables.

4.4 Bondades del modelo Weibull transmutado modificado (WTM)

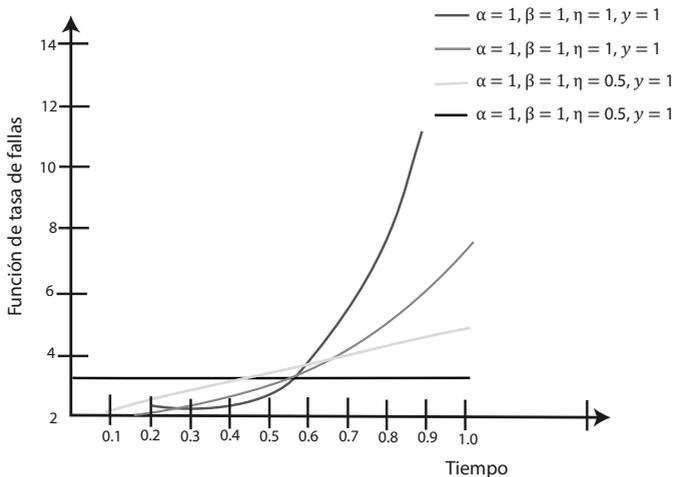
Es un modelo muy flexible que se asemeja a diferentes distribuciones como la exponencial y Rayleigh si se cambian sus parámetros. Estas distribuciones también se estudian bajo modelos transmutados. La flexibilidad permite que esta distribución se pueda utilizar para distintos patrones de falla e incluso para fallas características con la forma de curva de la bañera. Cuando la función acumulativa tiene valor de cero, significa que los componentes no han fallado. La función de probabilidad de tasa de fallas se puede graficar con base en diferentes unidades como tiempo, distancia o ciclos.

4.4.1 Interpretación física del WTM

La interpretación física de este modelo indica con base a la función de tasa de fallas que: cuando $\beta = 5$ la distribución tiende a ser estrictamente creciente; cuando $\beta < 1$, la tasa de fallas es cada vez menor y representa la mortalidad infantil o las fallas prematuras del periodo de rodaje; cuando $\beta = 1$, la tasa de fallas es constante y representa las fallas durante la vida útil o periodo de funcionamiento; cuando $\beta > 1$, la función de tasa de fallas es cada vez mayor y representa daños que se producen después de los períodos de vida útil. Este lapso es más conocido como periodo de desgaste.

Esta distribución se asemeja a Rayleigh para $\beta = 2$ y para $\beta = 1$ coincide con la distribución exponencial. Por lo tanto, la distribución WTM es muy flexible para análisis de confiabilidad.

Figura 9. Función de tasa de fallas diferentes parámetros WTM



Fuente: Transmuted Modified Weibull Distribution: A Generalization (Khan, Muhaamad y King, 2013).

4.4.2 Aplicaciones del modelo WTM

Por sus características, este modelo puede ser de gran utilidad para determinar la confiabilidad de componentes durante las pruebas de diseño antes de sacar un producto al mercado en las que se requiere estimar la vida útil del elemento.

De igual forma por su flexibilidad y ajuste con otros modelos, es de interés para análisis de modos de falla en componentes o sistemas que son reparables y sufren de desgaste o fatiga. Sin embargo, no se ajusta bien para fallas prematuras aparecidas en el periodo de rodaje o sincronización.

Este modelo produce resultados consistentes con el análisis de confiabilidad por cualquier método de estimación de parámetros para el rango de valores del parámetro de forma $0.1 \leq \beta \leq 5$.

4.5 Bondades modelo Weibull modificado con función de tasa de fallas en forma de curva de la bañera (WMFCB)

Este modelo se relaciona con la distribución tradicional de Weibull porque puede ser visto como un caso asintótico de la nueva distribución con tasa de fallas en forma de curva de la bañera.

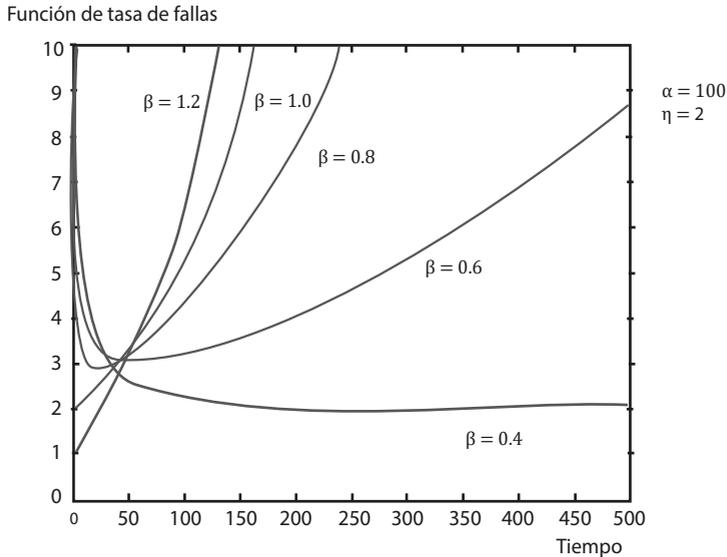
Cuando el parámetro de escala se hace muy grande o se acerca al infinito, el modelo se considera como una distribución tradicional Weibull con parámetro de escala de la forma $\alpha^\beta 1/\eta$. Es decir, el caso límite cuando tiende a infinito mientras que $\alpha^\beta 1/\eta$ permanece constante donde el modelo es capaz de modelar tasa de fallas de forma creciente y decreciente, lo que se convierte en un caso especial de fallas con forma de curva de la bañera.

Otro caso especial es cuando $\beta=1$, α es suficientemente grande y $\alpha^\beta 1/\eta$ es constante. En este, el modelo se reduce a una distribución exponencial con parámetro $\alpha^\beta 1/\eta$.

4.5.1 Interpretación física del modelo WMFCB

La interpretación física del modelo es clara: la función de tasa de fallos se asemeja a la curva de la bañera para distintos parámetros. De la gráfica de la función de tasa de fallas para algunas combinaciones con distintos parámetros se observa que la función es creciente cuando $\beta \geq 1$ y como una curva de la bañera cuando $\beta < 1$.

Al graficar la función de tasa de fallas y cuando esta se asemeja a la forma de la curva de la bañera, el modelo se convierte en una opción válida para realizar análisis que permiten determinar el momento óptimo de reemplazo de elementos y componentes, al mismo tiempo es útil en equipos que están en reserva o como redundantes.

Figura 10. Función de tasa de fallas modelo WMFCB diferentes β 

Fuente: A Modified Weibull Extension with Bathtub Shaped Failure Rate Function (Xie, Tang y Goh, 2002).

4.5.2 Aplicaciones del modelo WMFCB

Este modelo es útil para la toma de decisiones respecto al cambio o sustitución cíclica de componentes en ingeniería con base en la confiabilidad y en la tasa de fallas. Igualmente es interesante su uso para mejorar la confiabilidad de productos que se introducen al mercado y cuya tasa de mortalidad infantil es muy alta debido a problemas de diseño, defectos de fabricación o instalación.

Así mismo, el comportamiento de la función de tasa de fallas es atractivo desde el punto de vista que su forma se asemeja a la curva de la bañera, por lo tanto, su uso en elementos durante el periodo de rodaje y cuando son sometidos a desgaste o fatiga es igualmente válida.

La definición del tiempo de garantía y los intervalos o frecuencias entre mantenimientos preventivos de un componente, se pueden determinar a través de este modelo, siempre y cuando se considere que la función de tasa de fallas debe tener un valor para el componente menor al valor aceptable.

4.6 Bondades modelo de tasa de fallas con forma de curva de la bañera (BURR XII)

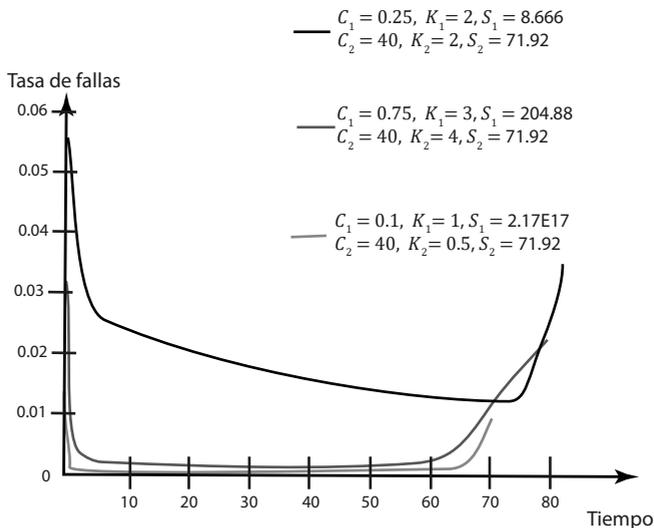
Es un modelo flexible que surge como resultado de combinar dos distribuciones del tipo BURR XII y se utiliza en una variedad de análisis para determinar la supervivencia de productos. El modelo maneja un nuevo parámetro de forma denominado c , la flexibilidad del modelo permite ajustar su valor con otro nuevo parámetro s , el cual se puede manipular para controlar los valores de c y, de esta forma, controlar la tasa de fallas de forma que cuando $c < 1$ la función de tasa de fallas decrece y cuando $c < 2$ la función de tasa de fallas alcanza su máximo y después disminuye.

El modelo es un aditivo porque la función de tasa de fallas se expresa como la suma de dos funciones de la forma BURR XII, lo cual permite gran versatilidad y hace posible aplicar a diversos análisis de confiabilidad para modos de fallas con forma de curva de la bañera.

4.6.1 Interpretación física del modelo BURR II

La interpretación física del modelo al graficar la función de tasa de fallas para diferentes valores de parámetros permite evidenciar que se adapta a la curva característica con forma de la bañera, por lo que es de interés en el análisis de confiabilidad de equipos y procesos. Este modelo incorpora los modos de fallas con curva creciente, decreciente y constante para distintos parámetros.

Figura 11. Función de tasa de fallas BURR diferentes parámetros



4.6.2 Aplicaciones del modelo BURR II

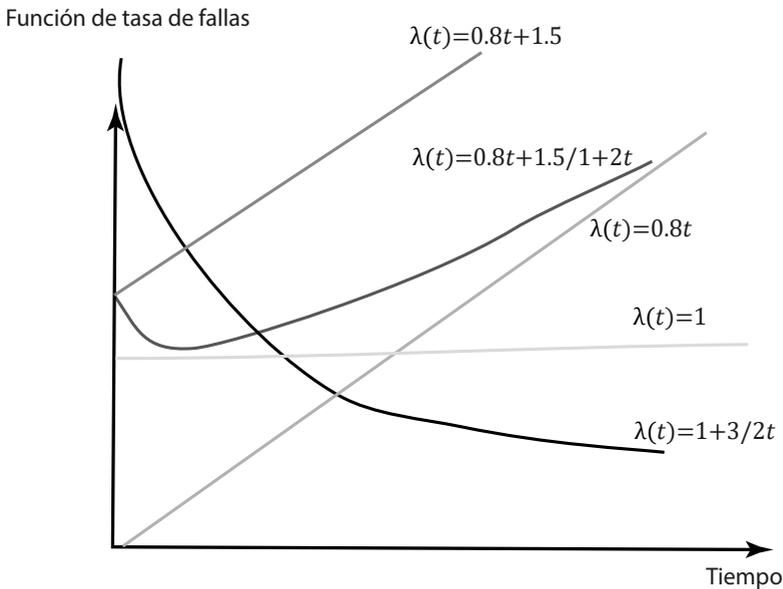
Como otro modelo en que la función de tasa de fallas se asemeja a la curva de la bañera, este tipo de distribución es aplicable en estudios de confiabilidad de componentes mecánicos y eléctricos, ya sea que se encuentren en la fase de rodaje, vida útil o envejecimiento y cuyas fallas se originen por defectos de diseño, instalación, montaje, operación, desgaste o fatiga de acuerdo a la fase donde se ubique según la gráfica de la función de tasa de fallas. De igual forma, es útil en la determinación de la vida de un componente y para establecer frecuencias de mantenimiento preventivo.

4.7 Bondades de la distribución de Hjorth

Es una distribución de tres parámetros que se ajusta bastante bien a la curva de la bañera, es flexible y se puede usar para series que tienen entre 5 y 50 datos aleatorios. Adicionalmente permite el análisis de diversos modos de falla para determinar el tiempo de supervivencia de componentes para definir frecuencias para las sustituciones cíclicas o programadas como parte del mantenimiento preventivo.

4.7.1 Interpretación física del modelo Hjorth

De la ilustración de la función de tasa de fallas en este modelo se observa que para distintos parámetros la curva de λ se adapta con claridad a las diferentes fases de la bañera. La distribución da una interpretación lógica para unidades que están sujetas a desgaste desde el comienzo de su operación.

Figura 12. Función de tasa de fallas Hjorth

Fuente: A Reliability Distribution With Increasing, Decreasing, Constant and Bathtub-Shaped Failure Rates (Hjorth, 1980).

4.7.2 Aplicaciones del modelo de Hjorth

La estimación de los tiempos de mantenimiento se realiza a partir de pequeñas muestras, como se ha demostrado en el análisis de datos reales. Esta distribución es útil en la práctica y de relevancia para tomar decisiones de mantenimiento más realistas que brindan la opción de mejorar los índices CMD.

Es factible su uso en análisis y control de la calidad de productos, al igual que en la evaluación de la efectividad y eficiencia de los trabajos de mantenimiento.

4.8 Bondades modelo Weibull exponencial (WE)

Modelo mixto que resulta de la combinación de dos de las distribuciones paramétricas de más uso en estudios de confiabilidad y en la determinación de la vida útil de diferentes componentes. Su flexibilidad permite que se considere para modos de falla predominantes de acuerdo con la curva de la bañera, con la posibilidad de analizar datos que representen la curva invertida.

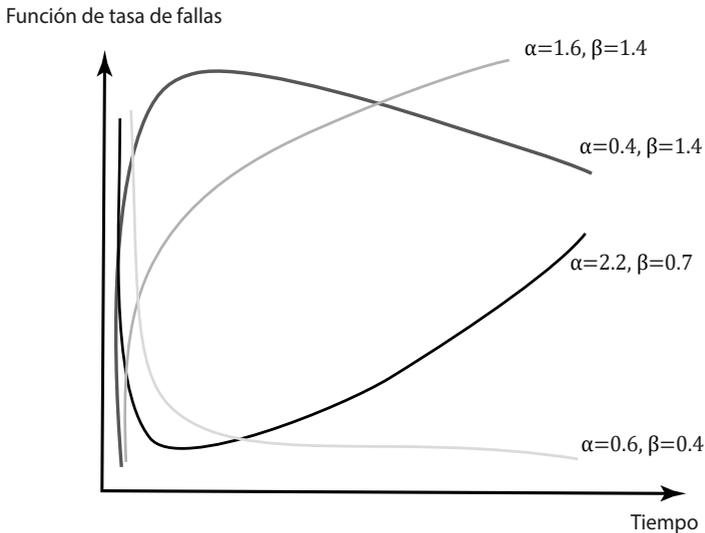
Con diferentes parámetros, esta distribución representa distintos modos de falla a lo largo de toda la vida de un componente y brinda la opción de modelar curvas de la bañera de forma invertida.

4.8.1 Interpretación física del modelo WE

El modelo presenta una distribución cuya función de tasa de fallas es creciente si $\alpha > 1$ y $\beta > 1$, decreciente si $\alpha < 1$ y $\beta < 1$, y la función de tasa de fallas es constante si $\alpha = \beta = 1$.

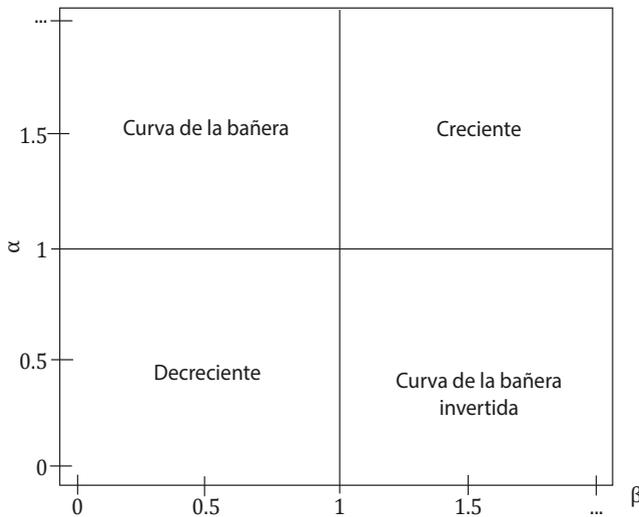
La distribución puede tener una función tasa de fallas con forma de curva de la bañera y bañera invertida, por lo tanto, la nueva familia de distribuciones se puede utilizar con bastante eficacia en la práctica para el análisis de confiabilidad en diversas situaciones y para diferentes tipos de datos correspondientes a cualquier instante a lo largo de toda la vida de un elemento.

Figura 13. Función de tasa de fallas WE



Fuente: A New Exponential-Type Distribution with Constant, Decreasing, Increasing, Upside-Down Bathtub and Bathtub-Shaped Failure Rate Function (Lemonte, 2013).

Aunque es difícil determinar teórica y analíticamente las regiones con rango de parámetros correspondientes a la curva de la bañera y bañera invertida, al analizar gráficamente la función de tasa de fallas se determina las regiones para los parámetros correspondientes. Para la función de tasa de fallas con forma de curva de la bañera corresponden los valores de los parámetros $\alpha > 1$ y $\beta < 1$, $\alpha < 1$ y $\beta > 1$.

Figura 14. Regiones de la curva de la bañera con diferentes parámetros WE

Fuente: A New Exponential-Type Distribution with Constant, Decreasing, Increasing, Upside-Down Bathtub and Bathtub-Shaped Failure Rate Function (Lemonte, 2013).

4.8.2 Aplicaciones del modelo WE

Las primeras aplicaciones de este modelo fueron en estudios médicos, sobre todo los relacionados con trasplantes de órganos. Los pacientes tienen una tasa de fracaso cada vez mayor durante el período posoperatorio y una tasa de fracaso que disminuye después del período de adaptación. Esta distribución se considera con una tasa de fracaso para curva de la bañera invertida. El modelo se ajusta a estudios en los cuales se puede observar que la mortalidad alcanza un pico después de algún período finito de tiempo y luego disminuye gradualmente.

Esta distribución es de utilidad para sistemas en paralelo con un número n de componentes, que funciona con por lo menos un elemento en operación. Igualmente, se puede utilizar en equipos que están en redundancia, es decir, aquellos que no están en operación continua y solo son requeridos en casos especiales.

4.9 Bondades modelo Jiang

Es un modelo que brinda resultados consistentes en aplicaciones prácticas de componentes de ingeniería de forma que se ajusta a la curva de bañera, sin embargo, aunque es un modelo flexible, no se comporta bien con datos censurados.

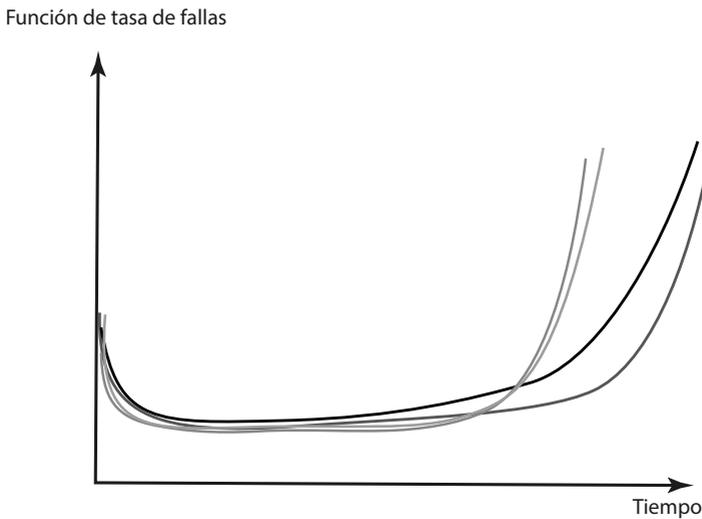
La estimación de parámetros puede realizarse por el método gráfico, por el método de máxima verosimilitud y por el método de máxima separación extendida. El modelo requiere pruebas de ajuste de bondad para validar los resultados. La función de probabilidad de fallas acumulada con este modelo se adecua a la media empírica de cualquier conjunto de datos que se asemeje a la curva de la bañera.

4.9.1 Interpretación física del modelo Jiang

El modelo es apropiado para analizar el tiempo de vida de un componente que opera durante un determinado periodo. A partir de una perspectiva matemática, el modelo es atractivo, ya que la determinación de parámetros se realiza por métodos con soporte matemático.

Al graficar la función de tasa de fallas se observa con claridad que el modelo se adapta a componentes cuyos modos de fallas tienen la forma de la curva de la bañera, con mejor ajuste durante la vida media y en la etapa de envejecimiento del componente.

Figura 15. Función de tasa de fallas diferentes parámetros modelo Jiang



Fuente: A New Bathtub Curve Model with a Finite Support (Jiang, 2013).

4.9.2 Aplicaciones del modelo Jiang

Es de utilidad en el diagnóstico de fallas prematuras, análisis de confiabilidad y tiempo de supervivencia durante el periodo de rodaje de un componente. Permite representar la vida útil de un componente.

Por sus características es de gran utilidad para analizar modos de fallas en los que se incrementa la velocidad de crecimiento de la función de tasa de fallas, es decir, en elementos que sufren rápido deterioro ocasionado por desgaste o fatiga.

Determina el límite superior de vida de un componente con base en sus dos parámetros de forma, por lo que es de gran utilidad en la definición de actividades de mantenimiento preventivo como sustituciones cíclicas.

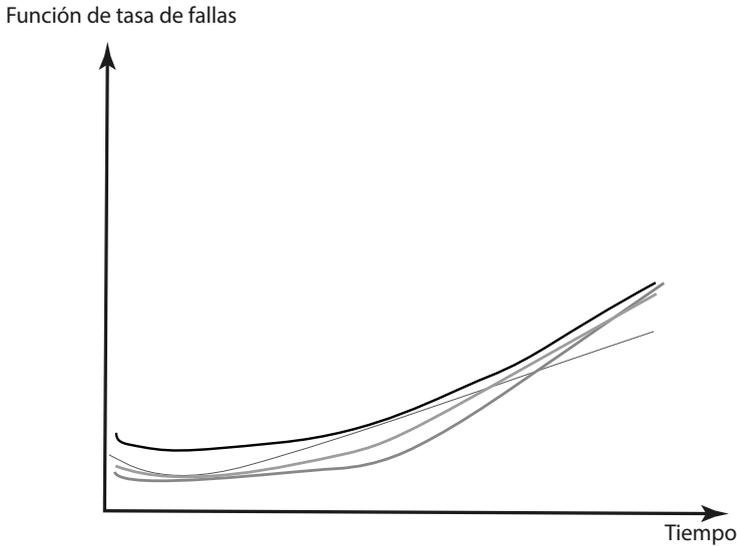
4.10 Bondades modelo Muldholkar y Srivastava (MS)

Este modelo está descrito bajo la consideración de que si el periodo funcional de los elementos de un sistema en paralelo se distribuye de forma independiente para n componentes, entonces la vida útil del sistema también se distribuye idénticamente y se puede modelar con esta distribución.

Esta distribución es básicamente una combinación de las distribuciones Weibull y exponencial, que se ajusta bastante bien a modos de fallas con tendencia creciente.

4.10.1 Interpretación física del modelo MS

La interpretación física del modelo es clara de acuerdo con su función de tasa de fallas, la cual se incrementa en el tiempo con baja incidencia al inicio de la entrada en operación del componente.

Figura 16. Función de tasa de fallas diferentes parámetros MS

Fuente: Exponentiated Weibull Family for Analyzing Bathtub Failure Rate Data (Muldholkar y Srivastava, 1993).

4.10.2 Aplicaciones del modelo MS

Tiene aplicaciones en componentes que presentan desgaste desde el momento de entrar en operación, aunque se puede utilizar en análisis de fallas cuando estas se presentan al inicio de la vida del componente. Por su ajuste de la función de tasa de fallas a la curva de la bañera, no se recomienda para determinar la confiabilidad de un elemento durante el periodo de rodaje.

Su uso se recomienda sobre todo para el estudio de confiabilidad y determinación de vida útil de sistemas eléctricos, electrónicos y de sistemas que presentan una tasa de fallas creciente de forma consistente.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS PROYECTOS FUTUROS

5.1 Viabilidad de las distribuciones no tradicionales para proyectos futuros

Cada una de las distribuciones no tradicionales tiene sus particularidades y características que las hace más o menos interesantes para profundizar en su estudio o en el desarrollo de aplicaciones que brinden resultados sólidos y sustentables en el análisis CMD.

5.1.1 Viabilidad del modelo Weibull modificado (WM)

Es una de las distribuciones que mejor se ajusta a la curva de la bañera, por ello es apta para describir el tiempo de vida de cualquier componente mecánico. Se debe profundizar en estudios e investigaciones que propongan metodologías para la estimación de sus parámetros, con el precepto de utilizar la serie aleatoria con todos los datos del tiempo de vida del componente y no separarlos en las fases de rodaje, madurez y envejecimiento para realizar los análisis. Es decir, los estudios futuros deben enfocarse en la estimación de parámetros que mejoren el ajuste del modelo.

A partir de la aplicación del modelo como está descrito, se pueden realizar numerosos estudios y aplicaciones teóricas con el uso de series de datos reales con el propósito de demostrar y enseñar la distribución durante el aprendizaje de

confiabilidad y determinación del periodo de vida de componentes en ingeniería de mantenimiento.

Este modelo ofrece grandes expectativas en la medida que los parámetros que se estimen para toda la serie de datos, se ajustan a la función de tasa de fallas en forma de bañera. De los modelos que se encontraron es de los más prometedores y es necesario profundizar en estudios y en aplicaciones prácticas.

5.1.2 Viabilidad del nuevo modelo Weibull modificado (NMWM)

Aunque es una distribución que se desarrolló principalmente para realizar análisis a nivel teórico, por su flexibilidad y capacidad de procesar series de datos por el método gráfico con bastante sencillez, se esperan buenos resultados de su aplicación. Para esto es necesario profundizar en investigaciones que sean concluyentes y sustenten el uso de esta distribución en estudios que se relacionen con los periodos o frecuencia que se requiere para el cambio de elementos, con el fin de programar acciones propias de mantenimiento preventivo.

Es factible experimentar el modelo a través de estudios que permitan concluir sus ventajas y el grado de ajuste a la curva de la bañera cuando se analiza toda la serie de datos y no se separa los tiempos pequeños (correspondientes al periodo de rodaje) de los tiempos largos (desgaste o envejecimiento). Por el ajuste que presenta la función de tasa de fallas a la curva de la bañera y la flexibilidad de la distribución, este modelo se puede considerar para aplicaciones en situaciones prácticas.

5.1.3 Viabilidad modelo Weibull transmutado modificado (WTM)

Las características de la distribución WTM brindan la posibilidad de estudiar las relaciones que existen entre el parámetro de forma con otras funciones como la no confiabilidad, la confiabilidad, la tasa de fallas instantánea y la función acumulativa de fallas.

A nivel de investigación en el análisis CMD, es interesante comparar los datos obtenidos al utilizar el modelo WTM con los de otras distribuciones tradicionales y no tradicionales paramétricas y no paramétricas, con el objetivo de definir lineamientos que son necesarios para su aplicación.

A nivel práctico, las expectativas con el uso del modelo se centran en el análisis de componentes sometidos a fatiga y desgaste. Sus resultados son comparables con los de las distribuciones tradicionales y con modelos modificados de estas. Es necesario profundizar en la estimación de parámetros para ajustar los resultados a la fase de rodaje o sincronización de los equipos.

5.1.4 Viabilidad modelo Weibull modificado con función tasa de fallas en forma de curva de la bañera (WMFCB)

Desde el punto de vista teórico, es factible investigar las bondades de los resultados que se obtienen al utilizar el modelo en el estudio de costo de ciclo de vida y estimación de tiempo de vida útil de componentes en ingeniería. Físicamente la función de tasa de fallas se puede ajustar a las distintas fases de la curva de la bañera al variar los parámetros del modelo, por lo cual, estudios analíticos al respecto permitirán obtener mejores resultados para la aplicación de la distribución en situaciones prácticas que posibiliten que la distribución sea una herramienta por utilizar en el análisis CMD.

5.1.5 Viabilidad modelo de tasa de fallas con forma de curva de la bañera BURR XII

Es un modelo que por su interpretación física se adecua y se ajusta bastante bien a la curva de la bañera. De allí, que los estudios teóricos deban enfocarse a determinar matemáticamente la estimación de parámetros para toda la serie de datos aleatorios sin considerar su ubicación en la serie, es decir, la función debe ser fácil de usar con todos los datos. Para ello, las investigaciones que se realicen tienen que enfocarse en desarrollar el modelo mixto como la suma de las dos funciones en una sola función aditiva.

Por su gran ajuste a la forma de curva de la bañera, se puede utilizar a nivel práctico en el análisis CMD y para determinar la vida útil de componentes en ingeniería como soporte de las decisiones de mantenimiento preventivo.

5.1.6 Viabilidad modelo Hjorth

Este modelo es prometedor por ser una distribución que solo maneja tres parámetros, lo que es importante porque abre la posibilidad de estudiar nuevas aplicaciones con pocos datos y mantiene el ajuste a la curva de la bañera.

Es una distribución con pocos estudios prácticos y sus resultados teóricos la sitúan entre las mejores distribuciones para analizar CMD en los casos que se cuenta con pequeñas muestras de datos.

Es necesario profundizar en aplicaciones prácticas con el objetivo de obtener resultados más realistas, que mejoren la definición de políticas y estrategias fundamentadas en los estudios CMD que posibiliten un correcto programa de mantenimiento acorde a las necesidades particulares de cada contexto.

Esta distribución por sus características se convierte en una opción para analizar la calidad de productos frente al WE.

El modelo permite profundizar en estudios teóricos que se relacionan con el análisis CMD en equipos redundantes o de reserva. Sin embargo, para que tenga suficiente sustento matemático futuras investigaciones deben concluir su orden estadístico, definir intervalos de tolerancia y planes de muestro aceptable. Además, deben caracterizar la distribución como un producto de la variable aleatoria y solucionar problemas que se presentan en la estimación de parámetros mediante la definición de métodos alternativos como la estimación por mínimos cuadrados ponderados o la estimación bayesiana.

5.1.7 Viabilidad modelo Jiang

Por sus características esta distribución puede aportar significativamente en proyectos que estudien el rápido deterioro o la aparición temprana de la falla de un componente durante la fase rodaje y el incremento en la velocidad de deterioro del componente después de cierto tiempo. Esto, en mantenimiento, brinda grandes expectativas a través del análisis CMD para diagnosticar equipos y proponer acciones de mejora continua. Sin duda alguna, abre la posibilidad de profundizar en futuras investigaciones que sean concluyentes respecto a las bondades y características físicas del modelo en aplicaciones prácticas.

Se requiere de soporte estadístico y matemático para que los resultados encontrados con este modelo a nivel teórico sean útiles para los investigadores que tratan de desarrollar nuevos modelos de distribuciones que se ajusten a la curva de la bañera y para los profesionales que necesitan elegir el modelo que mejor se ajusta para una serie de datos según una función de tasa de fallas de acuerdo con la curva de la bañera.

5.1.8 Viabilidad Modelo Muldholkar y Srivastava

Es una distribución que por sus características e interpretación física es de interés para desarrollar nuevas investigaciones en el análisis de confiabilidad y estimación de vida útil en componentes eléctricos y electrónicos, para lo cual, los estudios se deben soportar por un análisis estadístico y matemático que garantice la certeza de los cálculos realizados.

Para definir su aplicación prácticas, es factible profundizar en investigaciones concluyentes respecto al comportamiento de la distribución en el análisis CMD de componentes que se comportan con una tasa de fallas que se incrementa a una razón constante.

CAPÍTULO 6

REFLEXIONES FINALES

- En la gestión de mantenimiento moderna el principal objetivo es garantizar el funcionamiento de los equipos de acuerdo con los requerimientos de los usuarios, por ello es indispensable medir constantemente su desempeño para tomar decisiones adecuadas que conduzcan a acciones efectivas que mantengan los equipos en operación durante el tiempo que son requeridos.
- Los tres indicadores de clase mundial son la confiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad, estos permiten proyectar el funcionamiento de un componente o sistema con base en los datos históricos de sus tiempos útiles de operación y los tiempos inoperantes. Los métodos de mayor aceptación para realizar análisis CMD son los probabilísticos paramétricos.
- Los modelos o distribuciones tradicionales para medir CMD se enfocan en analizar los modos de falla de los distintos componentes y su incidencia en el desempeño de los equipos de acuerdo con las tres fases que describe la curva de la bañera.
- La mayor parte de los modos de falla que se presentan en los componentes mecánicos en ingeniería tienen forma de curva de la bañera, incluso gran parte de elementos eléctricos y electrónicos se pueden estudiar con modelos o distribuciones que describen alguna de las tres fases descritas en la curva de Davies.

- Entre las distribuciones tradicionales para realizar análisis CMD hay unas que se ajustan mejor que otras o describen alguna fase de la curva de la bañera, lo que hace difícil utilizar una misma distribución para estudiar toda la vida de un componente y obtener resultados consistentes.
- Cada distribución que se usa tradicionalmente en el análisis CMD tiene sus características y métodos de cálculo. La interpretación física de su función de tasa de fallas se utiliza para realizar estudios a partir del modo de falla predominante en el componente.
- Por sus implicaciones físicas y características, la distribución de Weibull es la que mejor se adapta a los tres periodos que describe la curva de la bañera. Sin embargo, su uso en la práctica está sujeto a la determinación y ajuste de sus parámetros.
- A pesar de describir las tres fases de la curva de la bañera para diferentes valores de su parámetro de forma, el uso de la distribución de Weibull en la práctica presenta diferentes inconsistencias asociadas con la interpretación física y matemática de la distribución.
- Existen estudios que demuestran cómo los errores en la estimación de indicadores CMD, al utilizar distribuciones tradicionales que no se ajustan adecuadamente a la curva de la bañera, afectan las decisiones que se toman en la gestión de mantenimiento y en la determinación del ciclo de vida de los componentes en ingeniería.
- Con el objetivo de desarrollar nuevas distribuciones y modelos estadísticos que permitan realizar análisis CMD con mejores resultados que las distribuciones tradicionales, se proponen por una serie de investigadores los modelos de distribuciones no tradicionales, los cuales en la mayoría de los casos son modificaciones a la distribución de Weibull. En otras ocasiones, la combinación y adición de dos o más distribuciones tradicionales que producen nuevos modelos mixtos que se proponen alcanzar la descripción de la función de tasa de fallas de acuerdo a la curva de la bañera.
- Se encontraron modelos de distribución no tradicionales que se desarrollaron a partir de consideraciones para su aplicación, como el número de parámetros a utilizar y los diferentes métodos para su estimación. Cada modelo muestra su grado de ajuste a la curva de la bañera, de esto se pueden inferir las características que se deben considerar para su uso de acuerdo con el modo de falla y al componente que se pretenda analizar.
- En este trabajo se presentan las distribuciones no tradicionales y se describen sus características, las ecuaciones de su función de tasa de fallas, las funciones de confiabilidad y no confiabilidad necesarias para su aplicación. Además, se muestran los parámetros que se utilizan y se

describen los métodos para su estimación de acuerdo con las implicaciones de cada distribución.

- De las nueve distribuciones no tradicionales descritas en este trabajo, se puede resaltar que existen unas más adecuadas que otras para realizar análisis según la adaptación de su función de tasa de fallas a la curva de la bañera, así como el grado de complejidad para su uso en consideración al número de parámetros que utiliza cada una y al método propuesto para su estimación.
- Para cada distribución no tradicional descrita se presenta las bondades que la caracteriza y proyecta en mayor o menor grado de correspondencia para realizar análisis CMD a ciertos tipos de componentes, de acuerdo con sus características físicas y en algunos casos a las particularidades de la serie de datos con los cuales se va a trabajar.
- Dadas las implicaciones físicas de los modelos no tradicionales y las expectativas actuales sobre la predicción del comportamiento de los equipos y componentes en ingeniería, es indispensable profundizar en las posibles aplicaciones de las distribuciones descritas con el fin de desarrollar el análisis matemático y estadístico que brinde la certeza respecto a los resultados que se obtengan al utilizarlas en análisis prácticos de CMD.
- La necesidad que se presenta en la gestión de mantenimiento para garantizar el funcionamiento de los equipos, surge de la aparición de distintos modos de falla a lo largo de toda la vida de un componente. Esto hace indispensable que se generen investigaciones alrededor de los modelos no tradicionales con el fin de encontrar nuevas sendas para el desarrollo de mejores estrategias que permitan determinar con validez y con resultados consistentes en la práctica los análisis CMD.

BIBLIOGRAFÍA



- Zhang, Q. (2014). A mixture Weibull proportional hazard model for mechanical system failure prediction utilising lifetime and monitoring data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 43.
- Xie, Tang y Goh. (2002). A Modified Weibull Extension with Bathtub Shaped Failure Rate Function. *Reliability Engineering & System Safety*, 76.
- Lai. y Xie. (2003). A Modified Weibull Distribution. *IEEE Transactions On Reliability*, 52.
- Jiang, R. (2013). A New Bathtub Curve Model with a Finite Supportt. *Reliability Engineering and System Safety*, 119.
- Lemonte, A. (2013). A New Exponential-Type Distribution with Constant, Decreasing, Increasing, Upside-Down Bathtub and Bathtub-Shaped Failure Rate Function. *Computational Statistics and Data Analysis*, 62.
- Haupt, E y Schabe, H. (1992). A New Model for a Lifetime Distribution with Bathtub Shaped Failure Rate. *Mircroelectronic & Reliability*, 32.
- Wang, F.K. (2000). A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII. *Reliability Engineering and System Safety*, 70.
- Hjort, H. (1980). A Reliability Distribution With Increasing, Decreasing, Constant and Bathtub-Shaped Failure Rates. *Thecnometrics*, 22.
- Amendola, L. (2011). *Global Asset Management Iberoamerica*. [En línea] [Citado el: 10 de Octubre de 2012.] Recuperado de <http://www.globalassetmanagement-amp.com>.
- Nadarajah, S. y Haghighi, F. (2011). An Extension of the Exponential Distribution. *Statistics*, 45.
- Federico, L. (2012). Aplicación de un modelo para obtener la confiabilidad de desempeño de un producto del ramo automotriz. *Academia Journals*, 6.
- Catalán, J. (2007). *Metodologías y Criterios de Mantenibilidad Aplicados al Organización y Planeación del Proceso de Mantenimiento*. Guatemala: Universidad de San Carlos.
- Constantin, T., Paris, A., y Andreescu, C. (2008). *Comparison of reliability models*. Mangalia: Balkan Society of Geometers.
- Diaz, A. (1992). *Confiabilidad en Mantenimiento*. Caracas: Ediciones IESA.
- Domínguez, G. (1999). *Indicadores de Gestión*. Bogotá: Biblioteca Jurídica DIKE.

- Duffuaa, S. (2007). *Sistemas de Mantenimiento Planeacion y Control*. Mexico: Limusa.
- Ebeling, C. (1997). *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*. New York: McGraw Hill.
- Muldholkar, G. y Srivastava, D. (1993). Exponentiated Weibull Family for Analyzing Bathtub Failure Rate Data. *IEEE Transactions on Reliability*, 42.
- Gnedenko, V. (1999). *Statistical Reliability Engineering*. New Cork: Jhonn Wiley and Sons.
- González, F. (1993). *Auditotía del Mantenimiento e Indicadores de Gestión*. Madrid: FC Editorial.
- Jezdimir, K. (1996). *Mantenibilidad*. Madrid: Isdefe.
- Sánchez, Ángel (2010) La gestión de los activos físicos en la función mantenimiento. *Revista de Ingeniería Mecánica Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría*, 13.
- Leemis, L. (1995). *Reliability, Probabilistic Models and Statical Methods*. New Jersey: Prentice Hall.
- Duarte, J. (2006). *Mantenimiento Centrado en Confiabilidad Usando Metodos de Simulacion del Ciclo de Vida*. Monterrey: Noria.
- Mendehall, W. (1997). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencia*. Mexico: Prentice Hall.
- Mora, L. (2009). *Mantenimiento Planeación, Ejecución y Control*. Bogotá: Alfaomega Colombia S.A.
- Moubray, J. (2004). *Mantenimiento Centrado en Confiabilidad RCM II*. Argentina: Aladon.
- Nachlas, J. (1995). *Fiabilidad*. Madrid: Isdefe.
- O'Connor, P. (1989). *Practical Reliability Engineering*. New York: John Wiley & Sons.
- Pascual J, R. (2002). *Gestión Moderna de Mantenimiento*. Santiago: Universidad de Chile.
- Rakumar, R. (1993). *Engineering Reliability: Fundamentals and Applications*. New York: Editorial Prentice Hall.
- Rausand, M. y Arnljot, H. (2004). *Sistem Reliability Theory, Models, Statical Methods and Applications*. New Jersey: John Wiley & Son.

- Xie y Lai. (1995). Reliability Analysis Using an Additive Weibull Model with Bathtub-Shaped Failure Rate Function. *Reliability Engineering and System Safety*, 52.
- Rojas, J. (1975). *Introducción a la Confiabilidad*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Lai y M. 1998. *The Beta Integrated Model*. Workshop on Reliability Modeling and Analysis.
- Zimmer, W., Keats, J., y Wang, F. (1998). The Burr XII Distribution in Reliability Analysis. *Journal of Quality Technology*.
- Toro, J. (2013). *Metodología para medir Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad en Mantenimiento*. [En línea] [Citado el: 4 de Julio de 2013.] Recuperado de <http://eafit.edu.co>.
- Mudholkar, G. y Asubonteng, K. (2009). Transformation of the Bathtub Failure Rate Data in Reliability. *Statistical Methodology*, 6.
- Khan, M. y King, R. (2013). Transmuted Modified Weibull Distribution: A Generalization. *European Journal Of Pure And Applied Mathematics*, 6.

Este libro fue compuesto en caracteres Minion
a 11 puntos, impreso sobre papel Bond de 75
gramos y encuadernado con el método hot melt,
en diciembre de 2018, en Bogotá, Colombia.

DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES PARA MEDIR CONFIABILIDAD, MANTENIBILIDAD Y DISPONIBILIDAD (CMD), QUE SE AJUSTAN A VARIAS FASES DE LA CURVA DE DAVIES

El texto realiza el estudio sobre los distintos modelos utilizados para calcular CMD (Confiabilidad, Mantenibilidad, Disponibilidad) en la gestión de mantenimiento moderno. Describe la importancia del manejo de estos tres indicadores en la industria para gestionar sus activos físicos. Se analizan distintos modelos tradicionales utilizados en las últimas tres décadas para medir CMD, y se presentan nuevos modelos resultado de investigaciones recientes, que pueden ser útiles en la gestión de mantenimiento de equipos y sistemas reparables cuya tasa de fallas se ajusta a las fases descritas en la curva de la bañera.

La obra consta de seis capítulos, un capítulo de introducción que relata la importancia del manejo de indicadores de Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad en la gestión del mantenimiento. El primer capítulo nos muestra cada uno de los modelos tradicionales utilizados en la medición de CDM; el segundo apartado, nos presenta nuevos modelos estudiados en los últimos años que pueden ser útiles en la medición de indicadores CMD; la tercera sección, despliega las bondades y posibilidades de los modelos no tradicionales; el cuarto capítulo expone un análisis sobre la viabilidad de proyectos futuros y por último, el quinto capítulo encierra las reflexiones finales.

Dirigido a estudiantes, docentes e investigadores interesados en el manejo estadístico de indicadores de Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad en el mantenimiento industrial. También a estudiantes de ingeniería mecánica, ingeniería de mantenimiento, ingeniería industrial, ingeniería de procesos, o profesionales que trabajen en mantenimiento industrial y gestión de activos físicos.

Incluye

- ▶ Manejo de indicadores de clase mundial CMD en el mantenimiento industrial.
- ▶ Ventajas de los modelos tradicionales y no tradicionales utilizados en la determinación de indicadores CDM para sistemas y equipos, cuya tasa de fallas se adapta a cualquier fase de la curva de la bañera.

Edwin Espinel Blanco

Ingeniero Mecánico, Especialista en Práctica Docente Universitaria de la U. Francisco de Paula Santander Ocaña, Especialista en Gerencia de Mantenimiento Industrial y en Mantenimiento Industrial de la EAFIT y Magíster en Ingeniería de la Universidad EAFIT de Medellín. Actualmente cursa su doctorado en Ingeniería en la U. Pontificia Bolivariana. Docente asistente vinculado al grupo de investigación en Tecnología y Desarrollo en Ingeniería GITYD de la U. Francisco de Paula Santander Ocaña.

Luis Alberto Mora Gutiérrez

Ingeniero Mecánico de la U. Pontificia Bolivariana, Magíster en Administración de la U. EAFIT y Magíster en Administración de Negocios de la U. de Carabobo; Doctor en Ingeniería Industrial de la U. Politécnica de Valencia.

Eder Norberto Flórez Solano

Ingeniero Mecánico, Magíster en Ingeniería de la U. Nacional Experimental del Tachirá, actualmente cursa su doctorado en Ingeniería Aplicada en la U. Antonio Nariño. Es docente asistente vinculado al Departamento de Ingeniería Mecánica de la U. Francisco de Paula Santander Ocaña, investigador asociado al grupo de investigación de Ingeniería y Desarrollo INGAP, de la Facultad de Ingenierías de la UFPSO.



Universidad Francisco
de Paula Santander
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación

